



Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource en eau et une meilleure évaluation des risques

Cong Tuan Hoang

► To cite this version:

Cong Tuan Hoang. Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource en eau et une meilleure évaluation des risques. Sciences de la Terre. Université Paris-Est, 2011. Français. NNT : 2011PEST1085 . pastel-00658537

HAL Id: pastel-00658537

<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00658537>

Submitted on 10 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paris-Est – École des Ponts ParisTech
École Doctorale : Sciences, Ingénierie et Environnement

THÈSE

présentée par

HOANG Cong Tuan

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris-Est

Spécialité : **Sciences et Techniques de l'Environnement**

Intitulée

**Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles
pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource
en eau et une meilleure évaluation des risques**

Soutenue publiquement le 30 Novembre 2011 devant le jury composé de :

1. M. Pierre	RIBSTEIN	Examineur
2. M. François G	SCHMITT	Rapporteur
3. M. David	LABAT	Rapporteur
4. M. Cedo	MAKSIMOVIC	Examineur
5. Mme. Ioulia	TCHIGUIRINSKAIA	Co-Directeur de thèse
6. M. Daniel	SCHERTZER	Directeur de thèse

Université Paris-Est – École des Ponts ParisTech
École Doctorale : Sciences, Ingénierie et Environnement
Laboratoire : Eau Environnement et Systèmes Urbains

THÈSE

présentée par

HOANG Cong Tuan

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris-Est

Spécialité : **Sciences et Techniques de l'Environnement**

Titre de la thèse

**Prise en compte des fluctuations spatio-temporelles
pluies-débits pour une meilleure gestion de la ressource
en eau et une meilleure évaluation des risques**

Directeur de thèse : **Daniel SCHERTZER**

Co-directeur de thèse : **Ioulia TCHIGUIRINSKAIA**

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur Daniel SCHERTZER, Ingénieur en chef, à Madame Ioulia TCHIGUIRINSKAIA, Chargée de recherche, au Laboratoire Eau Environnement et Systèmes Urbain (LEESU) - de l'Ecole des Ponts ParisTech, pour avoir accepté la direction de cette thèse, pour leurs aides, suggestions et conseils qui m'ont été précieux pour que je puisse mener à bien ce travail de recherche. Durant le temps de cette thèse et du stage M2, j'ai bénéficié de leurs expériences méthodologiques et des connaissances approfondies de la théorie multifractale qui est un outil performant pour des études de l'hydrologie, ainsi que de nombreux domaines géophysiques.

J'adresse ma profonde gratitude à Monsieur Pierre RIBSTEIN, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, à Monsieur François G SCHMITT, Directeur de recherche au CNRS et Université Lille Nord de France, à Monsieur David LABAT, Maître de Conférences à l'Université de Toulouse, à Monsieur Cedo MAKSIMOVIC, Professeur à Imperial College of London UK, pour avoir accepté d'évaluer ce travail et d'être membres de mon jury.

Cette thèse n'aurait jamais abouti sans moyen financier. Je tiens donc à remercier chaleureusement le Gouvernement Vietnamien pour une bourse principale, l'Ecole des Ponts ParisTech pour une bourse complémentaire et le Gouvernement Français pour une couverture sociale.

Grâce à mesdames Annick PIAZZA et Catherine CHARLEUX du Service administratif du LEESU, j'ai réalisé ma thèse dans les meilleures conditions, je voudrais leur exprimer ma gratitude et des remerciements pour leur accueil cordial et leur gentillesse.

Je voudrais remercier sincèrement Mesdames Marine DANIEL et Cécile BLANCHEMANCHE à l'Ecole Doctorale SIE et Monsieur Jean Michel NAMUR au CROUS de Créteil, qui m'ont beaucoup aidé dans les démarches administratives.

J'aimerais spécialement adresser mes remerciements à mon équipe multifractale : Auguste GIRES, Agathe GIANGOLA-MURZYN, Julien RICHARD, George FITTON pour leur soutien et leurs conseils précieux.

Mes profonds remerciements vont à Agathe GIANCOLA-MURZYN, à qui je dois les corrections du français de ce texte et sans qui je ne serais peut-être pas arrivé au bout de cette aventure car les difficultés linguistiques m'étaient un des plus grands défis.

Je n'oublie pas remercier tous les chercheurs, doctorants, stagiaires, techniciens du LEESU pour leur sympathie.

En fin, mes chaleureuses pensées pour toute ma famille, en particulier mes parents, ma femme et mes deux enfants, qui m'accompagnent par leur soutien et leur affection au long de mon séjour en France. Une pensée particulière à mon fils, Cong Vinh, qui doit toujours lutter contre sa maladie pour vivre. Il m'a apporté son concours d'énergies pour surmonter les obstacles dans les situations les plus difficiles.

Résumé

Réduire la vulnérabilité et accroître la résilience des sociétés d'aujourd'hui aux fortes précipitations et inondations exige de mieux caractériser leur très forte variabilité spatio-temporelle observable sur une grande gamme d'échelle. Nous mettons donc en valeur tout au long de cette thèse l'intérêt méthodologique d'une approche multifractale comme étant la plus appropriée pour analyser et simuler cette variabilité.

Cette thèse aborde tout d'abord le problème de la qualité des données, qui dépend étroitement de la résolution temporelle *effective* de la mesure, et son influence sur l'analyse multifractale et la détermination de lois d'échelle des processus de précipitations. Nous en soulignons les conséquences pour l'hydrologie opérationnelle. Nous présentons la procédure SERQUAL qui permet de quantifier cette qualité et de sélectionner les périodes correspondant aux critères de qualité requise. Un résultat surprenant est que les longues chronologies de pluie ont souvent une résolution effective horaire et rarement de 5 minutes comme annoncée. Ensuite, cette thèse se penche sur les données sélectionnées pour caractériser la structure temporelle et le comportement extrême de la pluie. Nous analysons les sources d'incertitudes dans les méthodes multifractales « classiques » d'estimation des paramètres et nous en déduisons des améliorations pour tenir compte, par exemple, de la taille finie des échantillons et des limites de la dynamique des capteurs. Ces améliorations sont utilisées pour obtenir les caractéristiques multifractales de la pluie à haute résolution de 5 minutes pour plusieurs départements de la France (à savoir, les départements 38, 78, 83 et 94) et pour aborder la question de l'évolution des précipitations durant les dernières décennies dans le cadre du changement climatique. Cette étude est confortée par l'analyse de mosaïques radars concernant trois événements majeurs en région parisienne. Enfin, cette thèse met en évidence une autre application des méthodes développées, à savoir l'hydrologie karstique. Nous discutons des caractéristiques multifractales des processus de précipitation et de débit à différentes résolutions dans deux bassins versant karstiques au sud de la France. Nous analysons, en utilisant les mesures journalières, 30 minutes et 3 minutes, la relation pluie-débit dans le cadre multifractal. Ceci est une étape majeure dans la direction d'une définition d'un modèle multi-échelle pluie-débit du fonctionnement des bassins versants karstiques.

Mots clés: qualité des données, analyse multifractale, hydrologie karstique, séries temporelles, analyse de mosaïques radars, données à haute résolution.

Abstract

Thesis title: “Taking into account the space-time rainfall-discharge fluctuations to improve water resource management and risk assessment”

To reduce vulnerability and to increase resilience of nowadays societies to heavy precipitations and floods require better understanding of their very strong spatio-temporal variability observable over a wide range of scales. Therefore, throughout this thesis we highlight the methodological interest of a multifractal approach as being most appropriate to analyze and to simulate such the variability.

This thesis first discusses the problem of data quality, which strongly depends on the effective temporal resolution of the measurements, and its influence on multifractal analysis determining the scaling laws of precipitation processes. We emphasize the consequences for operational hydrology. We present the SERQUAL procedure that allows to quantify the data quality and to select periods corresponding to the required quality criteria. A surprising result is that long chronological series of rainfall often have an effective hourly data, rather than the pretended 5-minute rainfall data. Then, this thesis focuses on the selected data to characterize the temporal structure and extreme behaviour of rainfall. We analyze the sources of uncertainties of already "classical" multifractal methods for the parameter estimates, and we therefore developed their improvements considering e.g., the finite size of data samples and the limitation of sensor dynamics. These improvements are used to obtain proper multifractal characteristics of 5-minute high-resolution rainfall for several French departments (i.e., 38, 78, 83 and 94), and hence to raise the question of precipitation evolution during the last decades in the context of climate change. This study is reinforced by the analysis of radar mosaics for three major events in the Paris region. Finally, this thesis highlights another application of the developed methods, i.e. for the karst hydrology. We discuss the multifractal characteristics of rainfall and runoff processes observed at the different resolutions in two karst watersheds on the south of France. Using daily, 30-minute and 3-minute measurements we analyse the rainfall-runoff relationships within the multifractal framework. This is a major step towards defining a rainfall-runoff multi-scale model of the karst watershed functioning.

Keywords: data quality, multifractal analysis, karst hydrology, time series, analysis of radar mosaics, high resolution data.

Table des matières

Remerciements.....	iii
Résumé.....	v
Abstract	vi
Table des matières	vii
Liste des tableaux	x
Liste des figures	xi
1. Introduction	1
1.1. Problème général.....	1
1.2. Mesures des précipitations et erreurs de mesure	3
1.3. Démarche des multifractals pour des études de l'hydrologie	7
1.4. Cadre de l'étude	9
1.5. Objectifs de la thèse.....	10
1.6. Plan de la thèse	11
2. Problème de la qualité des données.....	13
2.1. Introduction : quel est le problème ?.....	13
2.2. Bases des données	15
2.2.1. Base de données MF-P5 et MF-P6.....	15
2.2.2. Base de données CG-94	18
2.3. Comment quantifier la qualité des données ?.....	19
2.4. Résultats sur les bases de données	24
2.5. Relation entre la qualité des données et leurs propriétés fractales.....	30
2.5.1. Notion de Fractal, Dimension fractale et Codimension fractale	30
2.5.1.1. Notion de fractal.....	30
2.5.1.2. Dimension fractale	31
2.5.1.3. Codimension fractale.....	33
2.5.2. Dimension fractale de la pluie.....	33
3. Simulations de séries de pluie	41
3.1. Cascades	41
3.1.1. Propriétés multifractales des cascades	41
3.1.1.1. Fonction d'échelle des moments	41
3.1.1.2. Fonction codimension	41
3.1.1.3. Transformation de Legendre	42

3.1.2. Multifractals universels	43
3.1.3. Modèles de cascade	46
3.1.3.1. Le β -modèle.....	46
3.1.3.2. Le α -modèle	47
3.2. Simulations multifractales effectuées	48
3.2.1. Le sous-générateur de Lévy	48
3.2.2. Distribution de probabilité des durées des épisodes “homogènes”	49
3.3. Comparaison avec les résultats obtenus sur les bases de données.....	52
4. Détermination et Incertitudes des paramètres multifractals.....	54
4.1. Spectre d'énergie	54
4.2. Méthode d'estimation α et C1	59
4.2.1. Rappels sur le Moment Trace et le Double Moment Trace	59
4.2.1.1. Moment Trace	59
4.2.1.2. Moment Double Trace	61
4.2.2. Améliorations du DTM	64
4.3. Influence de la qualité des données sur le comportement multifractal	66
4.4. Détermination des α et C1 sur les données sélectionnées	70
4.4.1. Détermination des α et C1 par TM.....	71
4.4.2. Détermination des α et C1 par DTM.....	75
4.5. Détermination des α et C1 sur des données de simulation	80
4.6. Incertitude d'estimation des paramètres multifractals	85
5. Comportement extrême des données sélectionnées	89
5.1. Rappels sur la théorie classique des extrêmes	89
5.2. Comportements extrêmes des multifractals	93
5.2.1. Transition de phase multifractale	93
5.2.2. Détection de l'évolution des extrêmes	96
5.3. Etude de cas sur les bases de données MF-P5 et CG-94	97
5.3.1. Paramètres sur la transition de phase multifractale	97
5.3.2. Résultats sur l'évolution des extrêmes	115
5.4. Discussion sur la détection du changement climatique.....	117
6. Relation pluie-débit du bassin versant karstique.....	119
6.1. Caractéristiques et importance des systèmes karstiques.....	119
6.2. Rappels sur des relations multifractales pluie-débit.....	122
6.3. Analyse de la structure de la pluie et du débit.....	124
6.3.1. Base des données sur les bassins versants karstiques	124
6.3.2. Analyse de la structure de la pluie	126
6.3.3. Analyse de la structure du débit	130
6.3.3.1. Les débits journaliers	130
6.3.3.2. Les débits de 30 minutes	132
6.3.3.3. Les débits de 3 minutes	138

6.4. Relation pluie-débit du bassin versant karstique	139
7. Conclusions et Perspectives	142
Annexes.....	147
Annexe A. Qualité des données	147
Annexe B. Résultats des paramètres	153
Annexe C. Résultats du comportement extrême	158
Annexe D. Données de deux bassins versants karstiques	182
Annexe E. Programme SERQUAL	184
Références bibliographiques	192
Articles.....	202

Liste des tableaux

Tableau 1-1. Correspondance entre Niveau radar, Réflectivité radar et Intensité de pluie.....	6
Tableau 2-1. Formation d'un fichier de la série de Marseille sur la base de données MF-P6 .	17
Tableau 2-2. Les 3 séries de la base de données MF-P6.....	18
Tableau 2-3. Quelques caractéristiques de la base de données CG-94	19
Tableau 2-4. Inter -comparaison entre la base MF-P5 et MF-P6.....	29
Tableau 3-1 Tableau des couples α et C_1	49
Tableau 4-1. Valeurs moyennes des paramètres α et C_1 correspondant à chaque département, obtenues par quatre méthodes: TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR.....	80
Tableau 4-2. Résultats de Nash correspondant aux paramètres α et C_1 par différentes méthodes : TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR	83
Tableau 4-3. Résultats des paramètres α et C_1 des simulations, retrouvées par différentes méthodes : TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR	84
Tableau 5-1. Résultats des paramètres de transition de phase multifractale q_s et q_D pour la base de données CG-94	98
Tableau 5-2. De même du Tableau 5-1, mais pour la base de données MF-P5	99
Tableau 5-3. Résultats de la transition de phase multifractale pour la base de données MF-P5	106
Tableau 5-4. De même que le Tableau 5-3, mais pour la base de données CG-94.....	107
Tableau 5-5. Résultats d'analyse de sensibilité de q_s et q_{crit} , δq_s et δq_{crit} sont les intervalles de sensibilité correspondant à q_s et q_{crit} pour les séries des bases de données MF-P5 et CG-94.....	114
Tableau 6-1. Certaines statistiques des données pour les deux bassins versants karstiques Aliou et Baget.....	125
Tableau 6-2. Résultats des paramètres multifractals pour 2 gammes d'échelle : de 30mn à 8h et de 8h à 21jrs	129
Tableau 6-3. Résultats des paramètres pour la gamme d'échelle d'un jour à 16 jrs.....	132
Tableau 6-4. Résultats de β et H pour les débits de 30 minutes de deux bassins versants	133
Tableau 6-5. Résultats des paramètres multifractals pour les séries de débit de deux bassins versants Baget et Aliou.	137
Tableau 6-6. Résultats des paramètres multifractals pour la pluie et le débit à même résolution de 30 minutes de deux bassins versants Baget et Aliou.....	140

Liste des figures

Figure 1-1. Principe des augets basculeurs: (a) l'auget gauche se remplit et l'auget droit se vide, (b) l'auget gauche se vide et l'auget droit se remplit (Source: Musy, 2005).	5
Figure 2-1. Graphique de papier d'enregistrement des précipitations (a), les distributions cumulatives des intensités basées sur la même donnée d'entrée (b). Les résultats obtenus sont différents et dépendent de la méthode de traitement (d'après Kvicera et al. (2005)).	14
Figure 2-2. Les stations météorologiques (points bleus) enregistrées dans la base de données MF-P5 concernent l'ensemble de la France.	15
Figure 2-3. Histogramme du nombre de stations avec la longueur des données correspondantes sur la base de données MF-P5.	16
Figure 2-4. Illustration de l'extraction des épisodes des précipitations « homogènes » de la série temporelles originale Rimbaud.	16
Figure 2-5. Distribution de probabilité des durées des épisodes de précipitation « homogène » pour les séries temporelles de Nîmes(a) et Marseille(b). Les deux séries ont une résolution effective horaire.	20
Figure 2-6. Distribution de probabilité des durées des épisodes de précipitation « homogène » pour la série temporelle d'Orgeval dans le graph linéaire (a) et le graph log-log (b). La série a une résolution effective de 5 minutes.	21
Figure 2-7. Cartes géographiques de la qualité des séries de la base MF-P5 : (a) la qualité de résolution temporelle effective, (b) la qualité d'observation (données manquantes), (c) la qualité de distribution de probabilité des durées des épisodes. Pour ces trois cartes, le nombre de station correspondant à un niveau de qualité donné par rapport à un critère donné est affiché entre parenthèses	24
Figure 2-8. Qualité de résolution temporelle effective (allant de 5 minutes à 120 minutes, voir code couleur) estimée année par année pour les 40 séries ayant une résolution globale de 5 minutes. La résolution temporelle effective affichée est assez hétérogène et non stationnaire.	25
Figure 2-9. Qualité de résolution temporelle effective estimée année par année pour les 39 séries qui ont de temps en temps les années ayant une résolution de 5 minutes. La résolution temporelle effective affichée est plus hétérogène et moins stationnaire que celle de la Figure 2-8.	26
Figure 2-10 Série de Brest pour la période 1990 -2003, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 18 minutes pour MF-P6 (b)	27
Figure 2-11 Série de Mont-Aigoual pour la période 1992 -2003, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 18 minutes pour MF-P6 (b)	28
Figure 2-12 Série de Marseille pour la période 1997-2004, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 6 minutes pour MF-P6 (b)	28

Figure 2-13. Distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes $\pm 10\%$ pour la série d'Arcu06 de la base CG-94 dans le graph linéaire (a) et le graph log-log (b) la région 94.....	29
Figure 2-14. La courbe de Von Koch, avec la première étape(a) et après trois étapes (b) et les trois premières étapes dans la construction de l'ensemble de Cantor (c).....	31
Figure 2-15. le tapis de Sierpinski, avec les deux première étape(a et b) et résultat après cinq étapes (c)	31
Figure 2-16. Les objets dans un espace euclidien, $D=1$ (a), $D=2$ (b) et $D=3$ (c).	32
Figure 2-17. Graphs log-log de $N(\ell)$ par rapport à ℓ pour la série temporelle 78orge14 de la base de données MF-P5 (a) et la série temporelle ARCU36 de la base de données CG-94 (b): le dernier présente une rupture d'échelle assez claire à environ une semaine, tandis que le premier présente un comportement d'invariance d'échelle assez clair (loi de puissance correspondant à un ajustement linéaire dans le graph log-log) sur toute la gamme d'échelle étudiée.....	34
Figure 2-18. Résultats des dimensions fractales du support de la pluie des séries sélectionnées sur la bas MF-P5 pour des échelles de temps de 5 minutes à 28 jours	35
Figure 2-19. Résultats des dimensions fractales du support de la pluie des séries sélectionnées sur la base de données CG-94 pour des échelles de temps de 5 minutes à une semaine .	36
Figure 2-20. Evolution temporelle de la dimension fractale du support des précipitations sur 48 images globales radars des accumulations de précipitation de 5 minutes: (a) pour la précipitation convective au 11/01/08, 12-04 pm; (b) pour la précipitation stratiforme au 13/02/09, 01-05am. Le pourcentage de zéro des précipitations est représenté en diagramme en gris, lignes roses pour petites échelles (1-16 km), et lignes oranges pour grandes échelles (16-512 km).	37
Figure 2-21. Comparaison de la distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes à Marseille durant les années 1986 (croix) et 1999 (carrés pleins) correspondant respectivement aux années ayant la meilleure qualité des données pour MF-P5 et MF-P6. L'existence d'une loi de puissance jusqu'à la plus haute résolution n'est évident que pour la base de données MF-P6. La ligne droite de référence a une pente de 2.....	38
Figure 2-22. Comparaison de la dimension fractale du support de la pluie à Marseille durant les années 1986 (croix) et 1999 (carrés pleins) correspondant respectivement aux années ayant la meilleure qualité des données pour MF-P5 et MF-P6. Pour MF-P5, la dimension fractale de la pluie sous-horaire converge vers la dimension de l'espace intégrée. Pour plus de commodité, les lignes droites de référence des pentes 1; 0,5 et 1 sont représentées.	38
Figure 3-1. Transformation de Legendre entre les fonctions $K(q)$ et $c(\gamma)$. a: $c(\gamma)$ obtenue de $K(q)$ et b : $K(q)$ obtenue de $c(\gamma)$	42
Figure 3-2. Caractérisation des multifractals	45
Figure 3-3 Exemple de cascade du β -modèle, la structure de départ (a) et un premier pas de la cascade (b) produit par un sous-générateur « mort » et un sous-générateur « vif » relie à la singularité λ^c	46
Figure 3-4 Exemple de cascade du α -modèle, la structure de départ (a) et un premier pas de la cascade (b) produit par un sous-générateur « moins actif » et un sous-générateur relie à la singularité $\lambda^+ < 0$ « plus actif » relie à la singularité $\lambda^+ > 0$	47
Figure 3-5. Distribution de probabilité des durées des épisodes pour la simulation avec $\alpha = 0.3$ et $C1 = 0.1$ utilisant différents degrés d'homogénéité (a : 5%, b : 10%, c : 20% et d : 40%)	50

Figure 3-6 Distribution de probabilité des durées des épisodes pour la simulation avec $\alpha = 2.0$ et $C1 = 0.01$ pour différents degrés d'homogénéité (a : 5%, b : 10%, c : 20% et d : 40%)	51
Figure 3-7 Distribution de probabilité des durées des épisodes pour le degré d'homogénéité de 10% sur la simulation avec la valeur fixée de $\alpha = 1.2$ et différentes valeurs de $C1 = 0.03$ (a) ; 0.15 (b) ; 0.35 (c) ; 0.55 (d) .	52
Figure 3-8. Distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes des précipitations pour la série d'Orgeval de la base de données MF-P5 (a) et la série d'Arcu06 de la base CG-94 (b). Un comportement linéaire est représenté pour les deux séries.	53
Figure 4-1. Graphiques log-log de l'énergie spectrale des séries de Nîmes (a) et Orgeval (b): le second présente un comportement d'invariance d'échelle plutôt clair (la loi de puissance correspondant à un ajustement linéaire dans le graph log-log), tandis que le premier montre des ondulations du spectre, en particulier pour les fréquences $\geq k$ (1 heure) ⁻¹ .	55
Figure 4-2. Résultats d'estimation de β sur les séries ayant une résolution globale de 5 minutes (symboles roses) et sur les sous-séries sélectionnées dans lesquelles toutes les années qui ont une résolution de 5 minutes (symboles noirs).	56
Figure 4-3. Résultats des β sur la gamme d'échelle de 10 minutes à un mois pour les données sélectionnées sur la base MF-P5.	57
Figure 4-4. Graphique log-log de l'énergie spectrale de la série ACRU36 de la base de données CG-94. Elle présente un comportement d'invariance d'échelle visible qui n'est visible que jusqu'à l'échelle de 14 heures.	57
Figure 4-5. Résultats des β sur la gamme d'échelle de 10 minutes à un mois pour les données sélectionnées sur la base CG-94.	58
Figure 4-6. Illustration de l'invariance d'échelle et de la détermination $K(q)$	60
Figure 4-7. Illustration schématique de l'algorithme du DTM qui présente ses étapes principales	62
Figure 4-8. Illustration de détermination des valeurs d'exposant $K(q, \eta)$ (a) comme la pente de $\text{Log}(\langle \varepsilon_\lambda^{(\eta)q} \rangle)$ en fonction de $\text{Log}(\lambda)$ et l'index de multifractalité α (b) comme la pente de $\text{Log}(K(q, \eta))$ en fonction de $\text{Log}(\eta)$ dans l'analyse DTM.	63
Figure 4-9. Graphiques log-log des Moments Traces des séries de Rimbaud (a) et Orgeval (b). Les deux figures/séries présentent un comportement multifractal plutôt clair, mais le maintien d'invariance d'échelle jusqu'à la plus haute résolution (la plus courte durée = 5 minutes) pour seulement les séries d'Orgeval.	67
Figure 4-10. Graphiques log-log des Moments Traces des séries de Nîmes(a) et Saint Andre de Roquepertuis (b). Les deux séries présentent une rupture d'échelle claire à environ une heure. En effet les distributions de probabilité de leurs durées montrent la fréquence effective de mesure horaire au lieu de 5 minutes (voir la Figure 2-5a pour Nîmes).	67
Figure 4-11. Graphiques log-log des Moments Traces de la série de Mont Aigoual (a) avec la rupture d'échelle à environ 10 heures et la série de Marseille (b) avec le point de rupture d'échelle pas claire, en accord avec Figure 2-5b.	68
Figure 4-12. Graphiques log-log des Moments Doubles Traces des séries de Saint Andre de Roquepertuis (a) et d'Orgeval (b). La figure (a) présente une rupture d'échelle à environ une heure, alors qu'un comportement multifractal est présenté plutôt clairement sur la figure (b). Dans ces deux cas, ces courbes présentent un comportement multiscaling semblable à leurs homologues TM (voir Figure 4-10b et Figure 4-9b)	68

Figure 4-13. Courbes HDF des valeurs maximales annuelles pour la série d'Orgeval. Les symboles carrés correspondent à la durée horaire, les symboles ronds et triangles aux durées de 5 minutes. il y a une différence significative entre la courbe HDF obtenue à partir des précipitations observées (ronds) et celle obtenue à l'aide de la désagrégation uniforme des précipitations horaires (triangles).....	69
Figure 4-14. Schéma de résumé de 4 méthodes (TM 1, TM 2, DTM-IP et DTM-RR) d'estimation des paramètres multifractals α et C1.	71
Figure 4-15. Série Orgeval de la base MF-P5, (a) les courbes TM montrent un comportement visible d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environs 28 jours. (b) les courbes K(q) empiriques (les croix) et théoriques (ligne continue) correspondantes.	72
Figure 4-16. Série ARCU36 de la base CG-94, (a) les courbes TM montrent un comportement visible d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environs 28 jours. (b) les courbes K(q) empiriques (les croix) et théoriques (ligne continue) correspondantes.	72
Figure 4-17. Illustration d'estimation des paramètres α et C1 par la méthode TM1 pour la série d'Orgeval, les valeurs trouvées $\alpha = 0.8$ et $C1 = 0.38$	73
Figure 4-18. Résultats des paramètres α et C1 estimés par la méthode TM1 et TM2 pour les séries sélectionnées de la base MF-P5.	74
Figure 4-19. Résultats des paramètres α et C1 estimés par la méthode TM1 et TM2 pour les séries sélectionnées de la base CG-94,.....	74
Figure 4-20. Série d'Orgeval de la base MF-P5, (a) les courbes DTM, (b) la courbe K(q, η) permet de déterminer les paramètres α et C1 par la méthode DTM_IP (ligne rose) et DTM_RR (ligne bleu).	76
Figure 4-21. Série d'ARCU36 de la base CG-94, (a) les courbes DTM, (b) la courbe K(q, η) permet de déterminer les paramètres α et C1 par la méthode DTM_IP (ligne rose) et DTM_RR (ligne bleu), dans ce cas, 2 lignes rose et bleu sont confondues, ces 2 méthodes donnent donc les mêmes valeurs pour α et C1.....	76
Figure 4-22. Résultats des paramètres α et C1 estimés par la méthode DTM-IP et DTM-RR pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 (a) et CG-94 (b).....	78
Figure 4-23. Résultats des paramètres α et C1 estimés par 4 méthodes TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 (a) et CG-94 (b)	79
Figure 4-24. Corrélation des valeurs α (à gauche) et C1 (à droite) théoriques des simulations et celles retrouvées par les méthodes TM1, TM2, DTM-IR et DTM-RR (de haut en bas)	81
Figure 4-25. Courbe DTM (a) avec $\eta = 1$, les courbes K(q, η) sur deux gammes d'échelle (b): de 5 minutes à 28 jours (ronds) et de 5 minutes à 3 heures (croix).....	85
Figure 4-26. Incertitude d'estimation de paramètre α par la méthode DTM ,	86
Figure 4-27. Relation entre la courbe K(q) empirique (les croix) et celle théorique (ligne continue) correspondant aux valeurs α et C1 obtenues par la méthode TM1 (a) et par la méthode DTM-RR(b) pour la série d'Orgeval.	87
Figure 4-28. Courbe DTM, avec $\eta = 1$, de la simulation correspondant à $\alpha = 0.9$ et $C1 = 0.05$, le comportement d'invariance d'échelle sur toute gamme d'échelle est caractérisé par le coefficient de détermination $R^2 = 0.77$	88
Figure 5-1. Résultats des estimations de q_{crit} et q_s correspondant à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$ pour les séries sélectionnées de la base de données MF-P5. La petite différence entre q_s et q_{crit} montre à quel point ces estimations sont difficiles !.....	101

Figure 5-2. Résultats des estimations de q_{crit} et q_s correspondant à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$ pour les séries sélectionnées de la base CG-94. L'estimation serait suspect pour toutes les fois que $q_s < q_{crit}$	102
Figure 5-3. Courbe $K(q)$ empirique (croix) et théorique (continue) avec α et $C1$ estimés par la méthode DTM-RR pour la série de FONT05, $q_{crit} = 3.0$ correspond à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$. La ligne droite de la fonction $K(q)$ empirique est clairement au dessus la courbe théorique, ce qui n'est possible que pour la transition de phase multifractale de premier ordre, $q_D = q_{crit} = 3.0$	102
Figure 5-4. Courbe $K(q)$ empirique (croix) et théorique (continue) avec α et $C1$ estimés par la méthode DTM-RR pour la série d'Orgeval, $q_{crit} = 2.8$ correspond à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$	103
Figure 5-5. Schéma de l'algorithme d'estimation des paramètres q_s et q_D en se basant sur la comparaison des courbes $K(q)$ théorique et empirique.....	105
Figure 5-6. Probabilité de dépassement d'un seuil pour les pluies maximales annuelles (a) pour les durées 5 minutes, 1 heures, 1 jour et 3 jours et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (b) de la série 78orge14 de la base de données MF-P5. L'ajustement linéaire des queues de distribution donne les pentes correspondantes q_D	108
Figure 5-7. De même que la Figure 5-6, mais pour la série ARCU06 de la base de données CG-94.....	109
Figure 5-8. Synthèse de résultats de q_D estimées par l'ajustement linéaire des queues de distribution pour les pluies maximales annuelles pour 4 durées : 5 minutes (noir), 1 heure (bleu), 1 jour (rose) et 3 jours (rouge) pour les données sélectionnées de la base MF-P5	109
Figure 5-9. De même que la Figure 5-8, mais pour les données sélectionnées de la base CG-94.....	110
Figure 5-10. Résultats de q_D estimés par la distribution de probabilité pour les pluies maximales annuelles de 5 minutes (noir) et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (jaune), et par la courbe $K(q)$ (orange) pour les données sélectionnées de la base MF-P5.....	111
Figure 5-11. De même que la Figure 5-10, mais pour les données sélectionnées de la base CG-94.....	111
Figure 5-12. Analyse de sensibilité de q_{crit} : la courbe $K(q)$ empirique (les croix), les courbes $K(q)$ théoriques correspondent aux deux paramètres α et $C1$ qui augmentent de 0.01 (ligne rose) ou de 0.05 (ligne orange), et diminuent de 0.01 (ligne vert) ou de 0.05 (ligne bleue). La ligne noire est la courbe $K(q)$ théorique correspondant aux valeurs de α et $C1$ originales. Pour plus de commodité, les lignes verticales permettent de représenter les valeurs q_{crit} estimées qui correspondent aux cas de cette analyse.....	113
Figure 5-13. Distribution de D correspondant aux valeurs de q_D estimées par la distribution de probabilité pour les pluies maximales annuelles de 5 minutes (noir) et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (jaune) pour les séries sélectionnées de la base MF-P5.....	114
Figure 5-14. De même que la Figure 5-13, mais pour les séries sélectionnées de la base CG-94.....	115
Figure 5-15. Evolution temporelle des paramètres multifractals α (bleu noir), $C1$ (rose) et γ_s (bleu) de la série temporelle 78orge14 dans le département 78. La ligne orange correspond à l'ajustement linéaire des estimations de γ_s	116
Figure 5-16. De même que la Figure 5-15, mais pour la série temporelle ORLY20 dans le département 94.	117

Figure 6-1. Bloc diagramme représentant un karst synthétique (Source : Agence d'eau, Lyon, France, 1999).....	120
Figure 6-2. Cartes physiographiques présentent la localisation de 2 bassins versants karstiques Aliou (a) et Baget (b) dans le sud de la France. Le cercle indique la position de la station hydrométrique située à la sortie du bassin versant.....	124
Figure 6-3. Graphique log-log de $N(\ell)$ par rapport à ℓ pour la série de pluie Pal1-5, il montre une rupture d'échelle autour de 32h.....	126
Figure 6-4. Graphique log-log des spectres d'énergie pour la série de pluie Pal1-5, il présente un comportement d'invariance d'échelle assez visible sur la gamme d'échelle d'une heure à environs 21 jours.	127
Figure 6-5. Série Pal1-5 : les courbes TM (a) montrent une rupture d'échelle autour de 8 heures; les courbes $K(q,\eta)$ (b) permettent d'estimer α correspondant aux petites et grandes échelles; les courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) pour les petites échelles (c) et les grandes échelles (d);	128
Figure 6-6. Evolution des paramètres de α et $C1$ pour deux gammes d'échelle : de 30 minutes à 8 heures et de 8 heures à 21 jours. L'évolution de α est bien en accord avec celle de P_{max} , surtout pour les petites échelles.....	129
Figure 6-7. Graphiques log-log des spectres d'énergie pour les séries alj (a) et bgj (b). L'exposant du spectre β est estimée sur la gamme d'échelle allant de deux jour à 16 jours.....	131
Figure 6-8. Résultats d'analyse TM sur la gamme d'échelle allant d'un jour à 16 jours pour la série alj : (a) Graphiques log-log des Moments Traces ; (b) courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue).....	131
Figure 6-9. De même que la Figure 6-8, mais pour la série bgj.....	132
Figure 6-10. Graphiques log-log des spectres d'énergie pour les séries al3 du bassin versant Aliou (a) et bg1 du bassin versant Baget (b). Les deux figures correspondent respectivement à la rupture d'échelle autour d'un jour et deux jours.	133
Figure 6-11. Graphiques des Moments Traces des séries de débit de 30 minutes du bassin versant Aliou : les ruptures d'échelle à 32h pour la série al1 (a) ; à 16h pour al2 (b) et à 8h pour al3 (c).	134
Figure 6-12. Graphiques des Moments Traces des séries de débit de 30 minutes du bassin versant Baget: les deux séries bg1 (a) et bg2 (b) présentent une rupture d'échelle de 32h.	135
Figure 6-13. Graphiques des courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) correspondent aux petites échelles (à gauche) et grandes échelles (à droite) pour les séries (de haut en bas) al1, al2 et al3 du bassin versant Aliou.	136
Figure 6-14. De même que la Figure 6-13, mais pour les séries bg1 et bg2 du bassin versant Baget.....	137
Figure 6-15. Série bghres du bassin versant Baget: Graphiques du spectre d'énergie (a) et des courbes TM (a) montrent une rupture d'échelle autour d'une heure; courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) pour les petites échelles (c) et les grandes échelles (d).	138

1. Introduction

1.1. Problème général

La science hydrologique a pour objectif d'étudier le cycle de l'eau dans tous ses aspects. L'étude de l'hydrologie a été un domaine actif de recherche durant les trois dernières décennies. Elle s'étend de l'évaporation à la formation et la propagation des écoulements superficiels et souterrains. Ces études sont principalement orientées vers des réponses concrètes aux nombreuses demandes des aménageurs et des responsables locaux. Ces derniers sont en particulier préoccupés par la prédétermination et la prévision des inondations et des sécheresses, le dimensionnement des ouvrages, l'exploitation et la gestion des ressources en eau, l'assainissement urbain et le drainage des terres agricoles.

Suite aux impacts hydrologiques du changement climatique, qui pourraient provoquer des catastrophes graves, en particulier dans le milieu urbain, plusieurs actions et réflexions ont été proposées dans les milieux scientifiques. Les études qui sont orientées vers une meilleure gestion des ressources en eau et une meilleure évaluation des risques sont devenues une préoccupation majeure de la recherche hydrologique. Avant la réalisation de toute étude, les hydrologues commencent par la récolte de mesures et d'observations de certains phénomènes physiques ayant trait à l'eau pour étudier leurs propriétés. L'élaboration de modèles opérationnels de gestion des ressources en eau, de modèles pluie-débit ou de dimensionnement d'ouvrage ne constituent que la phase finale du travail des hydrologues. Il importe de caractériser la structure sous-jacente des phénomènes.

Cependant, on ne possède actuellement qu'une compréhension partielle des mécanismes physiques du champ de pluie (Cho, 1985). En effet, la pluie est, par sa constitution même en gouttes discrètes tombant de façon intermittente, un phénomène extrêmement variable et discontinu autant dans l'espace que dans le temps. Par ailleurs, la mesure et l'enregistrement des données peuvent introduire des problèmes liés à l'incompréhension de la physique du phénomène pluvieux. La mesure est généralement effectuée en collectant des séries temporelles de variables hydrologiques telles que par exemple des cumuls de pluie ou des débits de rivières. Or ces variables résultent d'une intégration en temps ou en espace et ne

rendent pas compte de la grande discontinuité du phénomène. De plus, la plupart des séries ne couvrent qu'une période courte, par exemple quelques décennies, et rarement une centaine d'année ou plus.

En effet, la pluie présente une très forte hétérogénéité sur une large gamme d'échelles spatio-temporelles. Ceci est l'inconvénient des méthodes traditionnelles (Pour voir une revue sur les méthodes traditionnelles: de Lima, 1998). Ces dernières sont donc obligées d'introduire des troncatures d'échelle et des paramétrisations ad hoc. Plusieurs méthodes sont aussi souvent abusées car leur applicabilité limitée à des échelles différentes n'est pas prise en considération. Dans l'hydrologie, de telles questions d'échelle sont très importantes et influencent sur d'autres processus hydrologiques (Klemes, 1983; Sivapalan et Kalma, 1995; Bergström et Graham, 1998). Le problème de l'échelle a par ailleurs été considéré comme un problème majeur en suspens dans l'hydrologie (National Research Council, 1991). Une autre question concerne la résolution spatiale et temporelle pour les données collectées telles que l'adéquation de la résolution et la qualité de la résolution effective. Même quand les problèmes de ce type ne sont pas abordés explicitement, ils sont toujours au cœur de la recherche et de l'application en hydrologie. Il y a donc un besoin général d'une meilleure compréhension de la variabilité des processus hydrologiques, notamment des précipitations.

Depuis les années 1980, de nombreuses études ont montré qu'en hydrologie (Lovejoy et Mandelbrot, 1985; Lovejoy et Schertzer, 1985; Schertzer et Lovejoy, 1987; Hubert et Carbonnel, 1988; Tessier et al., 1988; Hubert et Carbonnel, 1989) ainsi que dans de nombreux domaines géophysiques telles que turbulence, circulation atmosphérique, formation des nuages, courants océaniques, propagation des polluants, tornades, éruptions volcaniques et séismes (Lovejoy, 1983; Mandelbrot, 1983; Schertzer et Lovejoy, 1985b, a, 1987, 1989), les processus physiques qui sont régis par des dynamiques non-linéaire présentent des caractéristiques d'invariance d'échelle. Cette dernière est un concept bien connu en physique et est basée sur l'invariance de propriétés à travers des échelles. L'invariance d'échelle conduit à une classe de règles d'échelle (lois de puissance) caractérisée par des exposants d'échelle. Ceci permettrait une relation de la variabilité entre différentes échelles.

L'invariance de propriétés peut être mathématiquement étudiée en utilisant des théories fractales et multifractales. En fait, ces théories ont évolué de la théorie fractale à celle multifractale. Elles sont basées sur la reconnaissance du type de la variabilité des processus

existant pour une gamme d'échelles. Dans les deux dernières décennies, ces théories ont reçu une attention considérable par la communauté scientifique pour étudier des processus géophysiques.

1.2. Mesures des précipitations et erreurs de mesure

La mesure des précipitations est l'une des plus complexes en météorologie car on observe une forte variation spatiale selon le déplacement de la perturbation, le lieu de l'averse, la topographie et les obstacles géographiques locaux gênant sa captation. On exprime généralement les précipitations en hauteur ou lame d'eau précipitée par unité de surface horizontale (mm). Si on rapporte cette hauteur d'eau à l'unité de temps, il s'agit d'une intensité (mm/h). La précision de la mesure est au mieux de l'ordre de 0,1 mm. Les méthodes différentes ont été développées pour mesurer les précipitations. Les plus classiques sont les pluviomètres et les pluviographes. Au contraire de ces mesures directes, il existe aussi des méthodes de mesures indirectes fondées sur les méthodes radar et les systèmes d'observation satellites. Ces dernières permettent de décrire la variabilité spatiale de la pluie qui n'est accessible que par des réseaux denses de pluviomètres ou de pluviographes.

Une question remarquable qui résulte des méthodes et des dispositifs utilisés pour mesurer les précipitations est l'adéquation des données collectées pour de nombreuses études hydrologiques et des applications. Cette question concerne la résolution de mesure dont dépend fortement la variabilité de la pluie.

Nous présentons au-dessous quelques méthodes de mesure des précipitations telles que par le pluviomètre, la pluviographe, le radar et la satellite.

- **Mesure pluviométrique:** Ce sont les mesures le plus couramment utilisées. Le pluviomètre est le dispositif de base de la mesure des précipitations liquides ou solides.. Il indique la pluie globale précipitée dans l'intervalle de temps séparant deux relevés. L'eau de pluie est recueillie sur une surface de quelques cm^2 et accumulée dans un réservoir. Le pluviomètre est généralement relevé une fois par jour (mais parfois de l'ordre de la saison). La résolution temporelle est donc égale au pas de temps de mesure et la résolution spatiale est de quelques cm^2 , mais ces mesures sont assimilées à des mesures ponctuelles en pratique.

Un pluviomètre se compose d'une bague à arête chanfreinée, l'orifice qui surmonte un entonnoir conduisant au récepteur. Pour uniformiser les méthodes et minimiser les erreurs,

chaque pays a dû fixer les dimensions des appareils et les conditions d'installation. Chaque pays a pourtant son type de pluviomètre, dont les caractéristiques sont toutefois peu différentes. En France, c'est le type SPIEA qui est utilisé avec une surface réceptrice de 400 cm²; en Suisse, c'est le pluviomètre de type Hellmann, d'une surface de 200 cm².

Les erreurs sont principalement dues au vent, à des effets d'écran, à l'évaporation et parfois liées à l'obstruction ou au débordement de l'appareil.

- **Mesure pluviographique:** C'est une mesure un peu moins simple que la précédente. Le pluviographe se distingue du pluviomètre en ce sens que la précipitation, au lieu de s'écouler directement dans un récipient collecteur, passe d'abord dans un dispositif particulier (réservoir à flotteur, augets, etc) qui permet l'enregistrement automatique de la hauteur instantanée de précipitation. L'enregistrement est permanent et continu, et permet de déterminer non seulement la hauteur de précipitation, mais aussi sa répartition dans le temps donc son intensité. Les pluviographes fournissent des diagrammes de hauteurs de précipitations cumulées en fonction du temps. Il en existe deux types principaux utilisés en Europe.

- + *Le pluviographe à siphon* : L'accumulation de la pluie dans un réservoir cylindrique est enregistrée par l'élévation d'un flotteur. Lorsque le cylindre est plein, un siphon s'amorce et le vide rapidement. Les mouvements du flotteur sont enregistrés par un tambour rotatif à vitesse constante, entouré d'un papier, et déterminent le tracé du pluviogramme.

- + *Le pluviographe à augets basculeurs*: Cet appareil comporte, en dessous de son entonnoir de collecte de l'eau, une pièce pivotante dont les deux compartiments peuvent recevoir l'eau tour à tour (augets basculeurs). Quand un poids d'eau déterminé (correspondant en général à 0,1 ou 0,2 mm de pluie) s'est accumulé dans un des compartiments, la bascule change de position: le premier auget se vide et le deuxième commence à se remplir (Figure 1-1). Les basculements sont comptés soit mécaniquement avec enregistrement sur papier enroulé autour d'un tambour rotatif, soit électriquement par comptage d'impulsions: appareil permettant l'acquisition d'événements en temps réel, développé par l'HYDRAM¹ en 1983. Les pluviographes à augets basculeurs sont actuellement les plus précis et les plus utilisés.

¹ Laboratoire d' Hydrologie et Aménagements, l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

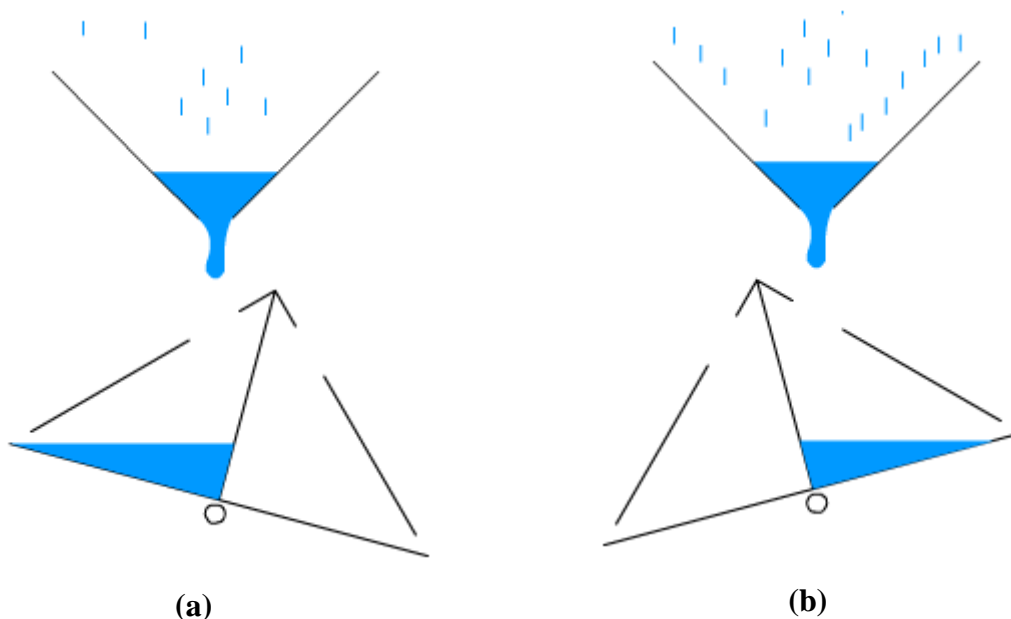


Figure 1-1. Principe des augets basculeurs: (a) l'auget gauche se remplit et l'auget droit se vide, (b) l'auget gauche se vide et l'auget droit se remplit (Source: Musy, 2005).

La résolution spatiale est aussi considérée comme ponctuelle, tandis que la résolution temporelle varie de 1 à 15 minutes. Les sources d'erreurs sont identiques aux précédentes mais elles peuvent aussi être dues à la saturation de l'auget qui impose une borne supérieure aux mesures.

- **Mesure par spectro-pluviomètre optique:** Son principe est basé sur l'atténuation produite par les gouttes de pluie lors de leur passage dans un faisceau lumineux. Le disdromètre, ou compteur de gouttes, donne aussi accès à la granulométrie des gouttes par des procédés optiques ou acoustiques.

- **Mesures radar** (Radio Detection And Ranging): Le radar est devenu un dispositif d'investigation et de mesure actif en physique de l'atmosphère. Il émet un rayonnement incident pour mesurer la réflectivité radar Z . Celle-ci est ensuite convertie en intensité de pluie R par la relation dite de Marshall Palmer $Z = A \times R^b$, où A et b sont des coefficients calculés par une calibration utilisant des données au sol issues d'un réseau de pluviomètres. Cette relation est fondée sur des hypothèses très fortes telles qu'une répartition homogène des gouttes, une forme de goutte sphérique et une intensité de pluie constante (Andrieu, 1986; Bourel, 1994; Chaouche, 2001). Le Tableau 1-1 présente un exemple de digitalisation (celle effectuée par Météo-France) : des « niveaux radar » représente des gammes de réflectivité

radar et donc d'intensité de pluie (via la relation Marshall-Palmer que nous discuterons plus loin).

Tableau 1-1. Correspondance entre Niveau radar, Réflectivité radar et Intensité de pluie

Niveau Radar (sans unité)	Réflectivité Z (dBz)	Intensité R (mm/h)
0	$Z < 8$	$R < 0.2$
1	$8 \leq Z < 16$	$0.2 \leq R < 0.4$
2	$16 \leq Z < 20$	$0.4 \leq R < 0.6$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
51	$68 \leq Z < 69$	$648.4 \leq R < 748.8$
52	$69 \leq Z < 70$	$748.8 \leq R < 864.7$
53	$Z \geq 70$	$R \geq 864.7$

Plusieurs erreurs découlent de la relation R-Z. La relation de Marshall Palmer est non linéaire, ce qui implique que les coefficients de calage A et b varient par le changement d'échelle. On recense dans la littérature plus d'une centaine de couples (A, b). D'autres sources d'erreurs peuvent être dues à la mesure de réflectivité (présence d'obstacles, de masques, dépôts sur l'antenne...), ou aux écarts entre la pluie au sol et la pluie en altitude. Malgré l'incertitude des résultats, le radar est un des seuls dispositifs permettant la mesure en temps réel sur l'ensemble d'un bassin versant et il est, par conséquent, très utile pour la prévision en temps réel. Il permet une bonne représentation des phénomènes dans un rayon d'environ 100 km.

- **Mesures par satellite** : Les satellites sont généralement des dispositifs passifs. Ils captent des radiations provenant de la terre essentiellement selon deux gammes d'onde:

- + L'infrarouge: l'analyse d'une image IR permet de distinguer les pixels froids des autres. Leur nombre peut être relié à une quantité d'eau précipitée en se basant sur le fait que les cellules convectives intenses sont plus froides que les sommets des nuages avoisinant (à haute altitude). Dans le cas de cellules convectives relativement isolées, ces relations sont bien explicitées. Par contre, dans le cas de nuages stratiforme ou de forçage orographique, ces

relations sont quasi-inexistantes (Bourel, 1994). La résolution spatiale s'étend de 5 à 10 km de côté et la résolution temporelle est de l'ordre de la demi-heure.

+ Les micro-ondes: C'est un système actif puisqu'il consiste à embarquer un radar sur un satellite à orbite polaire. Ce système sert à sonder les nuages. La résolution spatiale est de l'ordre de 20 km et la résolution temporelle est de 12 heures.

Les résolutions en espace et en temps des satellites sont cependant grandes pour les besoins de l'hydrologie. Mais cette technique de mesure est en cours de l'amélioration, puisque les satellites de la nouvelle génération atteindront une taille de pixel de l'ordre de quelques mètres. D'autre part, les passages des satellites sont peu nombreux et s'effectuent toujours à la même heure.

1.3. Démarche des multifractals pour des études de l'hydrologie

Les champs hydrologiques sont des processus non-linéaires qui présentent une extrême variabilité sur une grande gamme d'échelles spatio-temporelles (Sposito, 1998; Tchiguirinskaia et al., 2004). Leurs structures s'étendent de quelques millimètres à une dizaine de milliers de kilomètres dans l'espace et couplées à des échelles de temps allant de quelques secondes à des ères géologiques (Lovejoy et Schertzer, 1991). Le rapport d'échelle peut ainsi facilement atteindre 10^9 . Ceci est particulièrement le cas pour le champ de pluie, où la distribution des gouttes est inhomogène jusqu'aux échelles submétriques (Lovejoy et Schertzer, 1990b; Desaulniers-Soucy et al., 2001; Lilley et al., 2006), tandis que les extérieurs de champs nuage est de l'ordre de l'échelle planétaire (Lovejoy et al., 2001; Lovejoy et Schertzer, 2006).

Ceci présente l'incapacité des méthodes traditionnelles de traiter directement une si large gamme d'échelles (Schertzer et al., 2007). De prime abord, cette forte variabilité hydrologique nous paraît difficile à appréhender. Mais, plutôt que de la considérer comme une difficulté à plus ou moins contourner, on peut au contraire tenter de la considérer comme un phénomène fondamental pouvant receler un élément de simplification importante: une symétrie d'échelle. En effet, la façon la plus simple de comprendre cette variabilité – mais encore faut-il avoir les notions et concepts nécessaires – est de considérer qu'il y a un processus élémentaire et invariant d'échelle qui reproduit, d'échelle en échelle, cette variabilité. Ce processus peut être physiquement défini par les interactions non-linéaires entre

les structures des différentes échelles. On peut ainsi espérer passer de la statistique à la physique statistique de façon similaire, mais dans un contexte nettement plus complexe (Schertzer et al., 2006).

Il n'est donc pas surprenant que les approches d'invariance d'échelle sont stimulées très fortement dans l'hydrologie (Schertzer et Lovejoy, 1991a; Lovejoy et Schertzer, 1995; Rodriguez-Iturbe et Rinaldo, 1997; Sposito, 1998; Schertzer et al., 2002). L'idée générale est que la recherche de propriétés d'invariance à travers des échelles comme ordres cachés fondamentaux dans les phénomènes hydrologiques devrait guider le développement de l'analyse des données et des méthodes de modélisation (National Research Council, 1991). En effet, les lois d'invariance d'échelle en hydrologie ont été particulièrement attentives depuis les années 1950 (Hurst, 1951; Miller et Miller, 1955a; 1955b; Hack, 1957). Les notions d'invariance d'échelle ont été profondément rajeunies à l'aide de concepts et de modèles fractals (Mandelbrot et Wallis, 1968, 1969; Lovejoy et Mandelbrot, 1985; Lovejoy et Schertzer, 1985; Feder, 1988; Falconer, 1990) et beaucoup plus loin à l'aide de concepts multifractals et de modèles multiplicatifs (Schertzer et Lovejoy, 1983, 1987; Gupta et Waymire, 1993).

Les théories fractale et multifractale ont été utilisées pour étudier plusieurs processus et systèmes naturels, y compris les précipitations et les débits. Ceci est bien documenté dans la littérature (pour une revue: de Lima, 1998). La possibilité de caractériser et de modéliser la variabilité des précipitations à travers des échelles et non plus à une échelle donnée, a commencé par l'utilisation de la théorie fractals (Lovejoy, 1982; Tessier et al., 1988; Hubert et Carbonnel, 1989; Lovejoy et Schertzer, 1990b; Hubert et Carbonnel, 1991; Olsson et al., 1992) et a ensuite évolué vers l'utilisation de la théorie multifractale (Lovejoy et al., 1987; Lovejoy et Schertzer, 1990a; Hubert et al., 1993; Ladoy et al., 1993; Tessier et al., 1993; Hubert, 1995; Hubert et al., 1995; Lovejoy et Schertzer, 1995; Olsson, 1995; Burlando et Rosso, 1996; Harris et al., 1996; Olsson, 1996; Olsson et Niemczynowicz, 1996; Svensson et al., 1996; Tessier et al., 1996; Bendjoudi et al., 1997; de Lima, 1998; de Lima et Grasman, 1999; Deidda et al., 1999; Kiely et Ivanova, 1999; Schmitt et Nicolis, 2002; Veneziano et Furcolo, 2002; Nykanen et Harris, 2003; Biaou, 2004; Deidda et al., 2006; Kantelhardt et al., 2006; Lovejoy et Schertzer, 2006; Venugopal et al., 2006; Bernardara et al., 2007; Garcia-Marin et al., 2007; Langousis et Veneziano, 2007; Royer et al., 2008; de Lima et de Lima, 2009; de Montera et al., 2009).

Le débit, issu d'une transformation complexe des pluies par le bassin versant, constitue aussi une variable potentielle d'étude. Les comportements d'échelle du réseau hydrographique et du bassin versant, connus depuis Horton (1932), ont été étudiés en se basant sur un formalisme fractal (La Barbera et Rosso, 1989; Marani et al., 1991). Pourtant, la littérature portant sur la caractéristique multifractale des débits reste moins abondante et plus récente (Tessier et al., 1996; Pandey et al., 1998; Hubert et al., 2002b; Labat et al., 2002b; Tchiguirinskaia et al., 2002; Majone et al., 2004; Tchiguirinskaia et al., 2004; Hubert et al., 2005; Kantelhardt et al., 2006; Koscielny-Bunde et al., 2006; Tchiguirinskaia et al., 2007)

1.4. Cadre de l'étude

Ce travail se déroule dans le cadre de quatre projets : MHYM, GARP-3C, MSP, SMARTeST. Le projet de la collaboration scientifique entre l'Ecole des Ponts ParisTech sur la Multiplicité d'échelles en HYdrologie et MÉtéorologie (MHYM). Le projet sur la Gestion de l'Assainissement de la Région Parisienne dans le Contexte du Changement Climatique (GARP-3C), qui est coordonné par le LEESU et a pour partenaires CG93, CG94, IPSL/LMD et Météo-France/CNRM. Il est un des projets de recherche du Réseau de Recherche sur le Développement Sostenable en région Île de France (R2DS). Son objectif est d'évaluer les évolutions à préparer pour les services d'assainissement dans le contexte du changement climatique. Il faut à la fois réduire considérablement les présentes incertitudes sur l'évolution des extrêmes hydrologiques, et dans le cadre des incertitudes résiduelles, commencer à évaluer les enjeux scientifiques et socio-techniques posés aux services de gestion de l'eau, particulièrement à ceux de la région parisienne. La prévention des inondations et la réduction de leurs conséquences, lors que l'on atteint la crise du système de gestion, représentent dans un tel secteur un enjeu économique et social majeur. Pour répondre à ces questions, on mobilise une grande variété de modèles et de données pour couvrir l'énorme gamme d'échelles spatio-temporelles qui sont en jeu (de la minute au siècle, du mètre aux échelles planétaires), ainsi que les techniques d'analyse permettant de traverser ces échelles pour cerner l'évolution des extrêmes et de leurs conséquences au niveau de la gestion de l'eau.

Le projet de la collaboration scientifique entre l'Ecole des Ponts ParisTech et le Cemagref⁽²⁾ porte sur la Modélisation Stochastique de la Pluie (MSP). Enfin le projet EU-FP7 SMARTeST (Smart Resilience Technology, Systems and Tools) porte sur le thème

² Institut de recherche finalisée de référence pour la gestion durable des eaux et des territoires

«Technologies for improved safety of the built environment in relation to flood events» sur lequel collabore dix institutions de recherche européennes, dont l'Ecole des Ponts ParisTech. Ce projet cherche à développer des technologies et des produits innovants et intelligents, et à introduire de nouveaux systèmes. Il se penche spécialement sur des solutions efficaces des systèmes dans l'environnement urbain. Le projet aboutira à la production de la génération prochaine de la technologie résiliente aux inondations. Une telle technologie peut être fondée sur des systèmes intelligents qui intègrent la technologie des capteurs, le contrôle automatique, les matériaux innovants et des niveaux élevés de performance. Cette innovation permettra d'améliorer l'efficacité en particulier dans le cas des inondations pluviales et soudaines où le temps de réponse extrême court nécessite le déploiement automatique de ces systèmes. Le projet aboutira à l'élaboration des documents d'orientation pour valider la performance de la technologie résiliente aux inondations et dans des études expérimentales des produits résilients aux inondations d'aujourd'hui. Ils peuvent être la base pour l'élaboration de normes nationales. Les études de cas seront menées dans plusieurs grandes villes européennes. La ville de Paris est un cas d'étude. Les études de cas seront utilisées comme instruments pour la recherche sur les systèmes et la mise en œuvre de la technologie résiliente aux inondations.

Un des buts communs de ces quatre projets est d'exploiter, sur une grande gamme d'échelles, les lois d'échelle des précipitations qui caractérisent la très forte hétérogénéité spatio-temporelle des précipitations.

1.5. Objectifs de la thèse

La très forte hétérogénéité spatio-temporelle des précipitations est considérée comme l'obstacle principal à une meilleure gestion des ressources en eau et une meilleure évaluation des risques. En effet, cette hétérogénéité est classiquement sous-estimée et introduit ainsi des biais majeurs dans les modèles pluie-débit. De plus, le changement de pas de temps de ces modèles demande des modifications importantes, qui ne se limitent pas à des problèmes de calibration. Plus récemment la variabilité des débits a commencé à faire l'objet d'investigations similaires. L'objectif de cette thèse est de caractériser les lois d'échelle de la pluie et du débit, qui sont la source de cette hétérogénéité. Par ailleurs, les méthodes de mesure et d'enregistrement peuvent en effet introduire des problèmes de la qualité des données. Ceci pourrait provoquer des difficultés pour déterminer les lois d'échelle.

Cette thèse vise plus précisément les objectifs suivants:

- Sur une grande base de données: il est nécessaire d'accentuer le problème de la qualité des données, puis qualifier la qualité des données et sélectionner les données ayant la qualité requise; étudier des influences de la qualité des données sur la loi d'échelle de la pluie. Dans ce sens, cette thèse se donne comme objectif de construire un logiciel permettant de répondre à des demandes posées.
- Pour les données sélectionnées à haute résolution temporelle: il faut caractériser les lois d'échelle et les comportements extrêmes, déterminer des paramètres multifractals entrant dans la construction de différents modèles; puis les comparer à ceux des simulations. Evaluer des incertitudes d'estimation des paramètres.
- L'étude de la relation pluie-débit en se basant sur leur comportement de la loi d'échelle et leurs caractéristiques multifractales pour le modèle pluie-débit, avec le cas d'étude pour le bassin versant karstique.

La démarche de cette thèse est consacrée à la mise en œuvre des analyses multifractales à un grand nombre des données étudiées, alors nous ne présentons que les fondements principaux de cette théorie. Afin de réaliser ces analyses, surtout dans la perspective d'utiliser ultérieurement, telle que l'application sur d'autres bases de données, cette thèse se fixe également pour objectif de mettre en place des outils logiciels permettant d'analyser des séries issues de différentes bases de données.

1.6. Plan de la thèse

Le manuscrit de la thèse s'organise en sept chapitres.

Après ce premier chapitre d'introduction, nous commençons dans le deuxième chapitre en présentant les différentes bases de données utilisées, à savoir, les bases de données MF-P5 et MF-P6 qui sont fournies par la Météo-France, celle CG-94 fournie par le Conseil général du département 94 de la France. Dans ce chapitre, nous nous penchons sur le problème de la qualité des données et comment quantifier sa qualité et sélectionner les données ayant la haute qualité. La théorie fractale est ensuite introduite. Nous abordons la relation entre la qualité des données et leurs propriétés fractales.

Le troisième chapitre s'articule autour des simulations multifractales. Il se penche sur les propriétés multifractales des cascades et les modèles de cascade, puis sur la distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes pour les simulations.

Le quatrième chapitre est consacré à l'analyse du comportement d'invariance d'échelle et à la détermination des paramètres multifractals. Tout d'abord, l'analyse spectrale est présentée. Nous rappelons également les techniques d'analyse multifractale et mettons en évidence l'influence de la qualité des données sur le comportement d'invariance d'échelle. Ensuite, ce chapitre se penche sur les méthodes de détermination des paramètres multifractals, en particulier sur l'amélioration de méthode. Ces méthodes sont appliquées aux données réelles sélectionnées à haute résolution et aux données de simulation pour déterminer les paramètres et pour la sélection de méthode. Enfin, nous présentons les incertitudes sur l'estimation de ces paramètres.

Le cinquième chapitre se penche sur les comportements extrêmes des précipitations. Il présente rapidement la théorie classique des extrêmes et principalement la transition de phase multifractale et la détection de l'évolution des extrêmes. Les méthodes d'estimation des paramètres de la transition de phase multifractale sont appliquées aux données sélectionnées. Nous discutons alors des résultats obtenus pour ces paramètres et également de la détection des impacts hydrologiques du changement climatique.

Le sixième chapitre présente d'abord les caractéristiques et l'importance des systèmes karstiques. Les analyses multifractales sont ensuite réalisées pour caractériser la structure de la pluie et du débit sur deux bassins versants karstiques Aliou et Baget, qui se trouve dans la chaîne Pyrénéenne française. Nous discutons sur la relation pluie-débit en se basant sur leurs caractéristiques multifractales. Ceci est la base majeure d'un modèle pluie-débit pour le bassin versant karstique.

Enfin, le septième chapitre présente les conclusions, ainsi que les perspectives de cette thèse.

2. Problème de la qualité des données

2.1. Introduction : quel est le problème ?

L'hydrologie, notamment en milieu urbain, exige des statistiques fiables pour des durées de plus en plus courtes et pour des périodes de retour de plus en plus grandes. Celles-ci ne peuvent être obtenues que sur les longues séries temporelles à haute résolution (Berndtsson et Niemczynowicz, 1988; Niemczynowicz, 1999; Ogden et al., 2000). Les exigences concernant les résolutions temporelles et spatiales des données pluviométriques pour l'hydrologie urbaine ont été discutées et quantifiées par Schilling (1991); Berne et al. (2004). Des études préliminaires (Berggren, 2007; Olofsson, 2007) ont montré que le nombre d'inondations estimé était plus faible lors de l'utilisation de données à faible résolution temporelle, comparés à ceux obtenus à l'aide des données à haute résolution.

Une difficulté supplémentaire résulte du fait que les méthodes d'enregistrement et/ou d'archivage sont très souvent basées sur l'idée d'une séquence des épisodes de précipitations soi-disant « homogènes », c'est-à-dire, des épisodes dont les intensités de pluie plus ou moins constantes, et la fréquence effective de mesure peut introduire des problèmes de qualité de ces séries (Fankhauser, 1997, 1998; La Barbera et al., 2002) et donc fausser des estimations en introduisant, par exemple, des fausses ruptures de lois d'échelle. Ces estimations biaisées peuvent avoir des conséquences dramatiques pour l'hydrologie opérationnelle qui est de plus en plus axée sur les estimations à courtes durées. Par exemple, jusqu'en 1985, en France, ainsi que dans de nombreux autres pays européens, la plupart des données de précipitation ont été enregistrées sur graphiques de papier. Kvicera et al. (2005) a montré que le même graphique de papier d'enregistrement peut être déchiffré par différents experts de manière sensiblement différente (Figure 2-1). En effet, la méthode générale de lecture graphique correspond à une transcription du graphique d'enregistrement à une série des segments ayant des pentes près de « constantes », qui correspondent à une série des soi-disant « épisodes de précipitations homogènes », qui sont censées avoir une intensité constante. Toutefois, les critères définissant une pente comme étant constante, appartient au domaine de l'expertise « humaine » pure, par conséquent cette décomposition en une série des épisodes homogènes est toujours discutable. Une mesure précise des précipitations pendant les événements extrêmes reste une tâche

compliquée, en raison de nombreuses limites graphiques. Le passage à l'enregistrement électronique était destiné à améliorer sensiblement la précision des données à haute fréquence. Malheureusement, le stockage des données compressées et les données correspondantes de pré-traitement sont restés plutôt les mêmes et ont donc maintenu des incertitudes similaires à celles de la transcription graphique. Une étude préliminaire d'un ensemble de 10 séries chronologiques sur la base de données de la France, Hoang (2008) a mis en évidence le déficit en épisodes de courte durée. La compréhension dans une certaines mesures de ce déficit a entraîné dans certains cas, une reconstruction partielle des séries temporelles des pluies à plus hautes fréquences, alors que ces données étaient encore disponibles. Les séries temporelles comportant un mélange de fréquences peuvent introduire des inhomogénéités artificielles qui pourraient souvent être responsable des ruptures de loi d'échelle dont nous discuterons après.

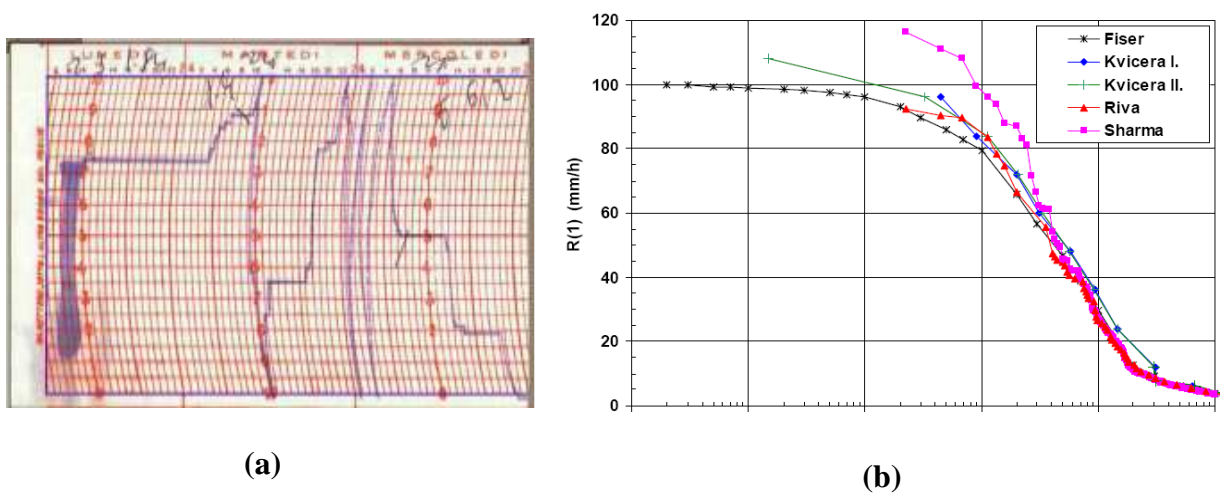


Figure 2-1. Graphique de papier d'enregistrement des précipitations (a), les distributions cumulatives des intensités basées sur la même donnée d'entrée (b). Les résultats obtenus sont différents et dépendent de la méthode de traitement (d'après Kvicera et al. (2005)).

Car la loi d'échelle des données hydrologiques est particulièrement importante pour plusieurs applications (Tchiguirinskaia et al., 2004; Aronica et Freni 2005; Kundu et Bell, 2006) et afin de ne pas fausser la calibration ou la validation des modèles, la quantification de la qualité des données est donc nécessaire. Les résultats statistiques des précipitations obtenus sur les données sélectionnées et ayant la qualité requise seraient plus robustes et plus fiables pour l'hydrologie opérationnelle.

2.2. Bases des données

2.2.1. Base de données MF-P5 et MF-P6

La première base de données (dénommée « MF-P5 ») correspond à des séries pluviométriques qui ont été mesurées par des augets basculants. Ces données ont été compactées sous la forme d'épisodes considérés comme homogènes et dont la durée est un multiple de 5 minutes. Cette base de données est utilisée par le Cemagref pour le calage de modèle hydrologiques SHYPRE ⁽³⁾ (Arnaud et Lavabre, 1999) utilisés à l'échelle horaire pour l'estimation des quantiles à haute résolution temporelle.

Une particularité de la base de données MF-P5 est que les estimations d'accumulation des précipitations 5 minutes étant disponibles en raison des expériences de mesure particulière sur certaines périodes limitées de temps, ont été intégrés dans la base de données des précipitations horaires originales.

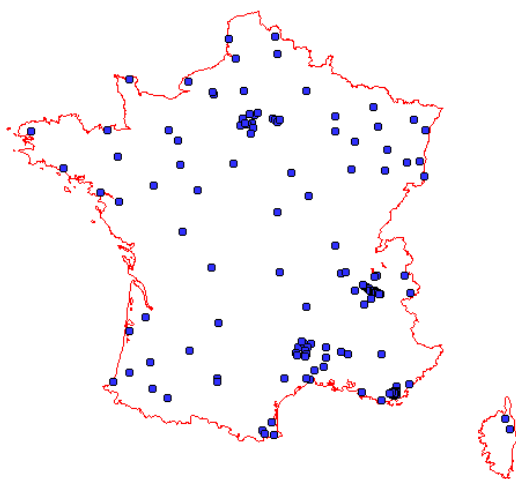


Figure 2-2. Les stations météorologiques (points bleus) enregistrées dans la base de données MF-P5 concernant l'ensemble de la France.

Cette base de données comprend 166 séries fournies par Météo-France. Ces stations sont assez bien réparties en France. Toutefois, leur densité est plus forte dans quelques régions où les cas d'inondations sont particulièrement importants, comme par exemple dans la région Méditerranéenne (Figure 2-2). La longueur de ces séries est très inégale, elle va de 6 ans à 88 ans (Figure 2-3). Les données disponibles correspondent à une compression des séries d'augets basculants originales.

³ Simulation d'HYdrogrammes pour la PREdétermination des crues

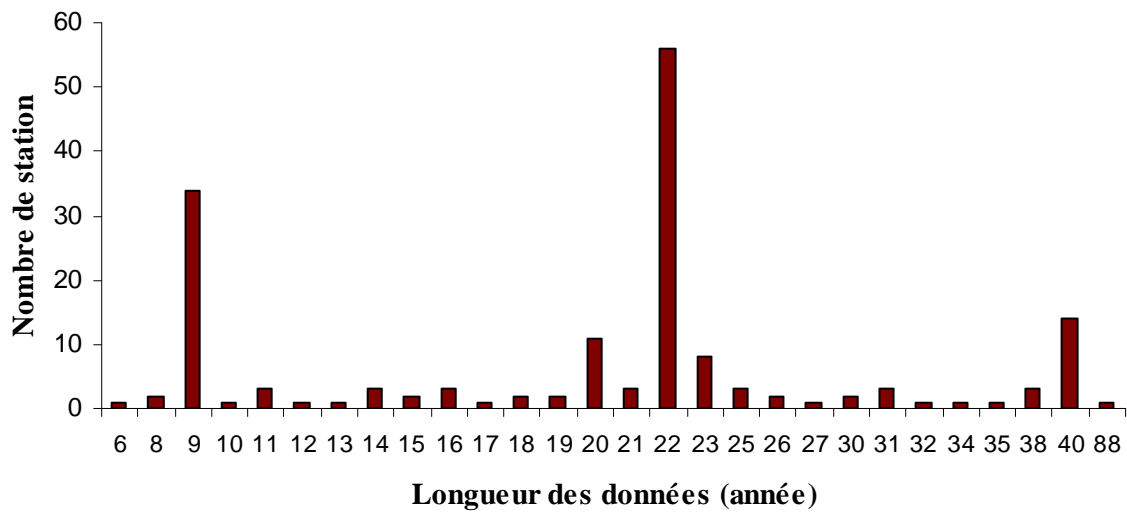


Figure 2-3. Histogramme du nombre de stations avec la longueur des données correspondantes sur la base de données MF-P5.

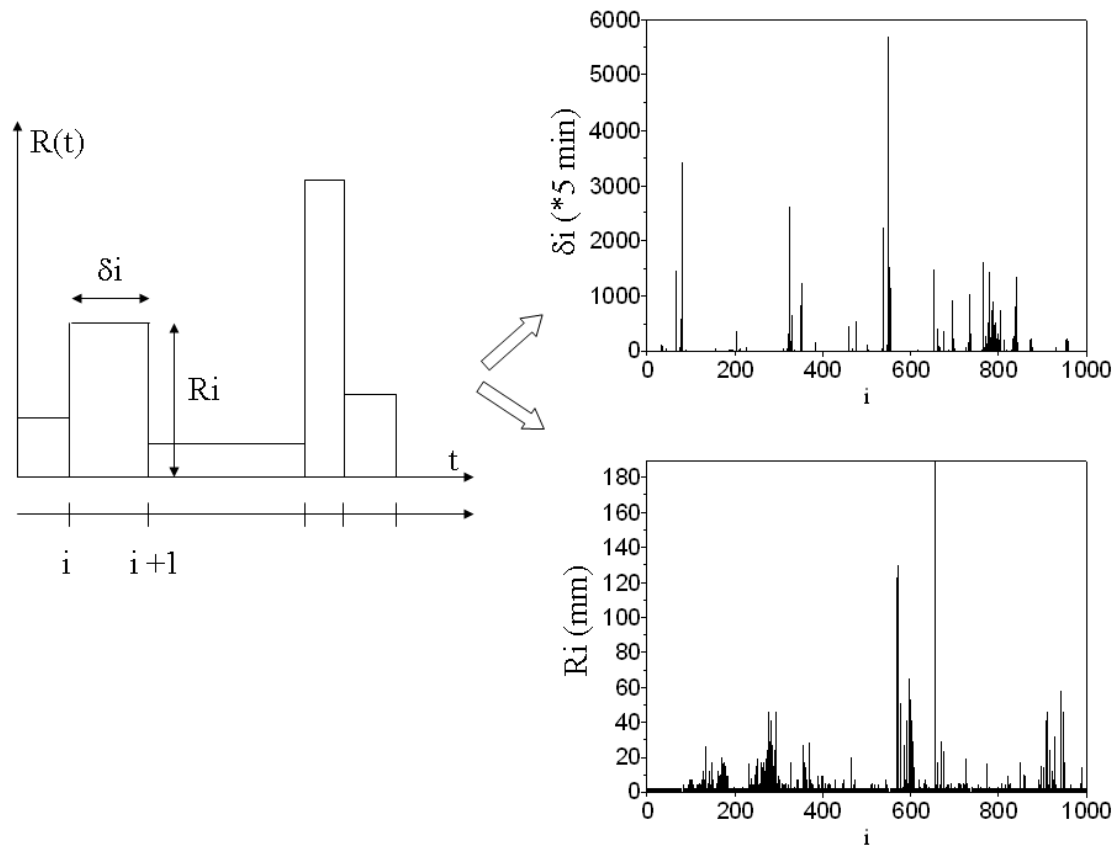


Figure 2-4. Illustration de l'extraction des épisodes des précipitations « homogènes » de la série temporelles originale Rimbaud.

Comme la Figure 2-4 l'illustre, la série temporelle originale des précipitations a d'abord été transformée en une série d'épisodes successifs de précipitations « homogènes », c'est-à-dire des épisodes dont le taux de pluie varie de moins de 10%. La durée des épisodes « homogènes » est un multiple de 5 minutes. Un avantage évident d'une telle compression de données est la diminution appréciable du volume de données par rapport aux séries pluviométriques conservées avec une augmentation constante de temps. Les séries des épisodes homogènes correspondent donc à une série couplée des durées discrètes de pluie δ_i et des intensités discrètes de pluie R_i ($i=1, N$). Les deux séries présentent une forte variabilité qui, dans une certaine mesure, ont un sens opposé (Figure 2-4): les valeurs les plus élevées de durée δ_i correspondent généralement aux "zéros" des précipitations (c'est-à-dire inférieur à un niveau de détection par le dispositif d'auget basculant) tandis que les intensités de précipitation les plus fortes R_i sont observables sur une assez courte durée δ_i . D'autre part, avec cette transformation, on a implicitement considéré les durées des intensités de pluie constante à plus ou moins 10% comme étant toujours un multiple de 5 minutes, ce qui est quelque peu arbitraire.

La seconde base de données (dénommée « MF-P6 ») est plus récente et est basée sur les estimations d'accumulation des précipitations sur 6 minutes. Elle comprend 3 séries pluviométriques (celle de Brest, du Mont-Aigoual et de Marseille) dont les données ont été enregistrées sous forme d'épisodes de durée variables (donnée en minute) (Tableau 2-1). Il est important de noter que si les épisodes "homogènes" sont considérés comme ayant une durée multiple de 6 minutes, ce n'est pas toujours vrai. C'est notamment le cas entre 1982 et 1988 sur la série de Marseille, où, 80% du nombre d'épisodes présentent une durée non multiple de 6 minutes, les durées de ces épisodes varient entre 1 et 54652 minutes.

Tableau 2-1. Formation d'un fichier de la série de Marseille sur la base de données MF-P6

```

POSTE/NOM/DATE/QUANTITE/Duree
13055001/MARSEILLE-OBS/01 Jan 1982 08:30/0.0/15375
13055001/MARSEILLE-OBS/12 Jan 1982 00:45/0.9/30
13055001/MARSEILLE-OBS/12 Jan 1982 01:15/0.5/20
13055001/MARSEILLE-OBS/12 Jan 1982 01:35/1.4/23
13055001/MARSEILLE-OBS/12 Jan 1982 01:58/2.0/29
.....

```

Tableau 2-2. Les 3 séries de la base de données MF-P6

Nom de la station	Brest	Mont-Aigoual	Marseille
Période effective	01/1990 – 08/2008	02/1982 – 08/2008	01/1982- 08/2008
Nb d'années effectives	19	27	27
Taux d'épisode non multiple de 6mn (%)	0	0.2	17
Données manquantes (%)	6.9	39	1.8
Durée de pluie (R>0)/ total (%)	6.9	4.9	2.4
Durée de pluie (R>0)/celle de données présentes (R>=0) (%)	7.4	8.1	2.5

Le Tableau 2-2 montre qu'il y a un grand nombre de données manquantes (39%) sur la série du Mont-Aigoual et ce à cause d'une très grande période de données manquantes allant du 03/1982 au 10/1991 (environ 9,5 ans). En réalité, pour quelques périodes de la série de Marseille, il n'y a aucune donnée, par exemple: du 12/1988 au 04/1991 (29 mois), du 03/1992 au 10/1992 (8 mois), du 12/1992 au 03/1993 (4 mois). De même, pour plusieurs années de cette même série dans lesquelles le nombre de jours enregistrés sont insuffisants, par exemple : 1994 (seulement 343 journées enregistrées), 1995 (348 journées), 1996 (296 journées).

2.2.2. Base de données CG-94

Cette base de données comprend les 31 séries fournies par le Conseil Général du département 94 (dénommée « CG-94 »), dont les stations météorologiques sont situées dans le département 94. Toutes les données sont enregistrées sous forme d'épisodes de 5 minutes. Ces séries sont mesurées sur une période commune de 1988 à 2007. Les analyses préliminaires montrent que 4 de ces séries ont un très grand nombre de données manquantes, comme les séries CHAM40 (88% de données manquantes), VALE39 (87%), MAI37 (83%), BONN38 (75%). Par ailleurs, les années où il manque des données correspondent souvent aux 5 premières années (de 1988 à 1992) de la plupart des séries. Le Tableau 2-3 présente le taux de la durée de pluie et des données manquantes sur ces séries.

Tableau 2-3. Quelques caractéristiques de la base de données CG-94

Ordre	Série	Durée de pluie (%)	Durée manquante (%)	Ordre	Série	Durée de pluie (%)	Durée manquante (%)
1	ARCU36	1.52	32.65	17	MAND30	1.72	8.24
2	BOIS25	1.79	20.54	18	NOIS17	1.99	8.74
3	BONN38	0.49	74.71	19	ORLY20	1.48	28.79
4	CACH15	1.79	15.00	20	QUEU09	2.09	7.14
5	CHAM23	1.60	18.68	21	QUEU33	1.81	14.94
6	CHAM40	0.23	87.83	22	RUNG19	1.97	8.38
7	CHEV21	2.06	14.54	23	SANT08	1.80	16.30
8	CRET13	1.31	36.85	24	SMAN31	1.85	16.08
9	FONT05	1.84	19.70	25	SMFO26	1.68	14.34
10	FRES34	1.30	39.33	26	SUCY29	1.76	18.14
11	IVRY01	1.70	13.60	27	VALE06	1.72	20.88
12	IVRY16	1.49	30.97	28	VALE39	0.26	86.54
13	JOIN10	1.83	10.94	29	VILL14	1.65	25.13
14	LHAY35	1.60	30.08	30	VITR02	1.72	19.06
15	MAIS32	1.46	31.64	31	VITR22	1.85	10.46
16	MAIS37	0.36	82.57				

Afin de normaliser la qualité des données pour la suite de notre étude, les 4 séries mentionnées au-dessus ne sont pas prises en compte. Pour les séries restantes, nous ne sélectionnons que les sous-séries à partir de 1993, soit une longueur pour chaque série de 15 années (de 1993 à 2007).

2.3. Comment quantifier la qualité des données ?

Les recherches en cours sont vouées à estimer statistiquement et simuler stochastiquement les quantiles fiables de précipitation sous-horaire, en partie avec l'aide des bases de données ci-dessus. Ainsi, l'évaluation fiable de la qualité des données à des durées plus courtes est particulièrement indispensable.

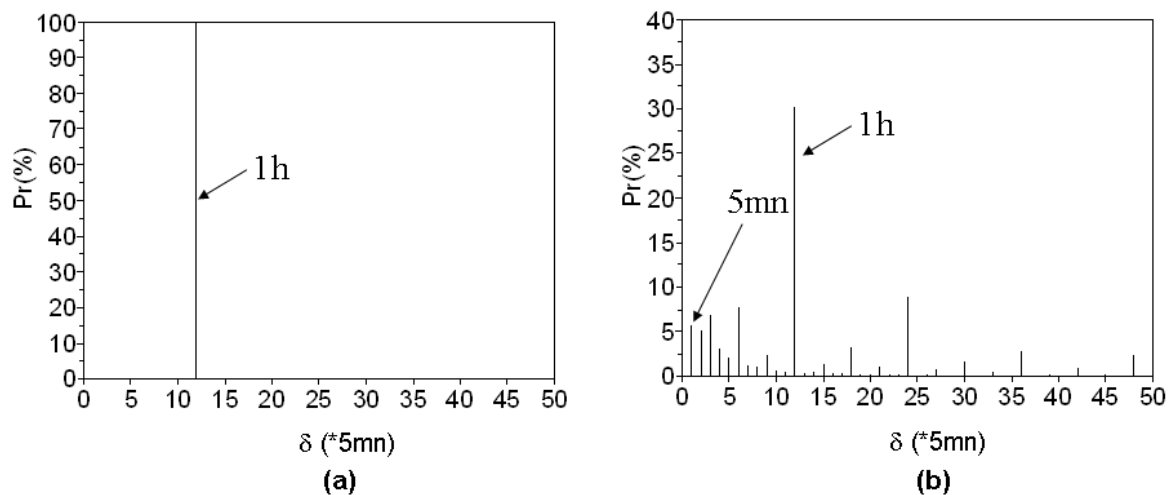


Figure 2-5. Distribution de probabilité des durées des épisodes de précipitation «homogène» pour les séries temporelles de Nîmes(a) et Marseille(b). Les deux séries ont une résolution effective horaire.

Dans une analyse préliminaire des données, nous avons calculé la probabilité des durées δ des épisodes de pluie. Comme le montre la Figure 2-5, quelques probabilités des durées sont nettement dominées par seulement quelques (ou même d'une unique!) durées caractéristique. La durée de l'épisode ayant la probabilité la plus élevée correspond à l'un des trois cas suivants homogènes, sans être effectivement transformés en de tels épisodes

Le premier cas (par exemple, la série de Nîmes, Figure 2-5a) correspond simplement aux ensembles de données horaires, qui ont été enregistrés avec le format des épisodes, sauf pour deux exceptions où quelques épisodes rares ont respectivement une durée de 5 minutes (0,04%) et 115 minutes (0,02%).

Le deuxième cas (par exemple, la série de Marseille, Figure 2-5b) correspond aussi à la domination par la durée horaire, mais avec d'autres durées qui sont négligeables, par exemple, la série de Marseille contient 5,7% d'épisodes homogènes ayant une durée de 5 minutes, alors qu'elle contient 30.2% d'épisode de durée horaire. En outre, l'histogramme complet de la série de Marseille (Figure 2-5b) présente des durées qui sont un multiple de 5 minutes, ainsi que des durées plus longues qu'une heure, ce qui n'est presque pas le cas pour la série de Nîmes. On peut donc suspecter que la série de Marseille, à l'opposé de la série de Nîmes, est constituée par au moins une partie construite sur la base de données de pluie à 5 minutes avec

une transformation algorithmique donnée. Cela pourrait avoir augmenté artificiellement la durée des épisodes homogènes.

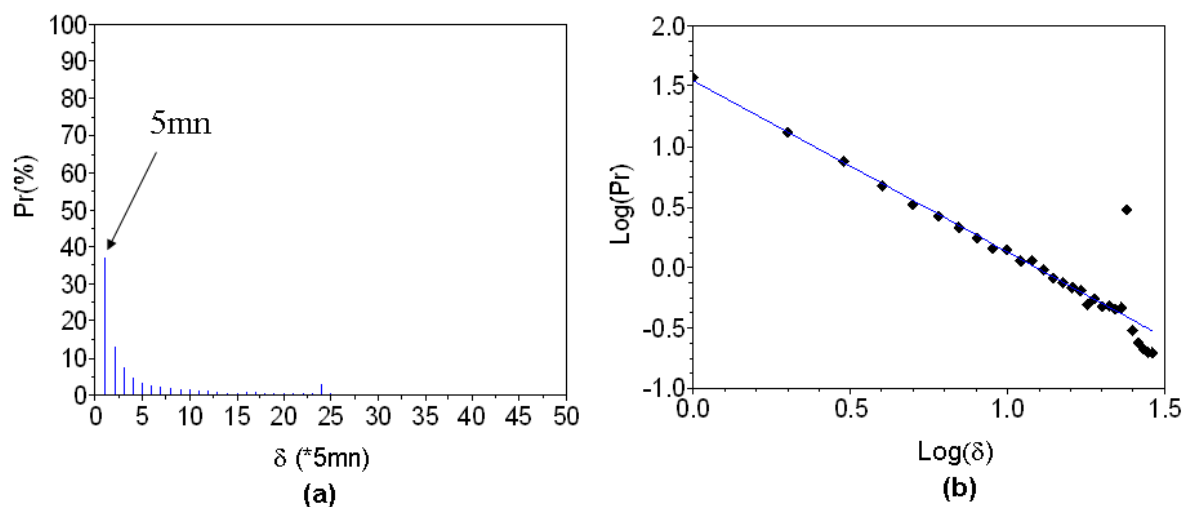


Figure 2-6. Distribution de probabilité des durées des épisodes de précipitation «homogène» pour la série temporelle d'Orgeval dans le graph linéaire (a) et le graph log-log (b). La série a une résolution effective de 5 minutes.

Enfin, le troisième cas et le plus simple correspond au cas où les plus petites durées sont dominantes. La série d'Orgeval est une de quelques séries qui présente (voir Figure 2-6) nettement un pic de la probabilité de durée de 5 minutes.

Que pouvons-nous déduire de ces comportements assez différents de la probabilité de durée? D'un point de vue de l'échelle, un pic de la probabilité de durée pour la plus courte durée disponible, c'est à dire la durée d'enregistrement, est assez naturel, car la pluie a une variabilité de plus en plus élevée sur des échelles de temps de plus en plus petites. On peut en outre s'attendre à ce que la relation entre la durée des épisodes de précipitations avec une homogénéité relative donnée et sa probabilité d'occurrence devrait être une loi de puissance. Ceci a été vérifié sur des simulations multifractales de pluie (voir la section 3.2), mais surtout sur les bases de données de MF-P5 et MF-P6. Par exemple, en traçant maintenant la probabilité de durée de la série d'Orgeval (Figure 2-6a) en coordonnées logarithmiques (Figure 2-6b), nous obtenons un comportement linéaire, ce qui est particulièrement évident sur les échelles de temps plus petites.

Globalement, ces trois exemples illustrent d'abord le fait que les bases de données ne sont pas toujours homogènes, en particulier en ce qui concerne leurs séries temporelles qui n'ont pas toujours une mesure ou fréquence d'enregistrement uniforme.

Par conséquent, l'analyse préliminaire de qualité des données est plutôt indispensable avant d'utiliser une base de données en deçà de sa résolution la plus haute exigée. Cela est particulièrement indispensable pour les estimations hydrologiques basées sur l'analyse d'invariance d'échelle. En effet, alors que, dans le troisième cas, les régimes d'invariance d'échelle pourraient être attendus sur toute la gamme d'échelles, le comportement d'invariance d'échelle sera probablement cassé dans le second cas, en raison du déficit des données à petite échelle, et certainement cassé dans le premier cas, en raison de l'absence des données à petite échelle. Au contraire, les techniques d'invariance d'échelle peuvent être utiles pour évaluer la qualité des données.

Etant donné que la sensibilité observée des résultats des analyses d'invariance d'échelle pour la qualité de données aux petites échelles, nous avons développé une procédure automatique SERQUAL, écrit dans le langage de programmation SCILAB (Pinçon, 2000), qui permet de quantifier la qualité des séries temporelles non seulement sur l'ensemble des séries temporelles, mais aussi période par période, par exemple des analyses année par année, bien que la méthode n'est pas du tout limitée à ce choix période. En effet, la période annuelle a été examinée en raison de l'observation quelque peu surprenante que la qualité des séries temporelles est en général loin d'être uniforme et monotone, par exemple la qualité des données peut décliner dans la plupart de dernières années! Cependant, pour les climats secs une plus longue période pourrait être nécessaire. Cette procédure SERQUAL est basée sur la conjonction de trois critères suivants:

- Le premier critère porte sur la qualité de résolution temporelle de mesure: ce critère est basé sur la durée de l'épisode ayant la probabilité maximale. La probabilité d'une durée (δ) est calculée par la formule (2.1):

$$\Pr(\delta) = \frac{N(\delta)}{\sum N} . 100\% \quad (2.1)$$

où, $N(\delta)$: nombre d'épisodes ayant la durée (δ) ; $\sum N$: nombre total d'épisodes

- Si la probabilité d'une durée de 5 minutes est maximale, la qualité de probabilité est dénommée « A », et si cette probabilité supérieure à 50%, on a une qualité « A1 » ; de 30% à 50%, une qualité « A2 » ; inférieure à 30%, une qualité « A3 ».

- De même, la qualité dénommée B1, B2 or B3 correspondent à la probabilité maximale pour la durée de 10 minutes. Et les symboles C1, C2 et C3 correspondent à la probabilité maximale pour la durée de 15 minutes.

- Si la probabilité maximale correspond à une durée supérieure à 15 minutes, sa qualité est de «0».

- Le deuxième critère porte sur la qualité de distribution de probabilité des durées des épisodes, qui est estimée à l'aide du coefficient de détermination (R^2) de la loi de puissance sur une gamme des durées allant de 10 minutes à 2 heure 30 minutes.

La représentation en diagramme logarithmique des probabilités en fonction de la durée des épisodes permet de calculer la pente et le coefficient de détermination (R^2) sur la partie des durées allant de 10 minutes à 2h30. Si ce coefficient R^2 est supérieur à 0.8, alors la qualité est dénommée « A1 » ; de 0.65 à 0.8, la qualité est « A2 » ; de 0.5 à 0.65, la qualité est « A3 » et inférieure à 0.5, la qualité est «0».

- Le troisième critère porte sur la qualité d'observation, qui est mesurée par le pourcentage des données manquantes ($Pm(\%)$). C'est le rapport entre la durée des données manquantes et la durée totale de mesure (formule (2.2)). Si ce taux inférieur à 20%, alors la qualité est dénommée « A1 » ; de 20% à 40%, la qualité est « A2 » ; de 40% à 60%, la qualité est « A3 » et supérieur à 60%, la qualité est «0».

$$Pm(\%) = \frac{\text{Durée}_{des_données_manquantes}}{\text{Durée}_{totale_demesure}} \cdot 100\% \quad (2.2)$$

2.4. Résultats sur les bases de données

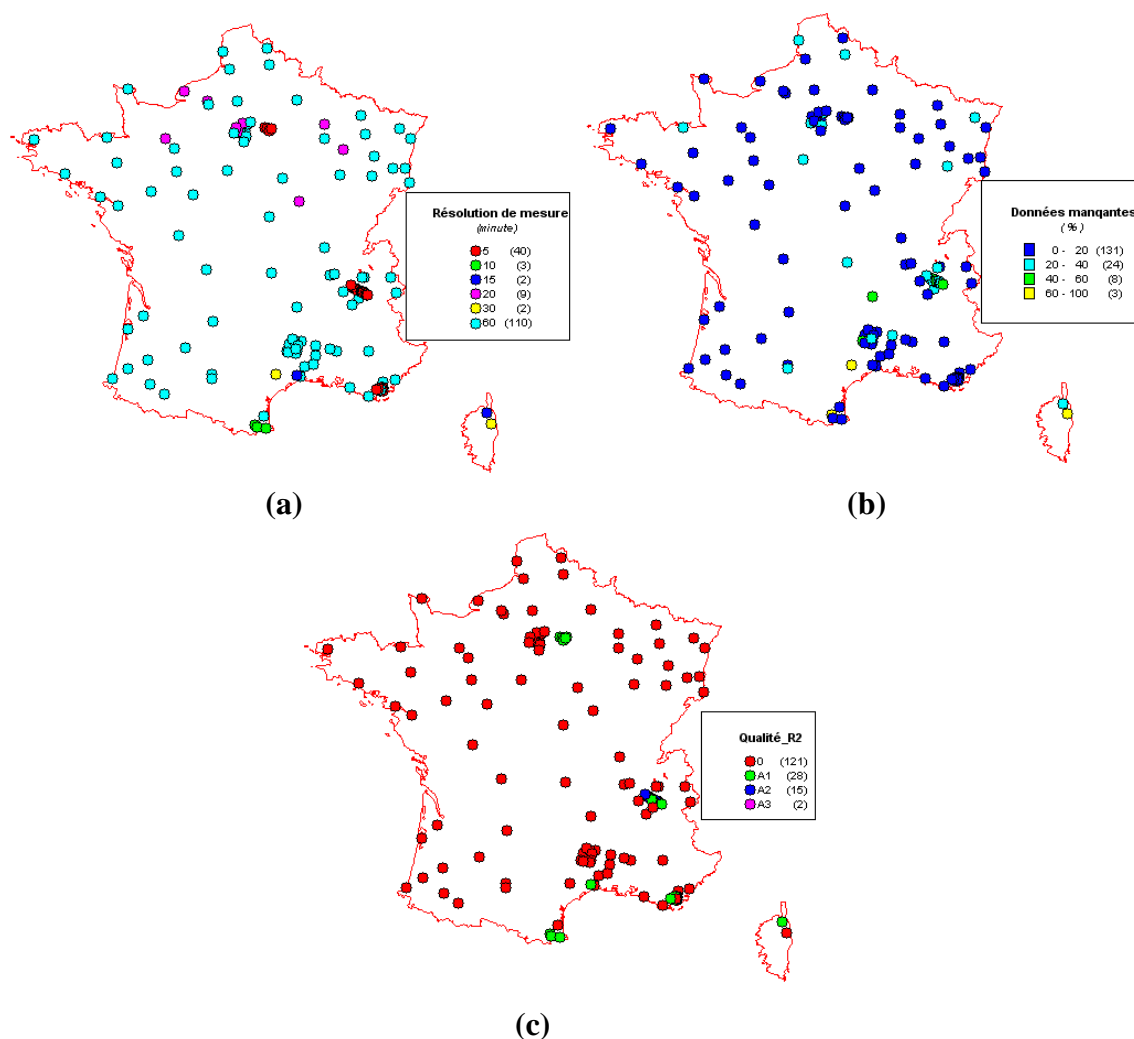


Figure 2-7. Cartes géographiques de la qualité des séries de la base MF-P5 : (a) la qualité de résolution temporelle effective, (b) la qualité d'observation (données manquantes), (c) la qualité de distribution de probabilité des durées des épisodes. Pour ces trois cartes, le nombre de station correspondant à un niveau de qualité donné par rapport à un critère donné est affiché entre parenthèses

Cette procédure est appliquée pour tester les 166 séries sur la base de données MF-P5. D'abord, l'analyse globale de ces séries est faite. La Figure 2-7a-c présente les cartes géographiques indiquant la qualité correspondant à chaque critère pour les 166 séries de la base de données MF-P5. Les résultats en détail sont disponibles dans le Tableau Ann- 1 des annexes. La qualité de la résolution temporelle (Figure 2-7a) montre que 110 parmi 166 séries (soit 66%) ont une résolution horaire. Il n'y a que 40 séries (soit 24%) ayant une résolution de 5 minutes. Les stations correspondant à ces 40 séries se concentrent principalement dans 3

régions administratives de la France (en rouge sur la Figure 2-7a): 15 stations sont dans le département de l'Isère (38), 6 stations sont dans le département des Yvelines (78) et 19 stations dans le département du Var (83). 16 séries restantes ont d'autres résolutions (celle de 10 minutes, de 15 minutes, de 20 minutes ou de 30 minutes).

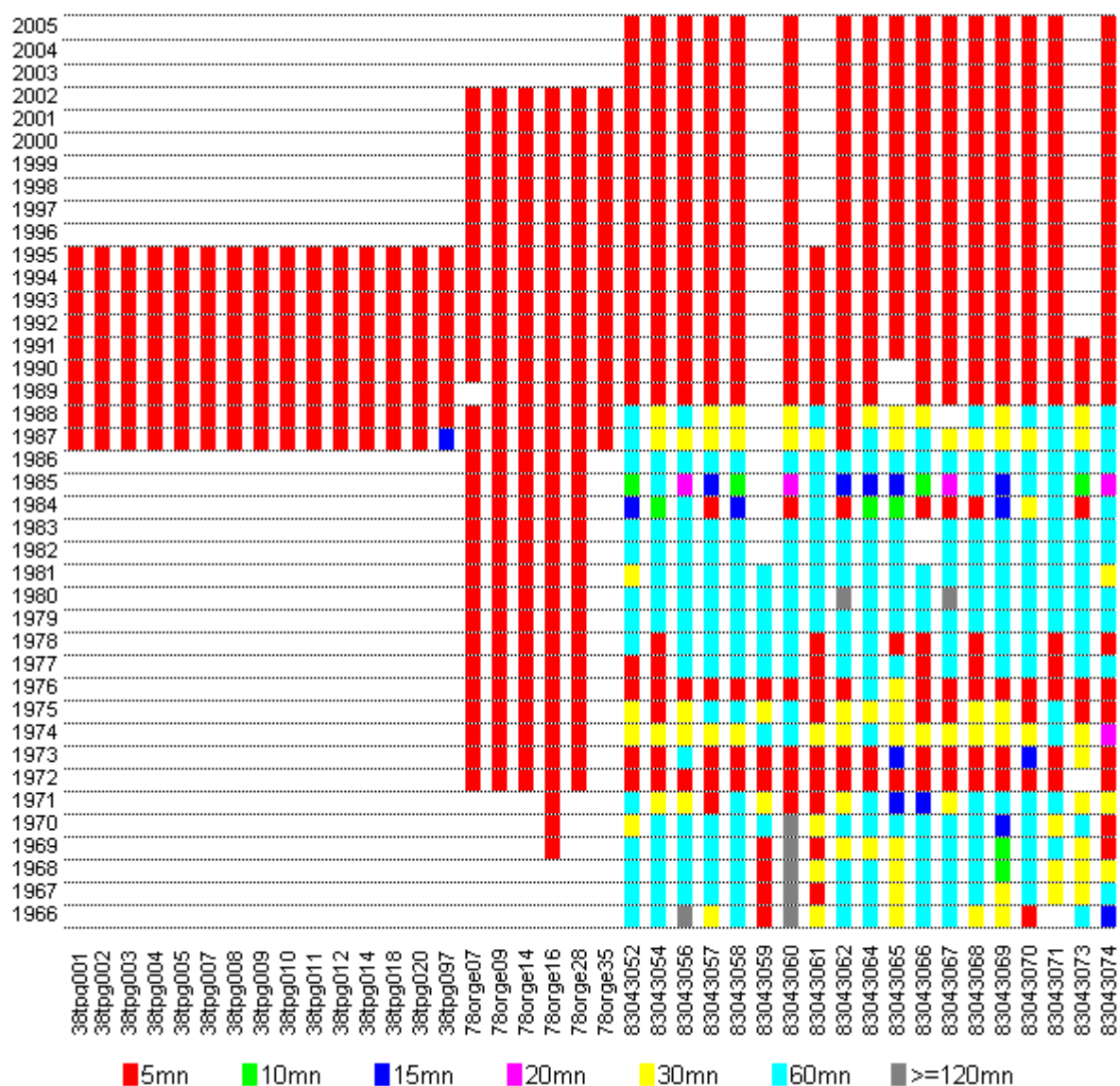


Figure 2-8. Qualité de résolution temporelle effective (allant de 5 minutes à 120 minutes, voir code couleur) estimée année par année pour les 40 séries ayant une résolution globale de 5 minutes. La résolution temporelle effective affichée est assez hétérogène et non stationnaire.

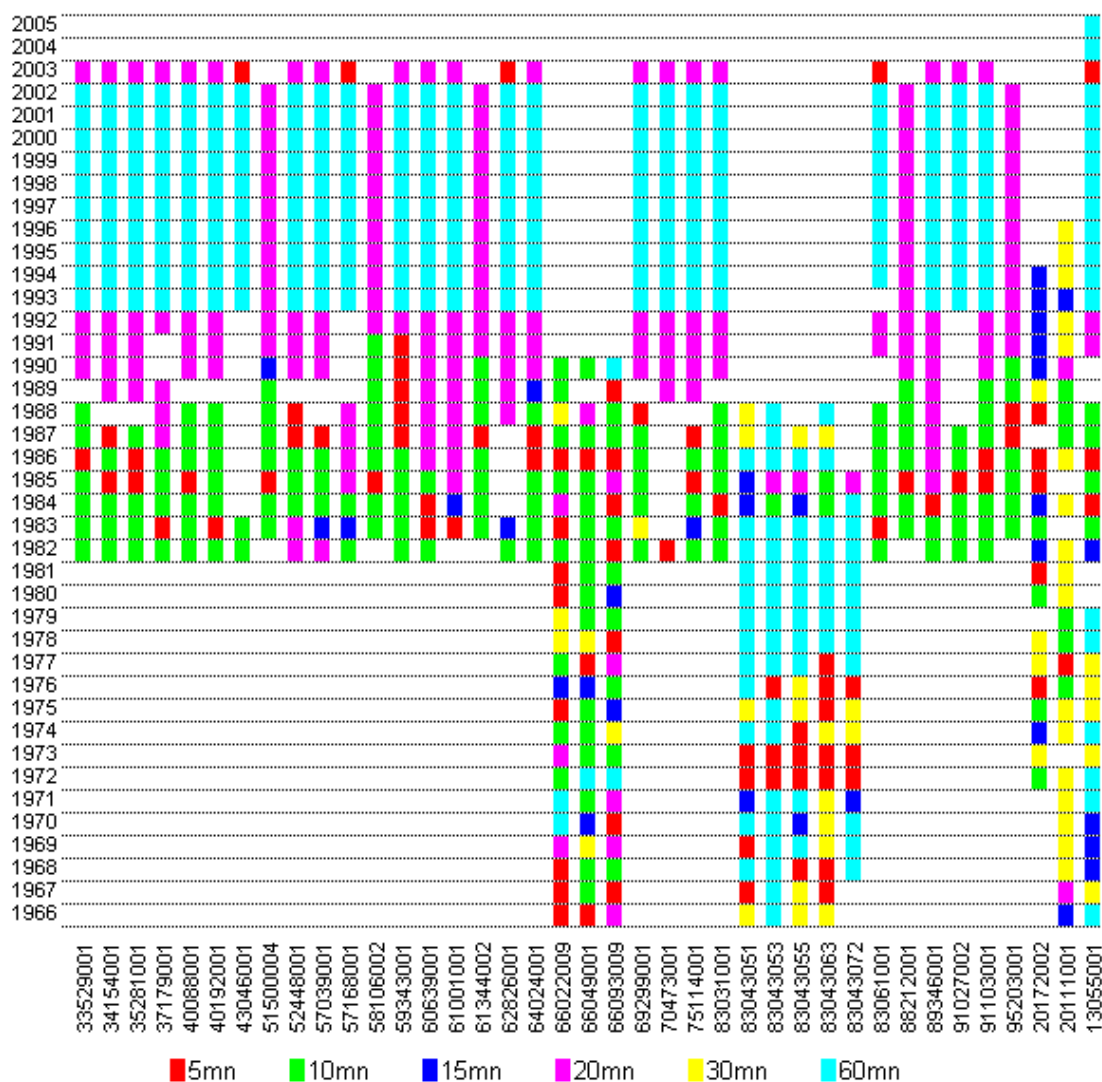


Figure 2-9. Qualité de résolution temporelle effective estimée année par année pour les 39 séries qui ont de temps en temps les années ayant une résolution de 5 minutes. La résolution temporelle effective affichée est plus hétérogène et moins stationnaire que celle de la Figure 2-8.

Il est important de noter que lorsqu'elle est appliquée à l'analyse année par année, au lieu de l'ensemble de la série, la procédure SERQUAL montre que toutes les années effectives des départements 38 et 78 (respectivement 15 et 6 séries) ont une résolution de 5 minutes (sauf une série avec une année ayant une résolution de 15 minutes). Par contre, cela n'est pas tout vrai pour toutes les années sur les 19 séries du département 83, qui présentent un comportement plus complexe que celles des deux autres départements (Figure 2-8). Cette analyse montre aussi que parmi 126 séries n'ayant pas de résolution de 5 minutes, 39 séries ont de temps en temps les années ayant une résolution de 5 minutes (Figure 2-9). Les 87 séries restantes n'ont aucune année avec une résolution de 5 minutes.

Ainsi, afin de normaliser la qualité des données pour la suite de notre étude, nous proposons un critère de résolution pour les séries à sélectionner. Ce critère consiste à sélectionner les séries ou les périodes de série qui ont au moins 5 années consécutives ayant chacune une résolution de 5 minutes. En se basant sur ce critère, 15 séries ont été sélectionnées pour le département 38 et 6 pour le département 78. Pour le département 83, seules des périodes au sein des séries ont pu être sélectionnées : de 1989 à 2005 pour 14 séries, de 1991 à 2005 pour 1 série, de 1989 à 1995 pour 1 série, de 1987 à 2005 pour 1 série. Deux séries du département 83 n'ont pas été traitées car elles ne répondent pas au critère défini. Ainsi, parmi les 166 séries disponibles, le critère de résolution a permis d'en sélectionner, au moins sur une période (15 pour le département 38, 6 pour le 78 et 17 pour le 83).

Nous devons maintenant discuter d'une autre caractéristique des données de précipitation à haute résolution que nous avons utilisées. Météo-France est en charge de maintenir la plupart des archives des données de précipitation en France et a utilisé le pas de temps de 6 minutes (la base MF-P6) pour la précipitation de courte durée, alors que, dans les sections précédentes, nous avons principalement discuté les résultats obtenus sur les précipitations de 5 minutes (la base MF-P5). Il est donc instructif de comparer ces deux bases de données, en particulier en effectuant les tests de qualité pour les mêmes stations sur les mêmes périodes.

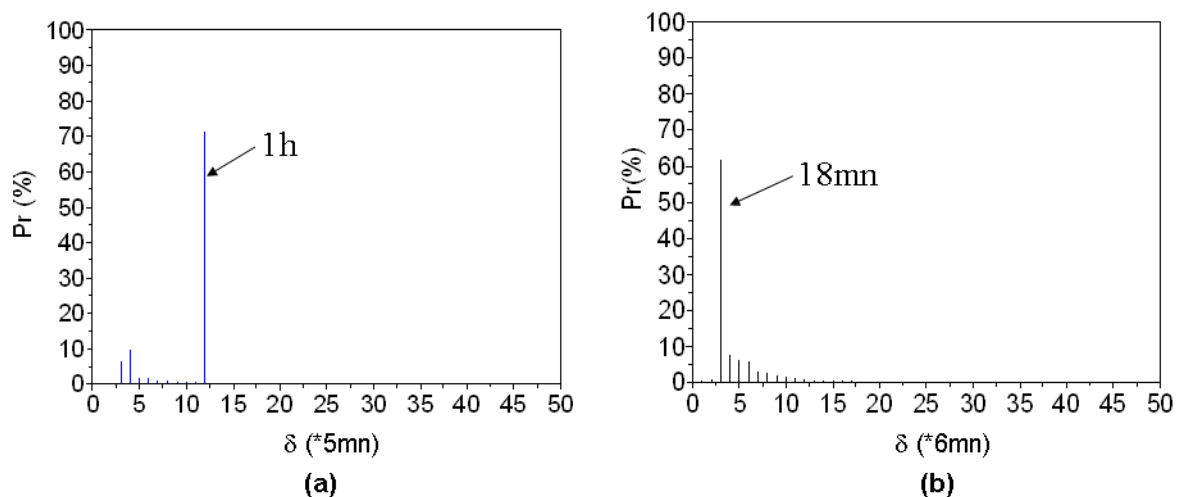


Figure 2-10 Série de Brest pour la période 1990 -2003, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 18 minutes pour MF-P6 (b)

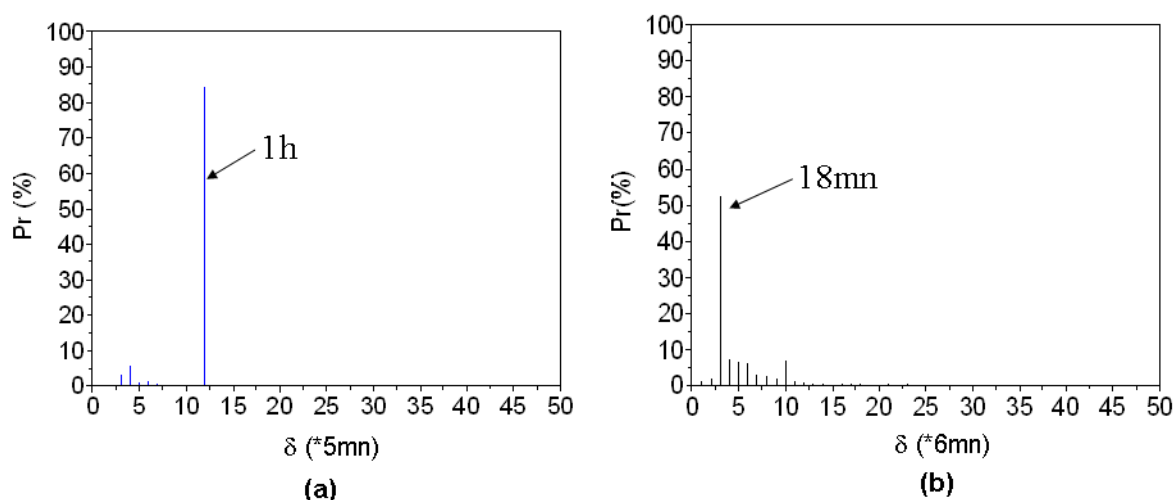


Figure 2-11 Série de Mont-Aigoual pour la période 1992 -2003, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 18 minutes pour MF-P6 (b)

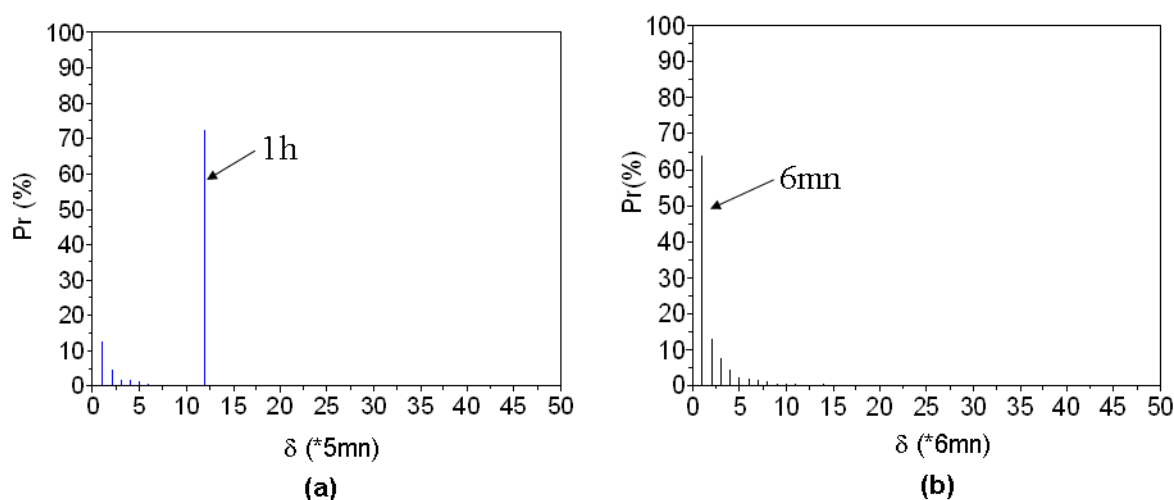


Figure 2-12 Série de Marseille pour la période 1997-2004, la distribution de probabilité des durées des épisodes montre une résolution horaire pour la base MF-P5 (a) et une résolution de 6 minutes pour MF-P6 (b)

La comparaison de qualité est effectuée pour les 3 stations: Brest sur la période de 1990 à 2003, Mont Aigoual sur la période de 1992 à 2003 et Marseille sur 2 périodes de 1982 à 1988 et de 1997 à 2004. Le Tableau 2-4 présente les caractéristiques principales de cette comparaison pour les 3 stations. Il montre que la résolution temporelle effective est plus haute pour les séries temporelles de la base MF-6P, alors que la période de pluie est plus longue

pour les séries de MF-5P, en particulier pour la série de Marseille sur la période 1982-1988. Les comparaisons de résolution temporelle effective sont présentées respectivement sur les Figure 2-10, Figure 2-11 et Figure 2-12 pour les stations de Brest, Mont Aigoual et Marseille.

Tableau 2-4. Inter-comparaison entre la base MF-P5 et MF-P6

Nom de la station	Brest		Mont_Aigoual		Marseille			
	5P	6P	5P	6P	5P	6P	5P	6P
Période	1990 – 2003		1992 – 2003		1997 - 2004		1982 - 1988	
Résolution temporelle effective	horaire	18mn	horaire	18mn	horaire	6mn	10mn	6mn
Durée de données manquantes/durée de période (%)	11.3	9.2	9.0	5.3	3.5	1.8	3.3	3.3
Durée de pluie /celle de période (%)	13.4	6.8	12.3	7.8	4.1	1.71	19	3.4

En ce qui concerne la base de données CG-94, toutes les séries sont enregistrées sous forme d'épisodes uniformes de 5 minutes, alors qu'elles ont tout une résolution de 5 minutes. D'un point de vue de l'échelle, la variabilité de la pluie est de plus en plus forte sur des échelles temporelles de plus en plus petites. Avec une homogénéité relative donnée, par exemple des épisodes homogènes à $\pm 10\%$, il est naturel que la probabilité de durée d'épisode homogène pour la plus courte durée sera maximale. Par ailleurs, la distribution de probabilité des durées des épisodes suivra a priori une loi de puissance.

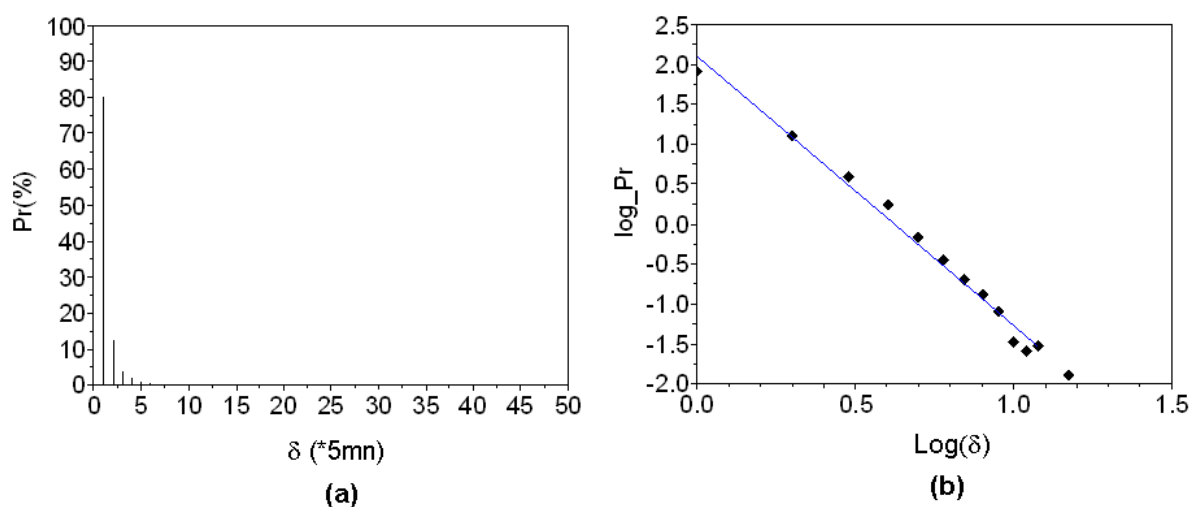


Figure 2-13. Distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes $\pm 10\%$ pour la série d'Arcu06 de la base CG-94 dans le graph linéaire (a) et le graph log-log (b) la région 94.

Pour cela, nous avons essayé avec un degré d'homogénéité de 10%. Tout d'abord, les séries sont considérées comme transformées en séries des durées des épisodes homogènes à $\pm 10\%$. Cela est similaire comme une façon qui était appliquée pour les séries de la base de données MF-P5. La distributions de probabilité des durées des épisodes homogènes est ensuite calculée. Les résultats montrent que cette distribution en coordonnée logarithmique est bien en accord avec la loi de puissance (Figure 2-13b) et la probabilité pour la plus petite durée de 5 minutes est bien maximale (Figure 2-13a).

2.5. Relation entre la qualité des données et leurs propriétés fractales

Dans les sections précédentes, on a montré les problèmes de la qualité des données, en particulier la problème de la résolution temporelle des séries. Dans cette section, on présente la théorie fractale et leurs propriétés. La caractéristique principale des fractals est leur invariance d'échelle qui ne peut se tenir que dans la gamme d'échelle allant de l'atome à la planétaire. Il est particulièrement important d'étudier des influences de la qualité des données sur le comportement d'invariance d'échelle qui est un outil puissant pour plusieurs applications dans l'hydrologie.

2.5.1. Notion de Fractal, Dimension fractale et Codimension fractale

2.5.1.1. Notion de fractal

Le terme « fractal » (du latin « fractus » qui signifie irrégulier) est un néologisme créé par Benoît Mandelbrot en 1974, pour désigner des objets de forme très irrégulière ou fragmentée (géométriquement compliquée).

La géométrie fractale caractérise les objets aux propriétés inhabituelles en géométrie classique. Elle est considérée comme une généralisation de la géométrie classique. Les fractals peuvent se définir comme des objets géométriques caractérisés par une invariance d'échelle, c'est à dire que leur forme reste inchangée à différentes échelles d'observation. Un objet fractal est un objet dont chaque point est aussi un objet fractal. Par exemple, en 1 dimension, la courbe de Von Koch est un des fractals les plus célèbre et la poussière de Cantor est un fractal le plus simple de Sierpinski (Figure 2-14).

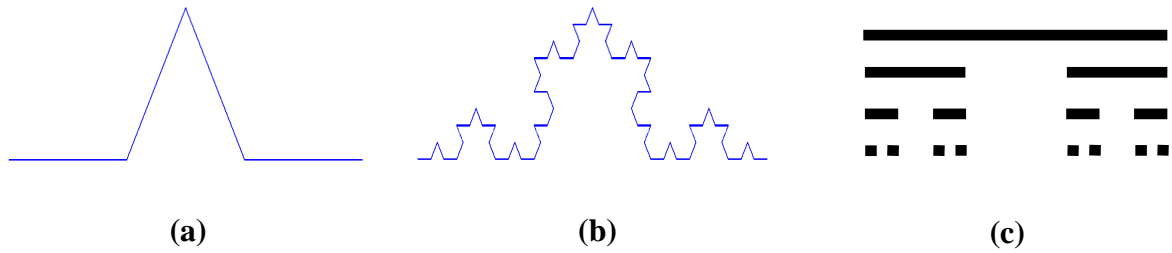


Figure 2-14. La courbe de Von Koch, avec la première étape(a) et après trois étapes (b) et les trois premières étapes dans la construction de l'ensemble de Cantor (c)

En 2 dimensions, l'un des fractals les plus célèbres est le tapis de Sierpinski. Le tapis se fabrique en découpant le carré en neuf carrés égaux avec une grille de trois par trois, et en supprimant la pièce centrale. Cette procédure est ensuite répétée indéfiniment aux huit carrés restants (Figure 2-15).

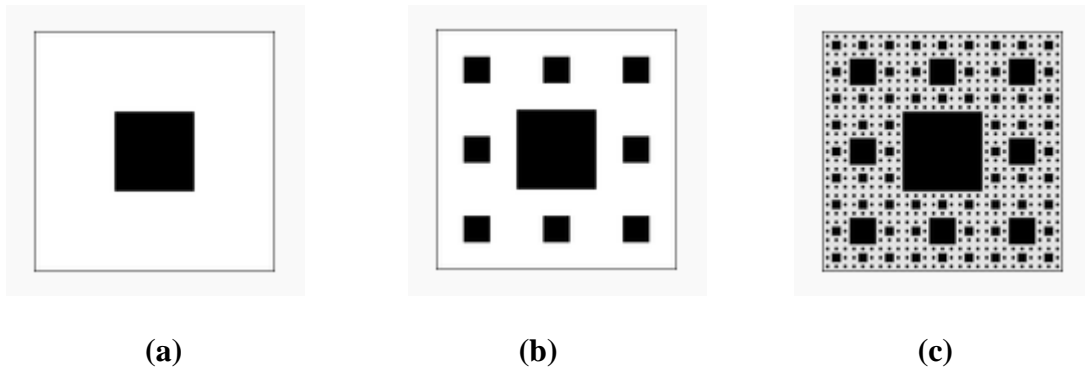


Figure 2-15. le tapis de Sierpinski, avec les deux première étape(a et b) et résultat après cinq étapes (c)

2.5.1.2. Dimension fractale

On introduit la notion de dimension fractale pour caractériser des objets et des ensembles fractals (Mandelbrot, 1977, 1983; Feder, 1988; Falconer, 1990; Barnsley, 1993; Hasting et Sugihara, 1993). Quand on parle de la dimension en géométrie, on pense à ces nombres entiers qui caractérisent les espaces réguliers. Par exemple : une ligne droite, un cercle et une courbe régulière est un espace de dimension 1, un plan est un espace de dimension 2, un volume est inscrit dans un espace de dimension 3. Dans le cas de la dimension 1, un segment de droite de longueur L peut être pavé par N petits segments de longueur λ (Figure 2-16a), dont N est donné par :

$$N = \lambda^D, \text{ avec } \lambda = \frac{L}{\ell}$$

$$\text{Soit, } D = \frac{\log(N)}{\log(\lambda)} \quad (2.3)$$

Où, D est la dimension de l'espace et λ le rapport d'échelle.

De la même façon, un carré de côté L dans un espace à deux dimensions peut être pavé par N petits carrés de côté ℓ . C'est alors l'espace D=2 (Figure 2-16b). Pour l'espace D=3 (Figure 2-16c), un cube de côté L est pavé par N cubes de côté ℓ . Lorsque la dimension D est un entier comme ici, elle se confond avec la dimension euclidienne.

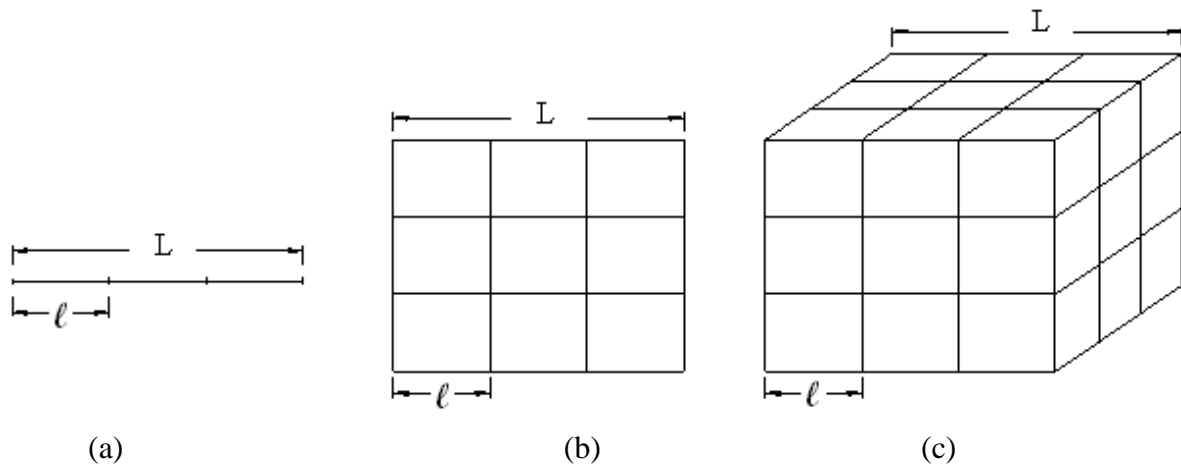


Figure 2-16. Les objets dans un espace euclidien, D=1 (a), D=2 (b) et D=3 (c).

Il existe également des objets dont la dimension n'est plus aussi facile à définir et n'est plus forcément entière. Cette dimension est plus complexe et est appelée la dimension fractale. Il est assez complexe de calculer la dimension théorique d'un objet fractal, mais on peut l'estimer assez simplement par la méthode du comptage de boîtes (Hentschel et Procaccia, 1983; Lovejoy et al., 1987; Hubert et Carbonnel, 1989) en utilisant l'équation (2.3). Par exemple :

- pour la courbe de Von Koch (Figure 2-14a, b):

$N = 4, \lambda = L/\ell = 3$, alors $D = \log 4 / \log 3 = 1,261$.

- pour la puissière Cantor (Figure 2-14c):

$N = 2, \lambda = L/\ell = 3$, donc $D = \log 2/\log 3 = 0,631$.

- pour le tapis de Sierpinski (Figure 2-15) :

$N = 8, \lambda = 3$, donc $D = 1,893$.

On constate que la dimension de ces objets n'est pas entière.

2.5.1.3. Codimension fractale

Soit D la dimension euclidienne de \mathbb{R}^D , support de l'ensemble fractal A . Si D_f est la dimension fractale de l'ensemble fractal A . Soient N_λ le nombre de boîtes nécessaires pour paver l'espace \mathbb{R}^D tout entier, à l'échelle λ et $N_\lambda(A)$ celui nécessaire pour paver un ensemble fractal A contenu dans \mathbb{R}^D , à la même échelle λ . En utilisant l'équation (2.3), on arrive à

$$\begin{aligned} N_\lambda &= \lambda^D \\ N_\lambda(A) &= \lambda^{D_f} \end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\text{Soit : } \frac{N_\lambda(A)}{N_\lambda} = \lambda^{D_f - D} = \lambda^{-c} \tag{2.5}$$

$$\text{où, } c = D - D_f \tag{2.6}$$

c est la codimension fractale (Mandelbrot, 1983; Feder, 1988; Falconer, 1990; Barnsley, 1993) qui est une notion importante dans l'étude du caractère fractal des objets. L'équation (2.5) est celle d'une probabilité définie sur l'ensemble fractal A . Elle traduit ainsi la probabilité qu'un cube de l'ensemble \mathbb{R}^D , à l'échelle λ soit contenu dans l'ensemble fractal A .

2.5.2. Dimension fractale de la pluie

La méthode du comptage de boîtes est appliquée sur les bases de données pour calculer la dimension fractale de l'occurrence de pluie. Cette méthode permet de dégager un premier comportement sur l'invariance d'échelle des séries temporelles de pluie. Les boîtes sont ici des segments de droites qui représentent des intervalles de temps dans lesquels il y a une occurrence pluie. Ces segments sont bien évidemment inscrits dans un espace à une

dimension, celle du temps. Les tailles de boîtes sont ici considérées comme des puissances successives de 2. Le nombre de boîtes $N(\ell)$ est déterminé en fonction de la taille de boîte ℓ (soit λ^{-1}). Dans ce cas, l'équation s'écrit suivant:

$$N(\ell) = \ell^{-D_f} \quad (2.7)$$

La représentation en diagramme logarithmique du nombre de boîte $N(\ell)$ obtenue en fonction de la taille de boîte ℓ permet de déterminer la dimension fractale D_f .

Nous avons appliqué cette méthode pour déterminer la dimension fractale des données sélectionnées de la base MF-P5 et CG-94. Les analyses sont réalisées sur la gamme d'échelle allant de 2^0 à 2^{15} (c'est à dire de 5 minutes à environs 114 jours). Pour cela, chaque série est coupée en séquences continues de longueur 2^{15} valeurs de 5 minutes (environ 114 jours), qui ont été considérés comme des réalisations indépendantes sur lesquelles le $N(\ell)$ est ensuite déterminé pour chaque échelle ℓ . Le $N(\ell)$ de toute série à l'échelle ℓ correspond à la somme des boîtes calculée à cette échelle sur toutes les réalisations. L'invariance d'échelle correspond à un comportement linéaire du nombre de boîtes et de leur taille correspondante en coordonnées logarithmiques.

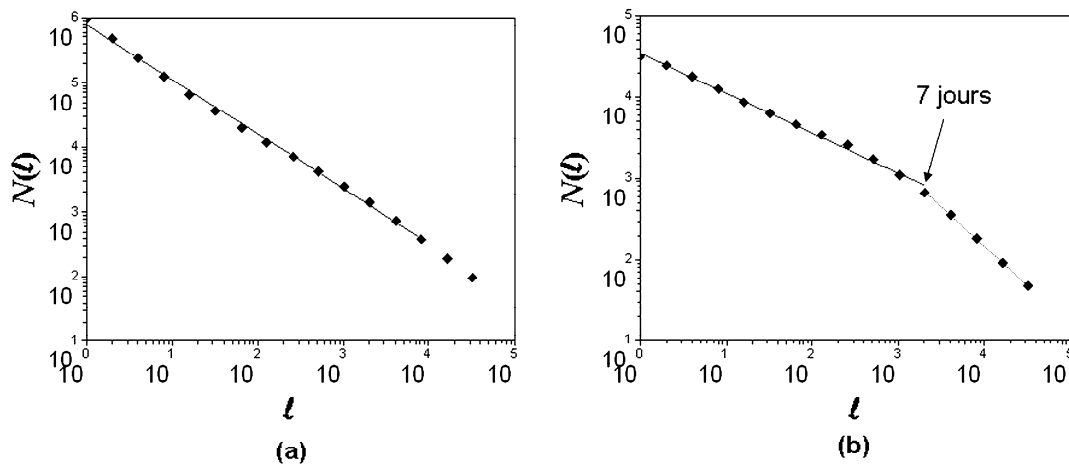


Figure 2-17. Graphs log-log de $N(\ell)$ par rapport à ℓ pour la série temporelle 78orge14 de la base de données MF-P5 (a) et la série temporelle ARCU36 de la base de données CG-94 (b): le dernier présente une rupture d'échelle assez claire à environ une semaine, tandis que le premier présente un comportement d'invariance d'échelle assez clair (loi de puissance correspondant à un ajustement linéaire dans le graph log-log) sur toute la gamme d'échelle étudiée.

En ce qui concerne les séries de la base de données MF-P5, la Figure 2-17a met en valeur un comportement linéaire de $\text{Log}(N(\ell))$ par rapport à $\text{Log}(\ell)$ pour toute la gamme d'échelle étudiée, ce qui correspond à l'équation (2.7). Par contre, les séries de la base CG-94 présentent une rupture d'échelle autour d'une semaine (Figure 2-17b). Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par de Lima et de Lima (2009).

Afin d'aborder l'étude de la structure de l'occurrence de pluie à petite échelle, la dimension fractale est ensuite déterminée à l'aide d'une régression linéaire sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environ 28 jours (de 2^0 à 2^{13}) pour les séries de la base MF-P5 et de 5 minutes à une semaine (de 2^0 à 2^{11}) pour celles de la base CG-94. Les résultats obtenus sont présentés sur les Figure 2-18 et Figure 2-19 (les valeurs D_f sont aussi disponibles dans les Tableau Ann- 2 et Tableau Ann- 3 des annexes).

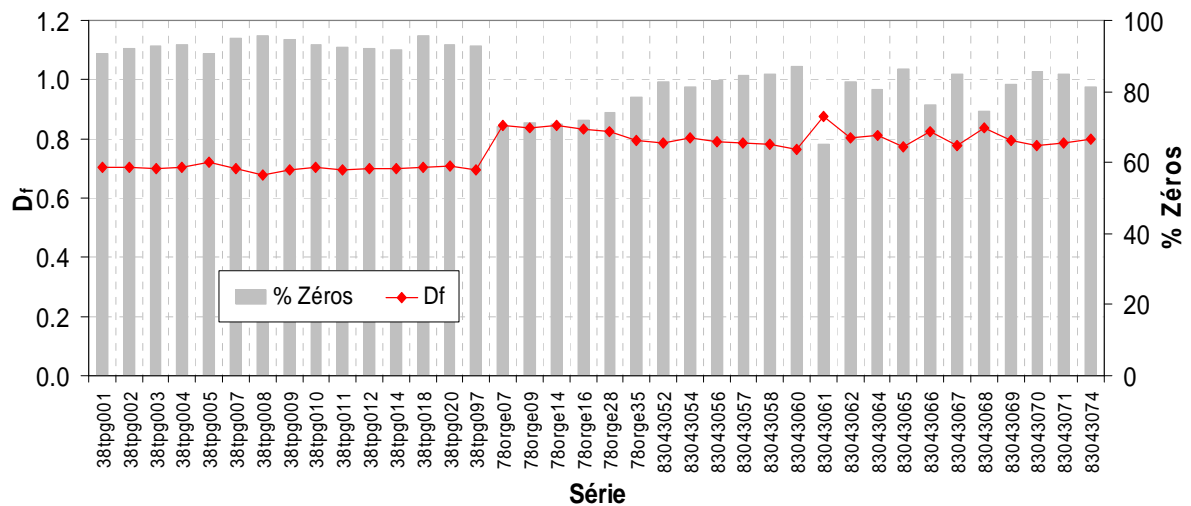


Figure 2-18. Résultats des dimensions fractales du support de la pluie des séries sélectionnées sur la bas MF-P5 pour des échelles de temps de 5 minutes à 28 jours

On trouve que la pluie du département 38 est caractérisée par une valeur moyenne de D_f de l'ordre de 0.70 ± 0.01 pour les échelles de temps de 5 minutes à 28 jours, $D_f = 0.83 \pm 0.02$ pour le département 78 et $D_f = 0.80 \pm 0.03$ pour le 83. Ces résultats sont en accord avec ceux de (Tessier et al., 1988) qui ont obtenu une dimension fractale de 0,8 pour des échelles de temps d'un jour à 240 jours pour des données très différentes des quelques 8000 stations du réseau de l'OMM⁽⁴⁾. Ils sont également en accord avec ceux de Hubert et Carbonnel (1989)

⁴ Organisation Météorologique Mondiale

qui ont déterminé une dimension fractale proche de 0,8 pour des échelles de temps allant de quelques jours à quelques mois pour deux séries en climat soudano-sahélien. Par ailleurs, ces résultats sont d'accord avec le fait que l'augmentation du pourcentage de zéro des précipitations réduit la dimension fractale. Le pourcentage de zéro des précipitations pour les séries correspondantes est représenté en diagramme en gris sur la Figure 2-18.

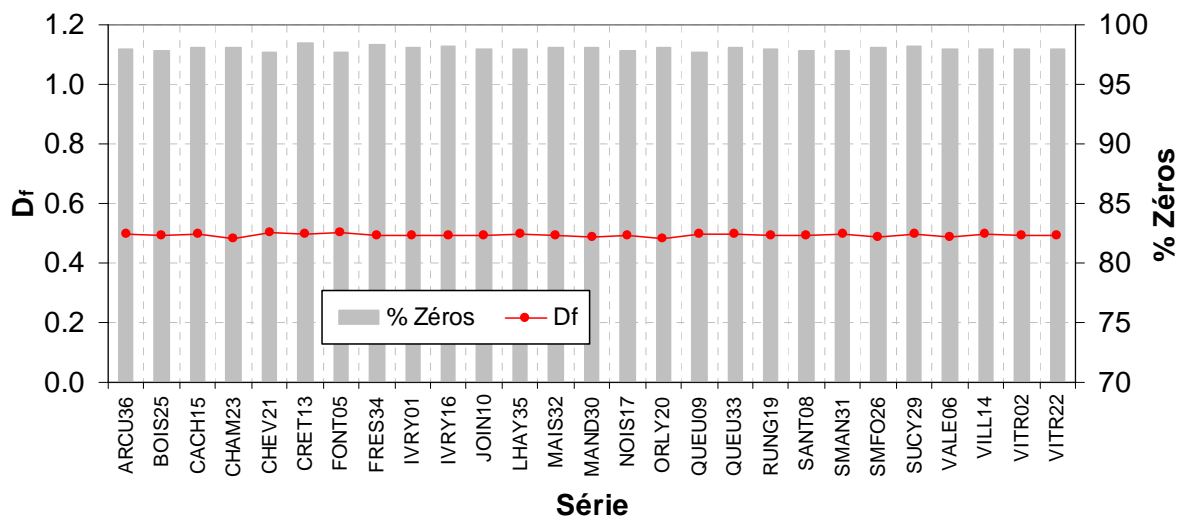


Figure 2-19. Résultats des dimensions fractales du support de la pluie des séries sélectionnées sur la base de données CG-94 pour des échelles de temps de 5 minutes à une semaine

Concernant la base de données CG-94, c'est-à-dire les séries sont mesurées dans le département 94. Nous avons obtenu une valeur moyenne de D_f égale 0.50 ± 0.01 . Cette faible valeur de D_f représente une forte intermittence des précipitations du département 94. Cette intermittence correspond au grand pourcentage de zéro des précipitations (le diagramme en gris sur la Figure 2-19).

La dépendance de la dimension fractale au pourcentage de précipitations a été également confirmée par l'étude sur les données radars pour 3 tempêtes avec différentes dynamiques en région Parisienne (Tchiguirinskaia et al., 2011). Par ailleurs, Tchiguirinskaia et al. (2011) ont mis en valeur l'intérêt de la dimension fractale du support des précipitations qui permet de distinguer automatiquement les données radars correspondant à des précipitations convectives ou stratiformes. Comme illustré par la Figure 2-20, la différence des dimensions fractales est visible entre grandes et petites échelles pour la précipitation convective (Figure 2-20a). Tandis que, pour la précipitation stratiforme (Figure 2-20b), il n'y

a pas de telle différence, les dimensions fractales aux grandes échelles fluctuent autour de celles aux petites échelles. Ces résultats sont en accord avec le fait que l'extension horizontale des mouvements d'air vertical pour la situation stratiforme peut croître jusqu'à des centaines de kilomètres. Pour plus de discussion, voir (Tchiguirinskaia et al., 2011) à la fin du manuscrit.

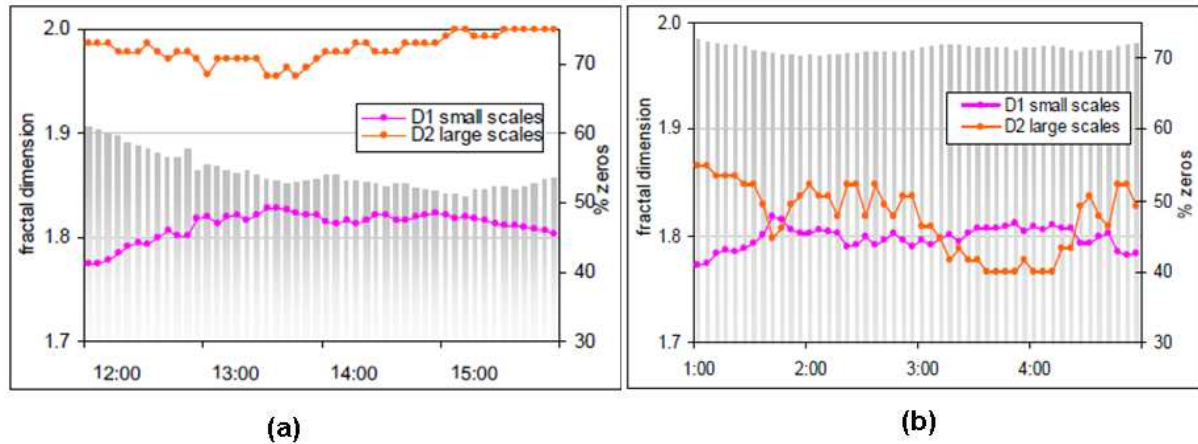


Figure 2-20. Evolution temporelle de la dimension fractale du support des précipitations sur 48 images globales radars des accumulations de précipitation de 5 minutes: (a) pour la précipitation convective au 11/01/08, 12-04 pm; (b) pour la précipitation stratiforme au 13/02/09, 01-05am. Le pourcentage de zéro des précipitations est représenté en diagramme en gris, lignes roses pour petites échelles (1-16 km), et lignes oranges pour grandes échelles (16-512 km).

Si nous nous intéressons maintenant au comportement de la dimension fractale pour les petites échelles de temps, nous pouvons observer que la courbe du nombre de boîtes en fonction de la taille de boîtes se redresse. Cela est montré par la Figure 2-22, qui présente les dimensions fractales du support de pluie à Marseille durant les années 1986 et 1999. Ces deux années correspondent respectivement à l'année ayant la meilleure qualité des données pour les bases MF-P5 et MF-P6, c'est-à-dire : l'année 1986 avec une résolution effective de 5 minutes et l'année 1999 avec une résolution de 6 minutes. Elles sont sélectionnées parmi les données de Marseille à l'aide de la procédure SERQUAL.

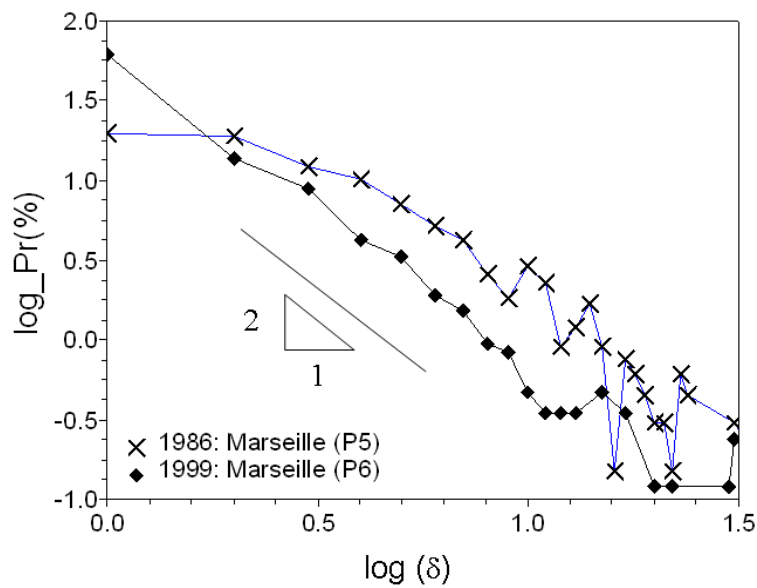


Figure 2-21. Comparaison de la distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes à Marseille durant les années 1986 (croix) et 1999 (carrés pleins) correspondant respectivement aux années ayant la meilleure qualité des données pour MF-P5 et MF-P6. L'existence d'une loi de puissance jusqu'à la plus haute résolution n'est évident que pour la base de données MF-P6. La ligne droite de référence a une pente de 2.

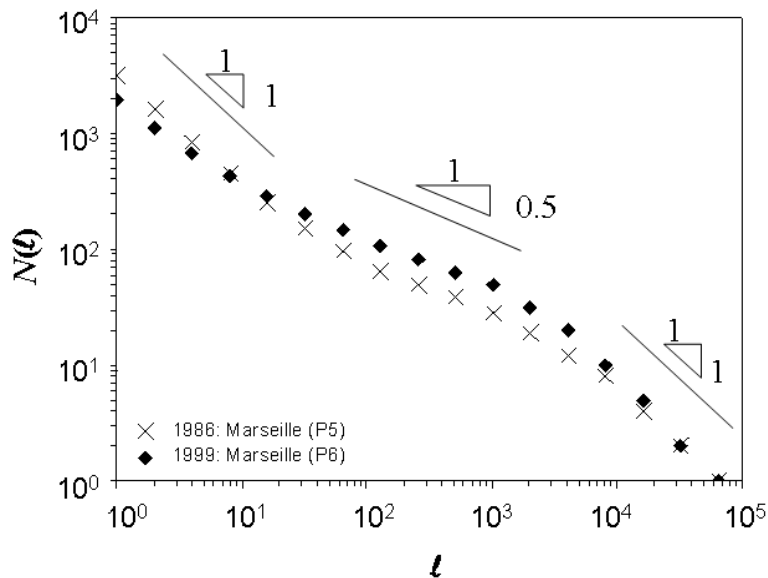


Figure 2-22. Comparaison de la dimension fractale du support de la pluie à Marseille durant les années 1986 (croix) et 1999 (carrés pleins) correspondant respectivement aux années ayant la meilleure qualité des données pour MF-P5 et MF-P6. Pour MF-P5, la dimension fractale de la pluie sous-horaire converge vers la dimension de l'espace intégrée. Pour plus de commodité, les lignes droites de référence des pentes 1; 0,5 et 1 sont représentées.

La Figure 2-21 présente les distributions de probabilité des durées des épisodes homogènes pour chaque année. Cette figure met évidemment l'existence de la loi de puissance avec un exposant proche de 2, qui maintient jusqu'à la plus haute résolution des précipitations de 6 minutes. En effet, alors qu'une résolution de 5 minutes reste dominant pour l'année 1986, une loi de puissance pourrait être grossièrement ajustée jusqu'à la résolution de 10 minutes, qui était celle sélectionnée pour la procédure SERQUAL. Un tel comportement de la distribution de probabilité des durées, qui a été observé pour la plus haute résolution, pourrait être lié à une augmentation assez inattendue de la dimension fractale du support de pluie. La Figure 2-22 présente, sans surprise, la dimension fractale du support de pluie à plus basse résolution converge vers la dimension de l'espace intégrée: il pleut toujours à l'échelle mensuelle. Pour plus hautes résolutions (d'un mois à environ une heure) la pluie est connue pour être un processus intermittent et effectivement la dimension fractale du support est de l'ordre de 0,5. Cependant, au lieu d'avoir le même comportement intermittent pour les durées sous-horaire, il y a une augmentation de la dimension fractale du support pour les deux données de Marseille. Cela est plus évident pour les données à résolution de 5 minutes, où la dimension fractale atteint la dimension de l'espace intégrée. Un tel comportement suggère qu'un algorithme descendant d'échelle donné a été appliquée aux données horaires pour obtenir les données ayant une résolution semblant de 5 minutes, ce qui introduit une fausse homogénéité. Ce comportement pourrait venir d'une autre raison: en réalité, dès que la taille de boîte devient inférieure à la durée de l'épisode pluvieux le plus court, la division par deux de la taille de boîte conduit à multiplier par deux le nombre de boîtes pluvieuses. On atteindrait alors de nouveau une succession de points alignés selon une droite de pente égalant -1, traduisant un nouveau régime de saturation, à très petite échelle de temps cette fois. Depuis un tel comportement a été observé pour les autres stations, la recherche future sur l'ensemble des données à haute résolution est nécessaire pour clarifier cette question.

Dans les cas de détermination de la dimension fractale de la pluie ci-dessus, on n'a tenu compte que de deux états possible pluie/non-pluie. On ne s'est donc pas préoccupé de l'intensité de la pluie, mais seulement de sa présence ou de son absence. Il est important d'attirer l'attention sur le fait que ce que l'on qualifie d'état sec (non pluie) est relatif à un seuil qu'on s'est fixé. Ainsi, il est important de voir l'effet du seuil sur les dimensions fractales calculées. Ceci a été étudié par plusieurs auteurs (Hubert et Carbonnel, 1989; Hubert, 1995; Hubert et al., 1995; Biauou, 2004; Macor, 2007), la conclusion montre que la dimension

fractale dépend du seuil fixé. Par conséquence, le phénomène pluie ne peut être caractérisé par une seule dimension fractale. De plus, l'étude d'un phénomène aussi complexe tel que la précipitation ne peut se résumer à l'étude de ses occurrences pluie/non-pluie.

Cette dépendance de la dimension fractale sur la valeur de son seuil de référence, qui a été signalée auparavant par Schertzer et Lovejoy (1984), devrait amener à considérer dans ce type d'étude, mieux que la notion d'objet fractal, l'approche de champ multifractal. Le phénomène étudié est caractérisé par une hiérarchie de fractals correspondant aux régions sur lesquelles le champ dépasse des seuils (ou singularités qui seront définies après) de plus en plus élevés. La dimension fractale devient donc une fonction dimension à laquelle on associe la fonction codimension des singularités qui sera étudiée en détail dans la section suivante.

3. Simulations de séries de pluie

3.1. Cascades

3.1.1. Propriétés multifractales des cascades

Le processus multifractal peut être décrit soit en terme de moments statistiques, soit en terme de distribution de probabilité (Figure 3-2 pour illustration). Ces deux descriptions sont équivalentes.

3.1.1.1. Fonction d'échelle des moments

Le caractère multifractal d'un champ géophysique ε_λ à la résolution λ se décrit par une loi d'invariance d'échelle des moments statistiques d'ordre q , qui introduit une fonction d'échelle des moments $K(q)$ par la relation (Schertzer et Lovejoy, 1987; Schertzer et Lovejoy, 1991b):

$$\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle \approx \lambda^{K(q)} \quad (3.1)$$

où, $\langle . \rangle$ désigne la moyenne d'ensemble, $\langle \varepsilon_\lambda^q \rangle$ le moment statistique d'ordre q à la résolution λ . La fonction $K(q)$ est une fonction convexe, qui caractérise l'invariance d'échelle indiquant le comportement asymptotique des moments d'ordre q .

3.1.1.2. Fonction codimension

Un champ multifractal se décrit aussi en termes de distribution de probabilité de dépassement d'un seuil donné. On peut, d'après la notion de codimension fractale (section 2.5.1.3), calculer cette probabilité à la résolution λ :

$$\Pr(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma) = \frac{N_\lambda(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma)}{N_\lambda}, \quad \text{avec } \gamma = \frac{\log(\varepsilon_\lambda)}{\log(\lambda)} \quad (3.2)$$

où, l'exposant γ est l'ordre de singularité qui permet de définir le seuil et caractérise le champ ε_λ , les singularités ne dépendent pas d'échelle (Macor, 2007). Etant $N_\lambda(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma)$ le nombre de boîtes de taille λ^{-1} caractérisé par une singularité d'ordre supérieur ou égal à γ , et N_λ le nombre total de boîtes nécessaires pour paver l'espace entier. En fonction des dimensions du chaque domaine, il est possible d'écrire :

$$\Pr(\varepsilon_\lambda \geq \lambda^\gamma) = \frac{\lambda^{D_f(\gamma)}}{\lambda^D} = \lambda^{D_f(\gamma)-D} = \lambda^{-c(\gamma)} \quad (3.3)$$

La fonction $c(\gamma)$ est appelée fonction codimension (Schertzer et Lovejoy, 1987), qui caractérise l'invariance d'échelle de la distribution de probabilité. C'est une fonction convexe et croissante, caractérisant la répartition de singularité. Les événements de grande intensité, moins fréquents que ceux de faible intensité, occupent une plus faible fraction de l'espace de probabilité et ont une plus grande codimension.

3.1.1.3. Transformation de Legendre

La fonction codimension $c(\gamma)$ et la fonction d'échelle des moments $K(q)$ sont liées par une transformation de Legendre (Parisi et Frish, 1985). Cette transformation est en fait une conséquence de leur comportement multifractal qui permet de simplifier la relation de Mellin entre les moments statistiques et les probabilités (Schertzer et al., 2002).

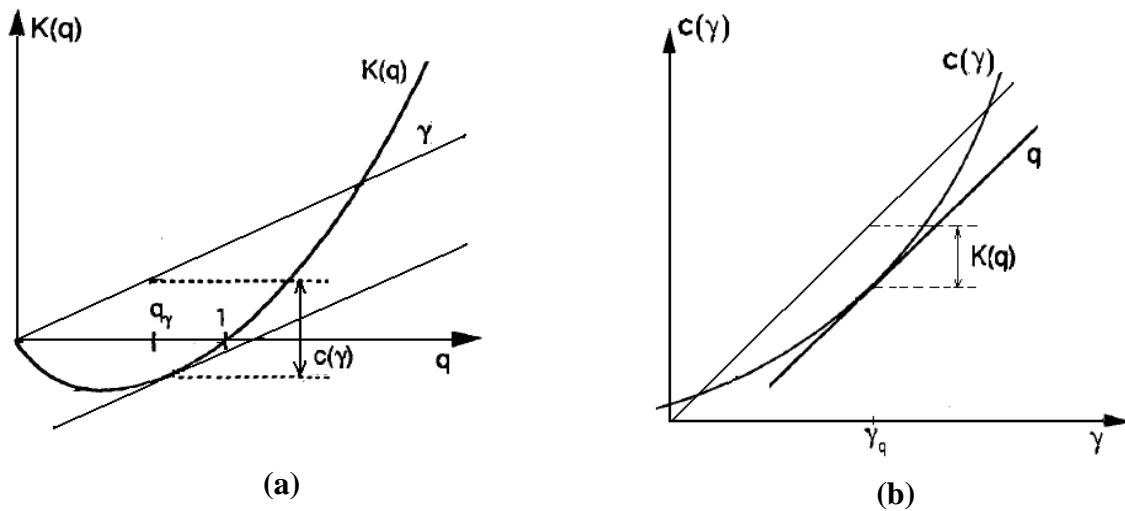


Figure 3-1. Transformation de Legendre entre les fonctions $K(q)$ et $c(\gamma)$. a: $c(\gamma)$ obtenue de $K(q)$ et b : $K(q)$ obtenue de $c(\gamma)$

$$K(q) = \max_{\gamma} [q \cdot \gamma - c(\gamma)] \quad (3.4)$$

$$c(\gamma) = \max_q [q \cdot \gamma - K(q)] \quad (3.5)$$

Il existe donc une correspondance biunivoque entre les ordres q des moments et les singularités γ :

$$\gamma = \frac{dK(q)}{dq}; \quad q = \frac{dc(\gamma)}{d\gamma} \quad (3.6)$$

En conséquence, toute singularité γ peut être associée à un moment d'ordre q et réciproquement.

3.1.2. Multifractals universels

Les séries et champs multifractals peuvent être reproduits par les cascades multiplicatives. Ce n'est pas de seul moyen des cascades multiplicatives. Ainsi, Halsey et al. (1986) ont trouvé des attracteurs géométriques multifractals comme ceux de systèmes chaotiques et les premières définitions de multifractales géométriques ne considéraient ni les cascades ni un espace de probabilité (Parisi et Frish, 1985). Une transformation non-linéaire d'un champ gaussien donne lieu à des champs multifractals (Mandelbrot, 1998). Le même concept de champ multifractal est décrit par des formalismes différents (Feder, 1988). Schertzer et Lovejoy (1993) montrent les liens entre ces différentes modélisations.

Les formes paramétriques des fonctions $K(q)$ et $c(\gamma)$ peuvent venir des modèles de cascades sachant que leur paramètres de calage sur les données ont une signification physique. Le nombre de paramètres, ainsi que la paramétrisation de ces fonctions, dépendent des lois de probabilité des poids. Parmi les lois de probabilité possibles pour la génération des poids, la loi de Lévy a montré une certaine « universalité ». Un modèle à deux paramètres est proposé par Schertzer et Lovejoy (1987) pour des processus générés par une cascade multiplicative dont le logarithme des poids suit une loi de Lévy. Pour une description complète, ensuite, Schertzer et Lovejoy (1993) ont ajouté un paramètre supplémentaire H à ce modèle pour l'appliquer également aux processus non-conservatifs. C'est la raison pour laquelle le modèle a été appelé universel. Plusieurs auteurs ont utilisé ce modèle pour analyser

les pluies et les débits tels que Tessier et al. (1993); Tessier et al. (1996); De Lima (1998); Pandey et al. (1998); De Lima et Grasman (1999); Zoubeida et Assia (2001); Hubert et al. (2002b); Labat et al. (2002b); Douglas et Barros (2003); Biaou (2004); Bernardara et al. (2007); Tchiguirinskaia et al. (2007); Royer et al. (2008); de Montera et al. (2009).

Dans le cadre des multifractals universels, la fonction $c(\gamma)$ et la fonction $K(q)$ peuvent s'exprimer en fonction des paramètres suivants (Figure 3-2 pour illustration):

$$K(q) = \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha-1} (q^\alpha - q) + Hq & \text{pour } \alpha \neq 1 \\ C_1 q \ln(q) + Hq & \text{pour } \alpha = 1 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$c(\gamma-H) = \begin{cases} C_1 \left(\frac{\gamma}{C_1 \alpha'} + \frac{1}{\alpha} \right)^{\alpha'} & \text{pour } \alpha \neq 1 \\ C_1 \exp\left(\frac{\gamma}{C_1} - 1 \right) & \text{pour } \alpha = 1 \end{cases}, \text{ avec } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} = 1 \text{ pour } \alpha \neq 1 \quad (3.8)$$

Où, les paramètres α , C_1 et H sont les paramètres universels. Ils ont une signification géométrique et une signification statistique.

- le paramètre α est l'index de multifractalité de Levy. Il mesure le degré de multifractalité du processus et sa valeur est comprise entre 0 et 2. En particulier, si $\alpha = 0$ on observe un processus monofractal et $\alpha = 2$ correspond au maximum de multifractalité pour un modèle improprement dénommé lognormal.

- le paramètre C_1 est la codimension de la singularité moyenne du champ. Il mesure l'inhomogénéité moyenne où C_1 est nul pour un champ homogène. Plus C_1 augmente, plus la singularité de la moyenne du champ est dispersée. On observe donc un champ dépassant rarement sa moyenne, mais qui peut le faire de façon extrêmement forte.

- H est l'exposant de Hurst, qui mesure le degré de non conservation du champ. Des valeurs H proches de zéro indiquent que le processus est presque conservatif.

Ces trois paramètres sont nécessaires pour caractériser les fonctions d'invariance d'échelle et les propriétés statistiques des processus multifractals. La variation de ces paramètres sont représentées par les séries simulées pour différentes valeurs de α , C_1 et H (Schertzer et Lovejoy, 1993).

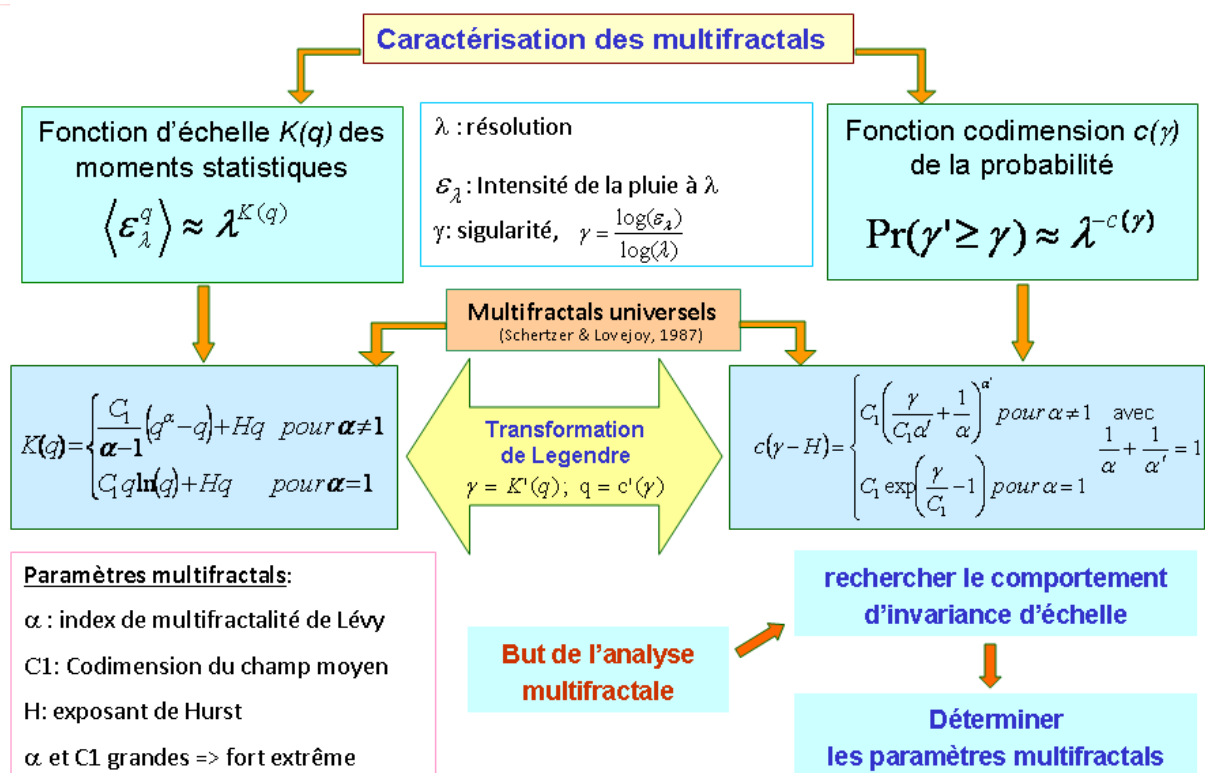


Figure 3-2. Caractérisation des multifractals

3.1.3. Modèles de cascade

3.1.3.1. Le β -modèle

Il s'agit du modèle le plus simple. Seuls deux états sont possibles pour les structures générées: un état « mort » ou un état « vif ». Dans le β -modèle (Mandelbrot, 1974; Frish et al., 1978) le taux d'énergie ne peut également prendre que deux valeurs 0 ou λ^c (Figure 3-3) avec les probabilités :

$$\begin{cases} \Pr(\mu\varepsilon = \lambda^c) = \lambda^{-c} & \text{"vif"} \\ \Pr(\mu\varepsilon = 0) = 1 - \lambda^{-c} & \text{"mort"} \end{cases} \quad (3.9)$$

avec ε correspondant à l'énergie à l'échelle la plus grande, $\mu\varepsilon$ est la fraction de l'énergie transférée aux échelles plus petites, λ est le rapport d'échelle et c est la codimension des structures d'état « vif ». Ce modèle du fait de réduire l'alternative à « mort/vif » ne peut satisfaire aux phénomènes complexes.

Le β -modèle est un exemple caricatural puisqu'il correspond à une très pauvre approximation des phénomènes de la turbulence. Ces phénomènes relèvent d'une grande complexité qui ne peut se réduire à la simple alternative « mort/vif » tel que le décrit le β -modèle. Cependant, ce modèle est un excellent cas pour expliquer le principe de cascade, car il est assez facile à mettre en œuvre et très peu coûteux en temps de calcul.

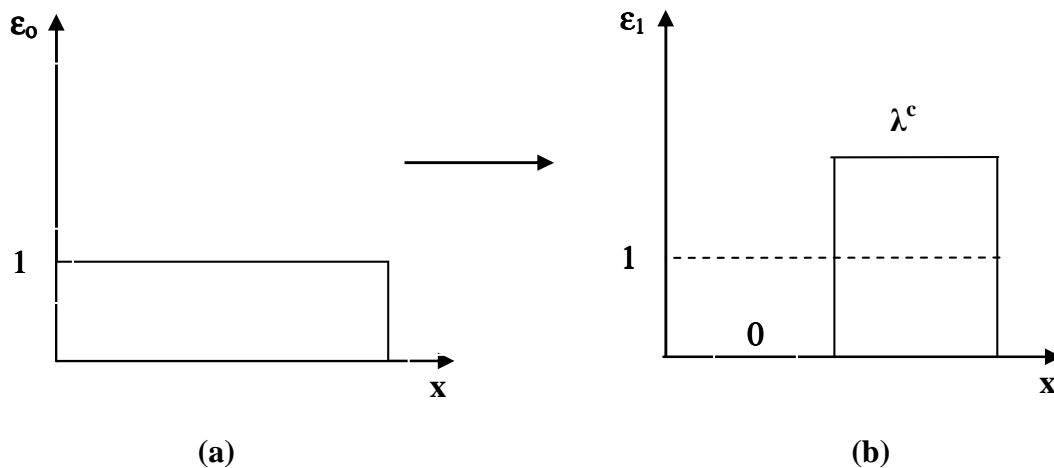


Figure 3-3 Exemple de cascade du β -modèle, la structure de départ (a) et un premier pas de la cascade (b) produit par un sous-générateur « mort » et un sous-générateur « vif » relié à la singularité λ^c

3.1.3.2. Le α -modèle

Alors que le β -modèle précédent définissait un des deux états possibles aux structures générées (« mort » ou « vif »), le α -modèle (Schertzer et Lovejoy, 1983) permet à l'état des structures générées d'être « plus actif » ou « moins actif » (Figure 3-4). C'est un modèle de cascade multiplicative discrète générant des multifractals dont le taux d'énergie s'écrit :

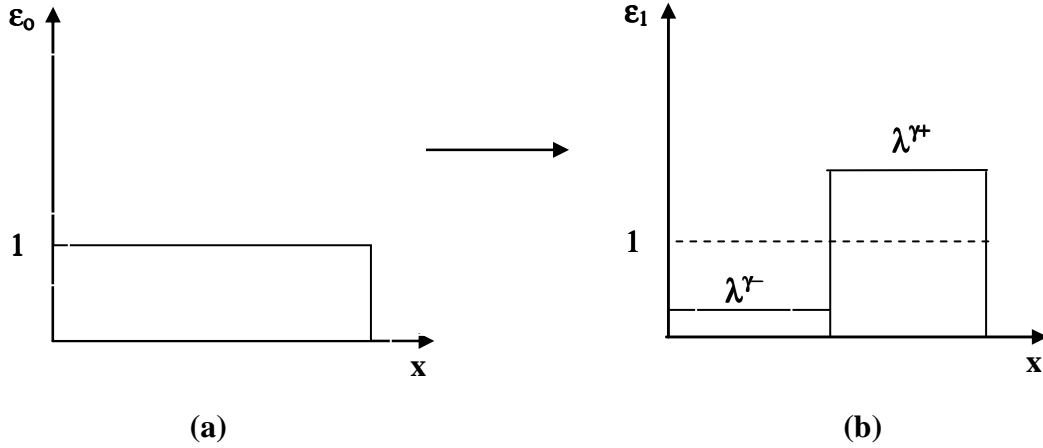


Figure 3-4 Exemple de cascade du α -modèle, la structure de départ (a) et un premier pas de la cascade (b) produit par un sous-générateur « moins actif » et un sous-générateur relie à la singularité $\lambda^{\gamma^-} < 0$ « plus actif » relie à la singularité $\lambda^{\gamma^+} > 0$

$$\begin{cases} \Pr(\mu\epsilon = \lambda^{\gamma^+}) = \lambda^{-c} & \text{"plus actif"} \\ \Pr(\mu\epsilon = \lambda^{\gamma^-}) = 1 - \lambda^{-c} & \text{"moins actif"} \end{cases} \quad (3.10)$$

De plus, vu que la moyenne d'ensemble $\langle \mu\epsilon \rangle$ vaut 1, la relation suivante entre c , γ^- et γ^+ doit être la suivante:

$$\lambda^{\gamma^+} \cdot \lambda^{-c} + \lambda^{\gamma^-} \cdot (1 - \lambda^{-c}) = 1 \quad (3.11)$$

Le processus met donc en évidence deux singularités λ^{γ^+} et λ^{γ^-} . Ainsi, le α modèle est un modèle multifractal puisque possédant plusieurs singularités, c'est-à-dire plusieurs

dimensions fractales. En effet, chaque singularité correspond à une dimension fractale. On peut constater que le β modèle n'est qu'un cas particulier du α -modèle où $\gamma^- \rightarrow \infty$ et $\gamma^+ = c$.

De plus, étapes après étapes, les deux singularités λ^+ et λ^- créent une infinité de singularités mixtes γ borné par γ^- et γ^+ . Donc, à la $n^{\text{ième}}$ étapes, il est possible d'écrire (Schertzer et Lovejoy, 1992; Biaou, 2004):

$$\gamma = \frac{n^+ \gamma^+ + n^- \gamma^-}{n^+ + n^-} \text{ avec } n = n^+ + n^- \quad (3.12)$$

On arrive ainsi à une définition du champ multifractal. Il s'agit d'un champ se caractérisant par une infinité de singularité γ , donc par une infinité de dimensions fractales. L'expression d'un champ multifractal ε_λ à la résolution λ peut ainsi s'écrire: $\varepsilon_\lambda = \lambda^\gamma$.

3.2. Simulations multifractales effectuées

3.2.1. Le sous-générateur de Lévy

Les simulations multifractales sont générées d'après le α -modèle en utilisant un sous-générateur de Lévy. Puisque on veut simuler des multifractals universels dont les statistiques sont décrits par les équations (3.7) et (3.8), et étant le générateur de la cascade équivalent à un processus stochastique avec une distribution de Lévy, il sera obtenu à partir d'un bruit blanc avec les paramètres α et $C1$ désiré. Tout d'abord, des variables aléatoires Lévy sont générées avec le paramètre α , qui sont stables par addition (Feller, 1971), en modifiant leur amplitude par la constante $(C/|\alpha-1|)^{1/\alpha}$ nécessaire pour obtenir le paramètre $C1$ désiré. Le bruit stochastique appelé aussi le sub-générateur est produit en suivant la méthode proposé par Chambers et al. (1976), qui donne une expression pour la représentation d'une variable stable de Lévy extrême χ d'index α . L'algorithme permettant son utilisation est présenté ci-dessous:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{pour } \alpha \neq 1 : \\ \chi = \text{sign}(\alpha - 1) \cdot \sin(\alpha(\phi - \phi_0)) \cdot \cos(\phi)^{-1/\alpha} \cdot \left(\frac{\cos(\phi - \alpha(\phi - \phi_0))}{\Psi} \right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \\ \text{pour } \alpha = 1 : \\ \chi = \frac{2}{\pi} \left(\left(\frac{\pi}{2} - \phi \right) \tan(\phi) + \ln \left(\frac{\pi \cdot \Psi \cdot \cos(\phi)}{\pi - 2\phi} \right) \right) \end{array} \right. \quad (3.13)$$

$$\text{où } \phi_0 = \frac{\pi}{2} \left(\frac{1 - |1 - \alpha|}{\alpha} \right)$$

où ϕ est une variable aléatoire uniforme distribuée sur le domaine $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$ et Ψ une variable aléatoire exponentielle standard, ces deux variables sont mutuellement indépendantes. La valeur des paramètres α et C_1 est très importante et la gamme de ceux-ci est reporté sur le Tableau 3-1.

Tableau 3-1 Tableau des couples α et C_1

α	C_1			
0.3	0.10	0.30	0.60	0.90
0.6	0.08	0.25	0.50	0.70
0.9	0.05	0.20	0.40	0.65
1.2	0.03	0.15	0.35	0.55
1.5	0.02	0.15	0.30	0.45
1.8	0.02	0.10	0.20	0.30
2.0	0.01	0.07	0.13	0.20

Des listes de 2^{15} de nombres ont été générées avec les différents couples de paramètres α et C_1 . On couvre, en considérant toutes ces valeurs, la plupart des possibilités puisque α appartient à $[0 ; 2]$ et que C_1 est inférieur à 1.

3.2.2. Distribution de probabilité des durées des épisodes “homogènes”

L'épisode « homogène » est un épisode sur lequel les valeurs des variables (comme par exemple l'intensité de pluie) sont considérées comme constantes à plus ou moins un

pourcentage donné (par exemple, une homogénéité de 10%), c'est-à-dire que les valeurs présentent une homogénéité relative entre elles.

Les analyses sont effectuées sur les simulations multifractales pour caractériser la distribution de probabilité des durées des épisodes ayant différents degrés d'homogénéité. Nous avons réalisé ces analyses pour 4 homogénéités de 5%, 10%, 20% et 40%. La représentation en diagramme logarithmique de la probabilité en fonction de la durée montre que le comportement de ces courbes n'est pas aussi simple qu'une loi de puissance pure. Il dépend des valeurs de α et $C1$ des simulations ainsi que du degré d'homogénéité.

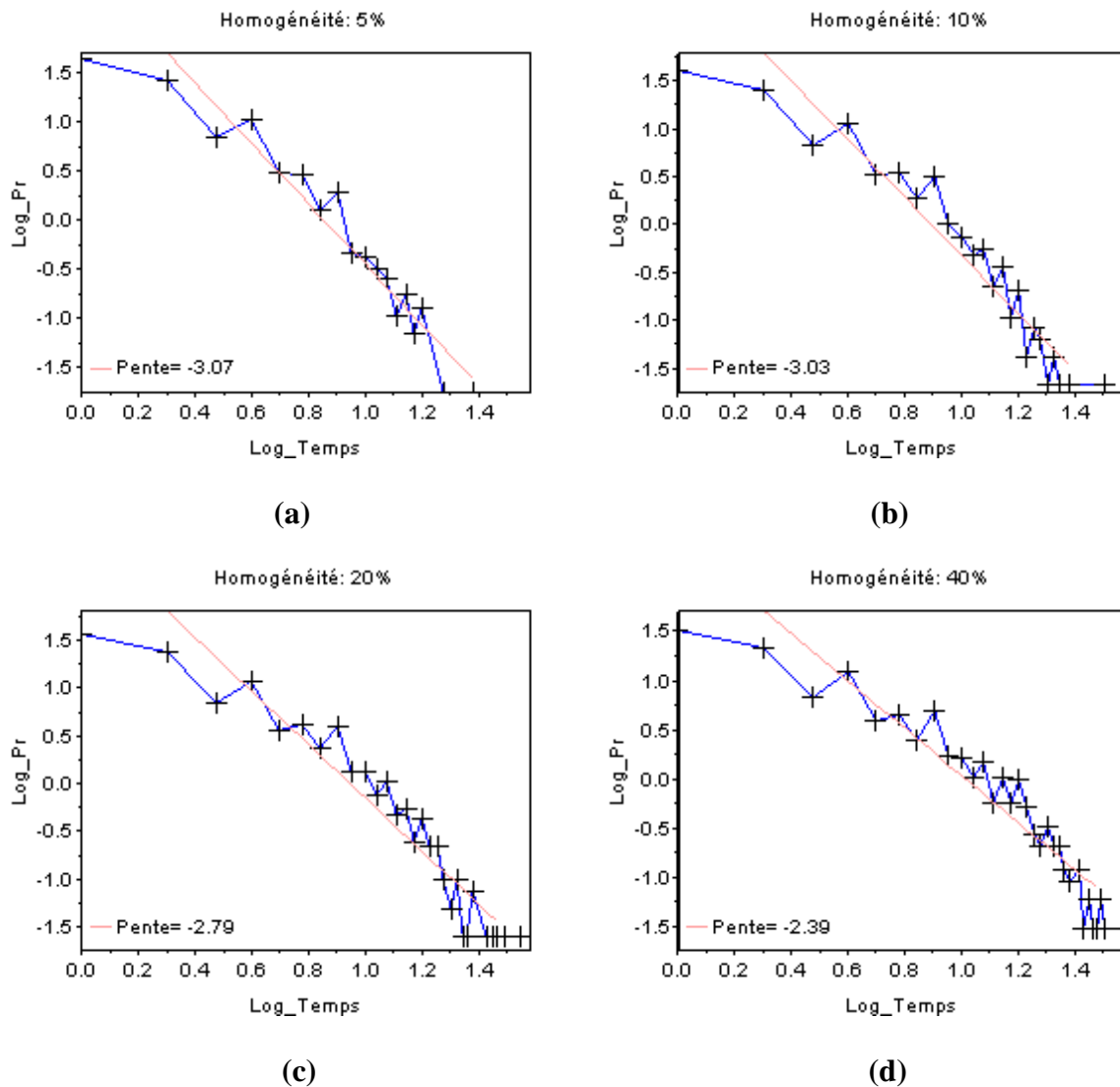


Figure 3-5. Distribution de probabilité des durées des épisodes pour la simulation avec $\alpha = 0.3$ et $C1 = 0.1$ utilisant différents degrés d'homogénéité (a : 5%, b : 10%, c : 20% et d : 40%)

Pour les simulations sur les petites valeurs de α , leurs distributions de probabilité présentent un comportement assez net de loi de puissance. Cela est encore plus net pour les petits degrés d'homogénéité tel que 5%, 10%. Cela est montré sur la Figure 3-5 pour les distributions de probabilité d'une simulation correspondant aux valeurs $\alpha = 0.3$ et $C1 = 0.1$ pour 4 différents degrés de homogénéités (5%, 10%, 20% et 40%).

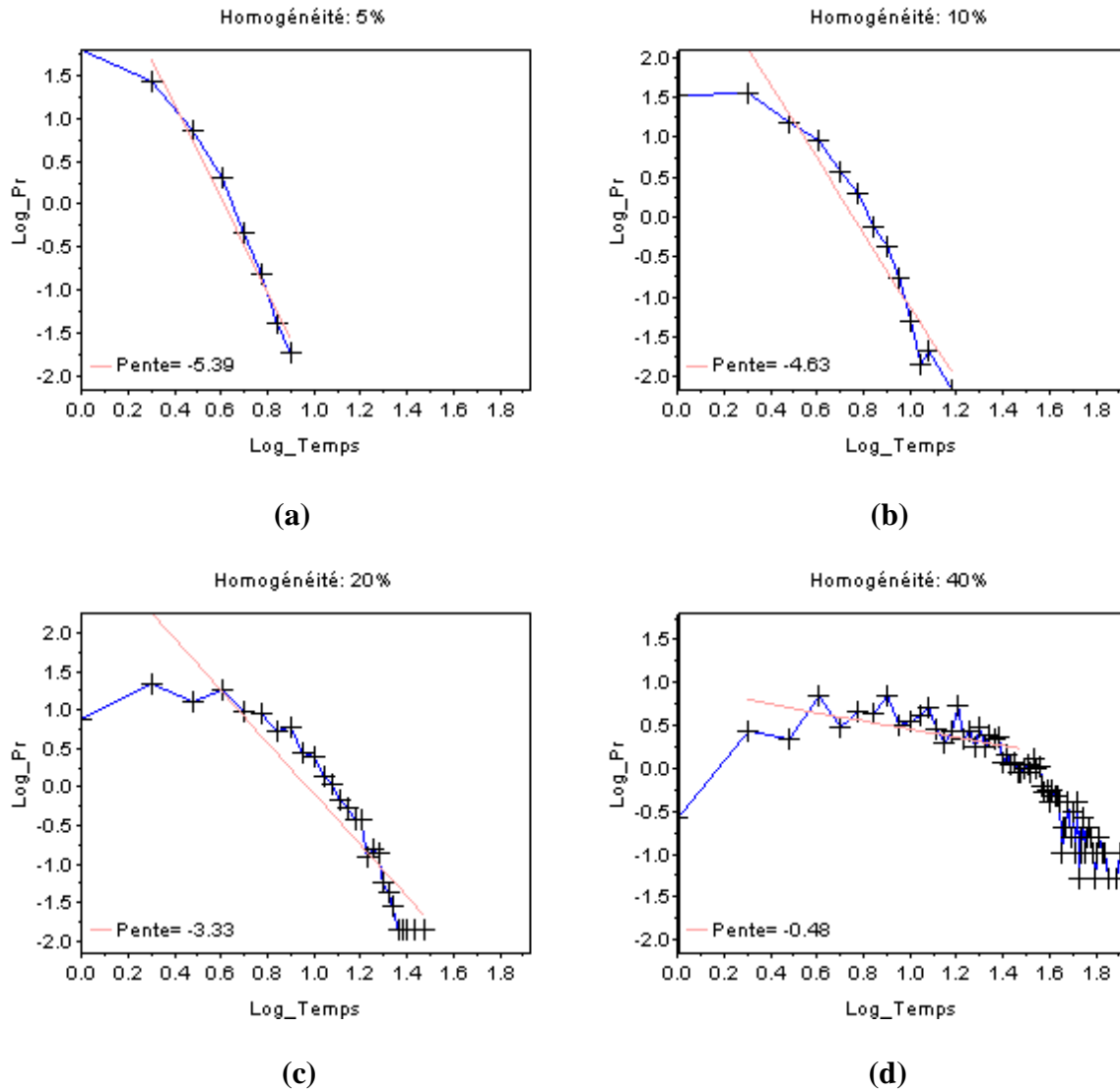


Figure 3-6 Distribution de probabilité des durées des épisodes pour la simulation avec $\alpha = 2.0$ et $C1 = 0.01$ pour différents degrés d'homogénéité (a : 5%, b : 10%, c : 20% et d : 40%)

Pour les simulations sur les grandes valeurs de α , la loi de puissance de ces distributions ne semble être suivie que pour les petits degrés d'homogénéité de 5% et 10%. Le comportement des distributions est perturbé pour les grands degrés homogènes de 20% et 40%. Cela est représenté sur les Figure 3-6 a-d pour la simulation avec $\alpha = 2.0$ et $C1 = 0.01$.

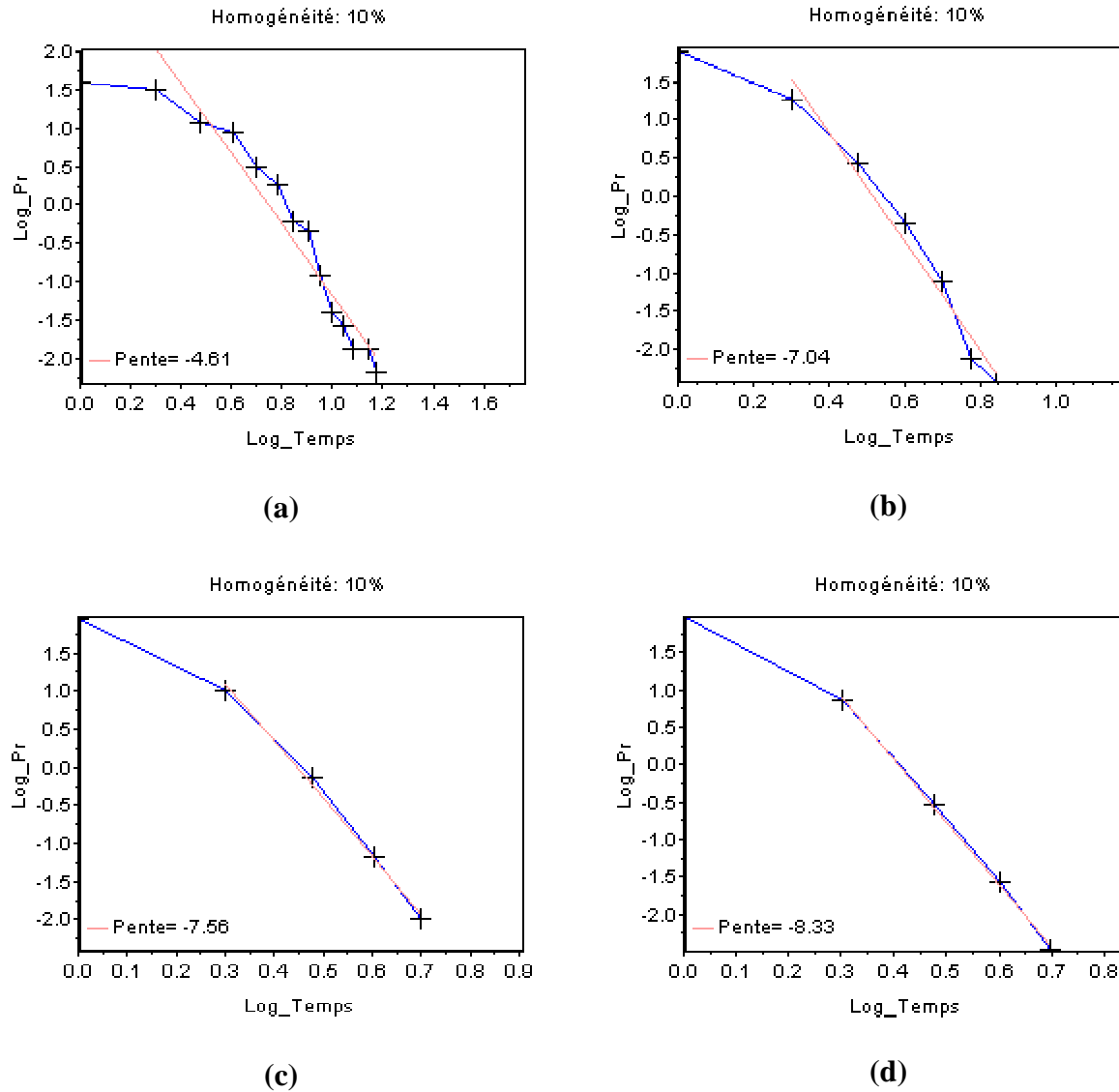


Figure 3-7 Distribution de probabilité des durées des épisodes pour le degré d'homogénéité de 10% sur la simulation avec la valeur fixée de $\alpha = 1.2$ et différentes valeurs de $C1 = 0.03$ (a) ; 0.15 (b) ; 0.35 (c) ; 0.55 (d) .

D'autre part, quand la valeur de α est fixée et la valeur de $C1$ varie, il semble que le comportement linéaire des distributions dépende aussi de la valeur de $C1$. Ce comportement est plus net pour des plus grandes valeurs de $C1$. La Figure 3-7 présente ce comportement lors de l'utilisation de la valeur $\alpha = 1.2$ et des valeurs $C1 = 0.03, 0.15, 0.35$ et 0.55 .

3.3. Comparaison avec les résultats obtenus sur les bases de données

Dans cette section, nous faisons la comparaison de distribution de probabilité des durées des épisodes entre les simulations multifractales et les données de pluie réelles.

Comme présenté dans la section précédente, la loi de puissance des distributions de probabilité des durées des épisodes homogènes n'est pas toujours évident pour les simulations multifractales car son comportement dépend des simulations (i.e. des valeurs de simulation α et $C1$) ainsi que les degrés d'homogénéité.

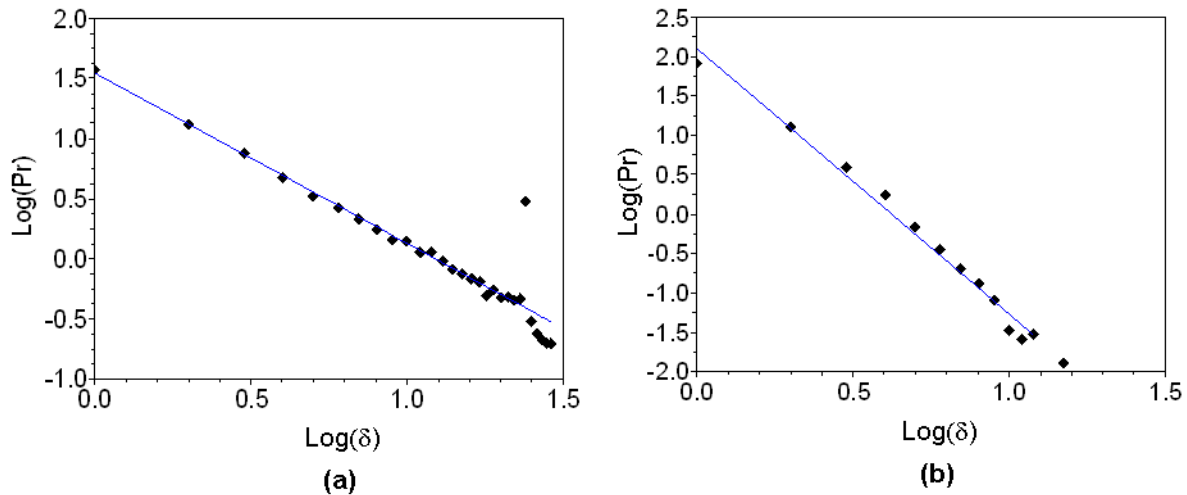


Figure 3-8. Distribution de probabilité des durées des épisodes homogènes des précipitations pour la série d'Orgeval de la base de données MF-P5 (a) et la série d'Arcu06 de la base CG-94 (b). Un comportement linéaire est représenté pour les deux séries.

Concernant la pluie, comme nous avons présenté au-dessus, les données sélectionnées de la base de données MF-P5, c'est-à-dire qui ont une haute résolution de 5 minutes, présentent un comportement linéaire de la distribution de probabilité des durées des épisodes en coordonnée logarithmique, ce comportement suit une loi de puissance (Figure 3-8a). De même, pour les séries de la base de données CG-94, étant donné que toutes les données sont mesurées avec un pas de temps de 5 minutes, c'est-à-dire tous les épisodes ont une durée uniforme de 5 minutes. La vérification de la distribution de probabilité des durées des épisodes pour un degré d'homogénéité de 10% montre aussi un bon comportement linéaire de cette distribution de probabilité (Figure 3-8b).

4. Détermination et Incertitudes des paramètres multifractals

Dans cette section, nous réalisons les analyses multifractales pour rechercher des influences de la qualité des données sur la loi d'échelle de la pluie. Nous améliorons la méthode pour estimer les paramètres multifractals qui caractérisent la structure de la pluie et réduire des incertitudes d'estimation de ces paramètres.

4.1. Spectre d'énergie

L'analyse spectrale est une technique usuelle de traitement et d'analyse du signal temporel, qui trouve une application dans le cadre multifractal (Bernardara et al., 2007). Le spectre d'énergie, calculé avec l'aide d'une transformée de Fourier rapide, est exprimé par l'équation suivante (Kolmogorov, 1941; Yaglom, 1966):

$$S(k) \approx k^{-\beta} \quad (4.1)$$

Où S représente l'énergie du spectre, k la fréquence du signal et β l'exposant du spectre. Le spectre d'énergie permet de faire une évaluation préliminaire de l'invariance d'échelle (Mandelbrot, 1983; Schertzer et Lovejoy, 1985b, 1987) qui correspond à une loi de puissance et le degré de conservation d'un champ. Le but de l'analyse spectrale est de vérifier l'existence de la propriété d'invariance d'échelle et la conservation du champ.

Dans le graphique logarithmique, la loi de puissance correspond à une ligne droite, lorsque l'on obtient généralement un comportement épineux fort de spectre pour une réalisation individuelle des données de précipitations. En effet, pour un spectre d'énergie empirique, la loi de puissance est obtenue seulement pour les moyennes sur un grand nombre de réalisations. Quand un spectre moyen contient encore des pics spectraux sur des échelles données, ces échelles sont généralement considérées comme les caractéristiques d'échelle. Cependant, par exemple, pour les séries temporelles influencées par le cycle annuel, les pics spectraux annuels ont été souvent discutés dans la littérature (Tessier et al., 1993). Les pics spectraux observables sur de plus petites échelles, en particulier autour d'une à trois heures pour les précipitations, sont assez fréquents et alimentent le débat en cours sur l'existence

d'une rupture d'échelle à ces échelles (de Lima, 1998). Dans notre cas, les analyses sont réalisées pour étudier des influences de la qualité des données sur le comportement spectral sur les petites échelles.

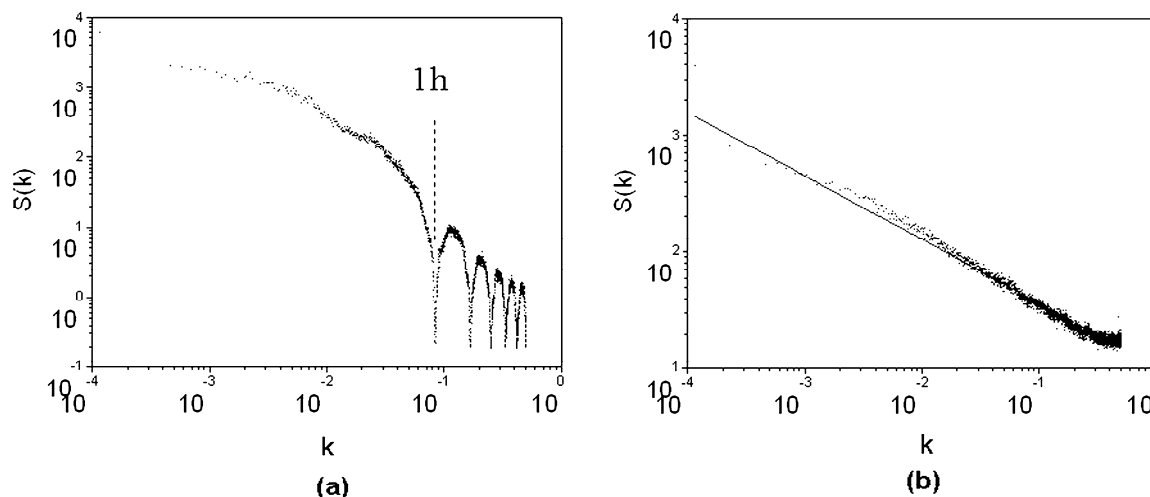


Figure 4-1. Graphiques log-log de l'énergie spectrale des séries de Nîmes (a) et Orgeval (b): le second présente un comportement d'invariance d'échelle plutôt clair (la loi de puissance correspondant à un ajustement linéaire dans le graph log-log), tandis que le premier montre des ondulations du spectre, en particulier pour les fréquences $\geq k (1 \text{ heure})^{-1}$.

Le comportement spectral est intéressé plus fort aux petites échelles. Nous avons d'abord procédé à l'analyse spectrale sur les séquences mensuelles de chaque série temporelle des précipitations. Les séquences de données ont été utilisées comme des réalisations indépendantes. Ainsi, pour chaque fréquence k , la valeur moyenne de spectre estimée correspond à une moyenne simple sur toutes les réalisations individuelles. Il faut toutefois vérifier que les propriétés d'échelle ne changent pas significativement d'une séquence à autre, signe d'une non-stationnarité dans la série analysée (Bernardara et al., 2007).

La Figure 4-1 présente le spectre d'énergie de la série temporelle de Nîmes et d'Orgeval. Les données des précipitations d'Orgeval représente clairement un comportement d'invariance d'échelle souligné par un ajustement linéaire avec une pente $\beta = 0,55$ (Figure 4-1b). Alors que le déficit de données à petite échelle pour la série temporelle de Nîmes introduit les ondulations artificielles du spectre pour des fréquences $\geq k (1 \text{ heure})^{-1}$ (Figure 4-1a).

L'analyse spectrale confirme que le déficit de composants à petite échelle, qui a d'abord été mis au jour avec l'aide des histogrammes de probabilité des durées, présente en effet des ruptures d'invariance d'échelle à haute fréquence dans une analyse spectrale de ces séries temporelles. Avec cet exemple, il devient évident que les données horaires ne peuvent pas être utilisées comme un substitut aux séries pluviométriques de 5 minutes. De plus, les résultats suggèrent que certains des arguments précédemment ont été proposé pour justifier physiquement l'existence de ruptures d'invariance d'échelle (c'est-à-dire, ruptures dans la loi de puissance du spectre) à petites échelles pour les précipitations pourraient avoir besoin des réévaluations du point de vue de la qualité des données, afin de mieux distinguer entre les vraies et fausses ruptures.

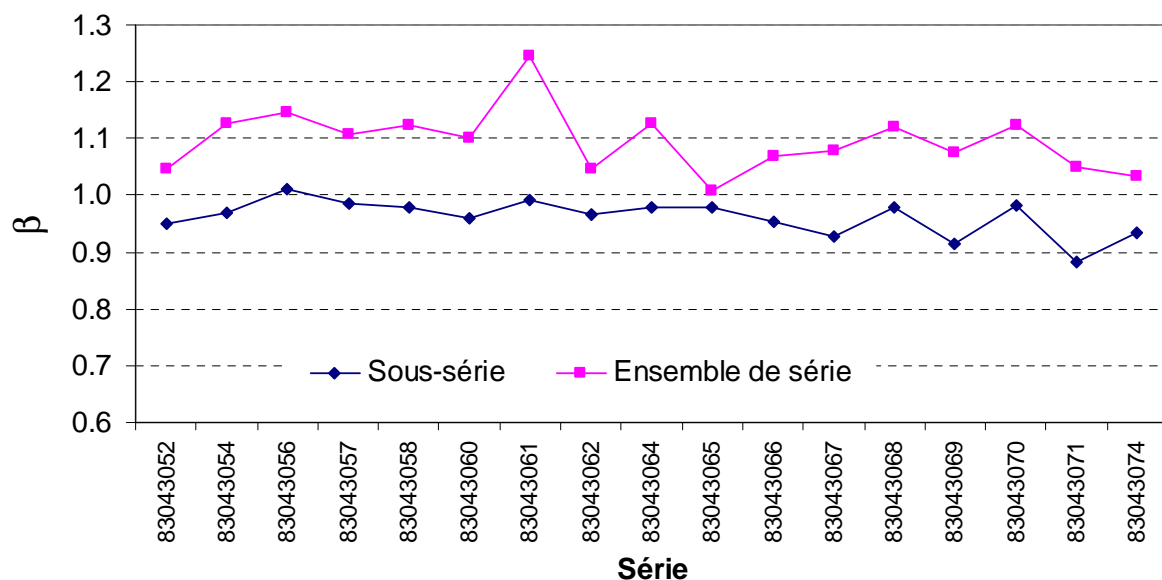


Figure 4-2. Résultats d'estimation de β sur les séries ayant une résolution globale de 5 minutes (symboles roses) et sur les sous-séries sélectionnées dans lesquelles toutes les années qui ont une résolution de 5 minutes (symboles noirs).

D'autre part, les résultats sur la Figure 4-2 montrent un autre problème d'estimation des valeurs de β , ainsi que la détermination de la conservation des séries. Comme il l'a été montré par la procédure SERQUAL appliquée à l'analyse année par année, les 19 séries du département 83 ont une résolution globale de 5 minutes, mais toutes les années effectives de celles-ci n'ont pas toujours une résolution de 5 minutes. Grâce à cette procédure, les sous-séries, dont toutes les années ont une résolution de 5 minutes, sont extraites. Les valeurs de β qui sont estimées sur l'ensemble des séries sont toutes supérieures à 1, c'est-à-dire que ces

séries seront considérées comme non conservatives. Tandis que les sous-séries sélectionnées dans lesquelles toutes les années ont une résolution de 5 minutes sont caractérisées par les valeurs de β inférieures à 1, correspondant à la conservation de ces séries. Ainsi, le mélange de résolution des années effectives dans la même série peut introduire une erreur sur la détermination de la conservation de la série en question.

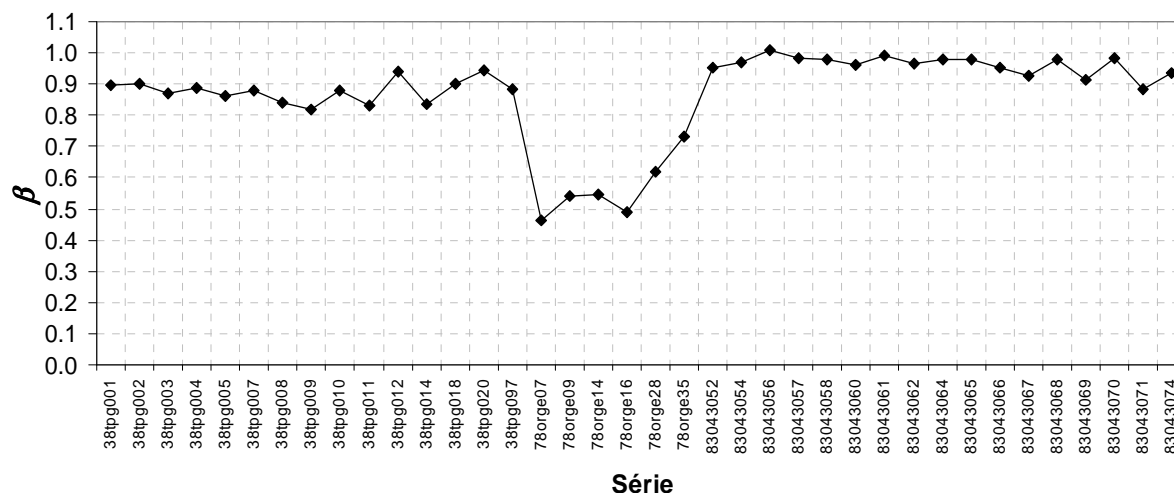


Figure 4-3. Résultats des β sur la gamme d'échelle de 10 minutes à un mois pour les données sélectionnées sur la base MF-P5.

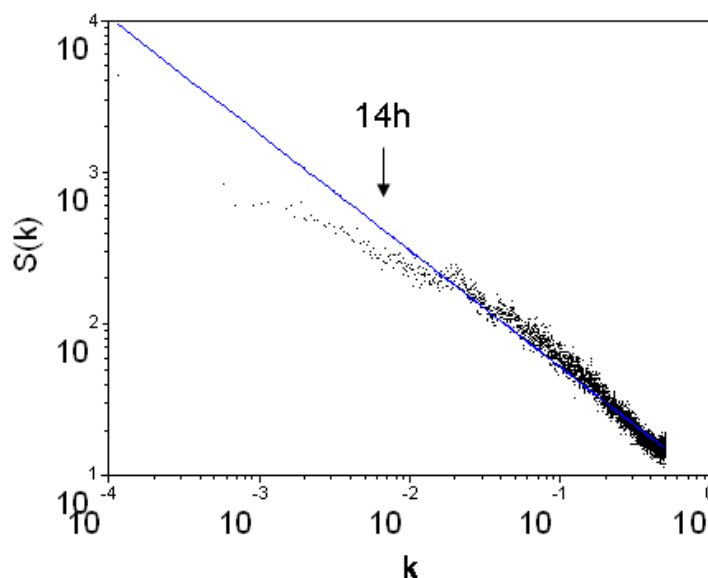


Figure 4-4. Graphique log-log de l'énergie spectrale de la série ACRU36 de la base de données CG-94. Elle présente un comportement d'invariance d'échelle visible qui n'est visible que jusqu'à l'échelle de 14 heures.

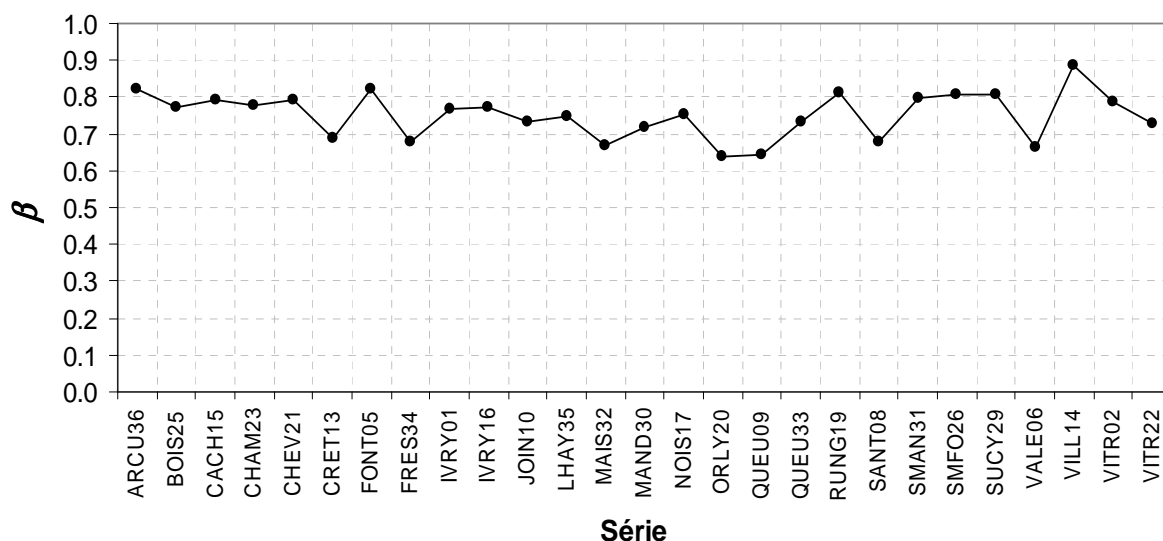


Figure 4-5. Résultats des β sur la gamme d'échelle de 10 minutes à un mois pour les données sélectionnées sur la base CG-94.

Les valeurs de β obtenues sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à un mois sur les séries sélectionnées de la base MF-P5 sont présentés dans la Figure 4-3 (les valeurs de β sont aussi disponibles dans le Tableau Ann- 2 des annexes).

Pour les séries sélectionnées de la base de données CG-94, ce comportement spectral n'est pas évident sur toute gamme d'échelle de 10 minutes à environ un mois, l'invariance d'échelle n'est visible que jusqu'à l'échelle autour de 14 heures, comme par exemple sur la Figure 4-4, qui présente le comportement spectral pour la série ARCU36. Le paramètre β est donc estimé sur la gamme d'échelle allant de 10 minutes à environ 14 heures. En effet, dans le cas de la série ARCU36, l'estimation de β à l'aide d'une régression linéaire sur cette gamme d'échelle de 10 minutes à environ 14 heures donnerait le résultat de β assez proche en comparaison à celui estimé sur la gamme d'échelle de 10 minutes à environ un mois, par exemple $\beta = 0.82$ en comparaison à $\beta = 0.77$. Puisque le spectre d'énergie est négligeable pour les échelles supérieures à 14 heures. La Figure 4-5 présente les résultats de β pour les séries de la base CG-94 (les valeurs β sont également disponibles dans le Tableau Ann- 3 des annexes).

Ces résultats montrent que les séries en question sont conservatives, ce qui est en accord avec la littérature (Tessier et al., 1993; Tessier et al., 1994; de Lima, 1998). Par ailleurs, on trouve que les valeurs de β obtenues sont assez stables pour chaque département. Une valeur

moyenne de $\beta = 0.88 \pm 0.04$ caractérise les séries du département 38, de $\beta = 0.56 \pm 0.09$ pour le département 78, de $\beta = 0.96 \pm 0.03$ pour le 83 et de $\beta = 0.75 \pm 0.05$ pour le 94.

Dans la caractérisation d'un processus multifractal, le paramètre H détermine le degré non-conservatif du processus. Ce paramètre est estimé en utilisant l'exposant du spectre d'énergie β et l'exposant des moments $K(q)$ (Pecknold et al., 1993; Schertzer et Lovejoy, 1993; de Lima, 1998):

$$H = \frac{\beta - 1 + K(2)}{2} \quad (4.2)$$

Le paramètre H est relié à une valeur de l'exposant $K(q)$ correspondant au moment de second ordre puisque le spectre d'énergie est une statistique de second ordre. La valeur $K(2)$ peut être estimée empiriquement ou théoriquement en utilisant l'équation (3.7) avec $H = 0$.

4.2. Méthode d'estimation α et C_1

La signification des paramètres multifractals α et C_1 a été donnée dans la section 3.1.2. Il reste encore en effet des erreurs que l'on pourrait commettre lors de l'estimation de ces paramètres. Puisque l'analyse sera effectuée sur des données réelles pour lesquelles on ne connaîtra pas a priori ces paramètres. Il sera donc difficile d'évaluer les incertitudes sur les paramètres obtenus. Dans cette section, on essaiera de trouver une façon qui permet de réduire ces incertitudes, de programmer pour calculer automatiquement les paramètres multifractals α et C_1 et pour valider une grande base de données.

4.2.1. Rappels sur le Moment Trace et le Double Moment Trace

4.2.1.1. Moment Trace

Alors que l'analyse spectrale correspond à une analyse statistique de second ordre, l'analyse du Moment Trace ou TM (Trace Moment - en anglais) (Schertzer et Lovejoy, 1987) est effectuée sur une gamme de l'ordre q des moments statistiques. Cela permet de déterminer la fonction d'exposant d'échelle des moments $K(q)$ dans l'équation (3.1), et de rechercher sur l'invariance d'échelle des moments d'ordre q d'un champ ε_λ à différentes résolutions λ .

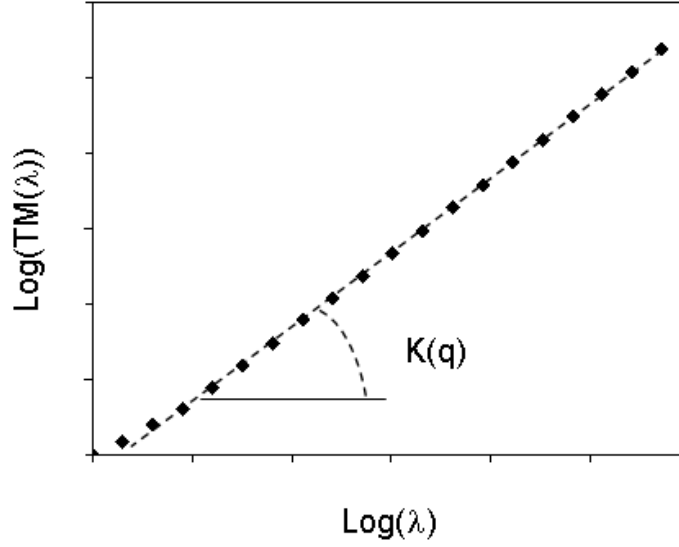


Figure 4-6. Illustration de l'invariance d'échelle et de la détermination $K(q)$

Le champ ε_λ à des résolutions de plus en plus petites $1 < \lambda < \Lambda$ (Λ est la plus grande résolution ou la plus petite échelle), qui est obtenu par agrégation du champ original ε_Λ sur un rapport $\frac{\Lambda}{\lambda}$. La représentation en diagramme logarithmique du moment statistique d'ordre q en fonction du rapport d'échelle λ (Figure 4-6) permet de déterminer $K(q)$ comme étant la pente de la partie linéaire.

La première méthode (dénommée TM1) de détermination des paramètres α et $C1$ par l'analyse TM est basée sur l'analyse de la courbe $K(q)$ entre les valeurs $K(q)$ empiriques et celles $K(q)$ « théoriques » calculées par l'équation (4.3) dans le cadre du multifractal universel. Les paramètres α et $C1$ sont estimés de la façon suivante :

$$K(q) = \begin{cases} \frac{C_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - q) & \text{pour } \alpha \neq 1 \\ C_1 q \ln(q) & \text{pour } \alpha = 1 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$\hat{K}(q) = \begin{cases} \frac{(q^\alpha - q)}{\alpha - 1} & \text{pour } \alpha \neq 1 \\ q \ln(q) & \text{pour } \alpha = 1 \end{cases} \quad (4.4)$$

Si l'on pose l'équation 4.4, alors le rapport $C1(q) = \frac{K(q)}{\widehat{K}(q)}$ reste constant quel que soit q $= \widehat{q}$ et vaut $C1$ si le modèle universel est valide (Bernardara et al., 2007). Cela permet d'estimer les paramètres α et $C1$ en se basant sur les valeurs $K(q)$ empiriques. D'abord, les valeurs de α sont supposées, puis $C1(q)$ est calculé. La valeur de α à obtenir est celle qui rend ce rapport constant. La valeur $C1$ est ensuite calculée par la moyenne des rapports $C1(q)$.

La deuxième méthode (TM2) est basée sur la propriété mathématique de la fonction $K(q)$ qui permet de déterminer directement les paramètres α et $C1$ par les deux premières dérivées de la fonction $K(q)$ lorsque $q = 1$:

$$C1 = \left. \frac{dK(q)}{dq} \right|_{q=1} \quad (4.5)$$

$$\alpha = \left. \frac{d^2 K(q)}{dq^2} \right|_{q=1} / C1 \quad (4.6)$$

Les deux méthodes seront appliquées, dans les sections 4.4.2 et 4.5, pour calculer les paramètres α et $C1$ des données sélectionnées, ainsi que pour tester ces méthodes sur les simulations multifractales.

4.2.1.2. Moment Double Trace

Une autre technique d'analyse multifractale, la méthode du Moment Double Trace ou DTM (Double Trace Moment – en anglais) (Lavallée, 1991; Lavallée et al., 1993) qui est une généralisation de la méthode TM, est une méthode simple pour estimer directement les paramètres multifractals universels α et C_1 , dont la signification est présentée dans la section 3.1.2.

Les étapes principales du DTM sont schématisées sur la Figure 4-7. A la première étape, le champ ε_Λ à la plus petite échelle (donc pour $\lambda = \Lambda$) est élevé à la puissance η (ε_Λ^η). Ensuite, l'analyse du DTM est procédée comme l'analyse du TM sur le champ correspondant ε_Λ^η . Par conséquent, l'analyse de DTM est de rechercher l'invariance d'échelle des moments

statistiques d'ordre q du champ $\varepsilon_\lambda^{(\eta)}$ à des résolutions de plus en plus petites $1 < \lambda < \Lambda$. Ce champ $\varepsilon_\lambda^{(\eta)}$ est obtenu par agrégation sur un rapport $\frac{\Lambda}{\lambda}$:

$$\varepsilon_\lambda^{(\eta)} = A[\varepsilon_\Lambda^\eta, \lambda] \quad (4.7)$$

où $A[\varepsilon_\Lambda^\eta, \lambda]$ désigne l'agrégation du champ ε_Λ^η à résolution Λ en champ $\varepsilon_\lambda^{(\eta)}$ à résolution λ .

$$\langle \varepsilon_\lambda^{(\eta)q} \rangle \approx \lambda^{K(q,\eta)} \quad (4.8)$$

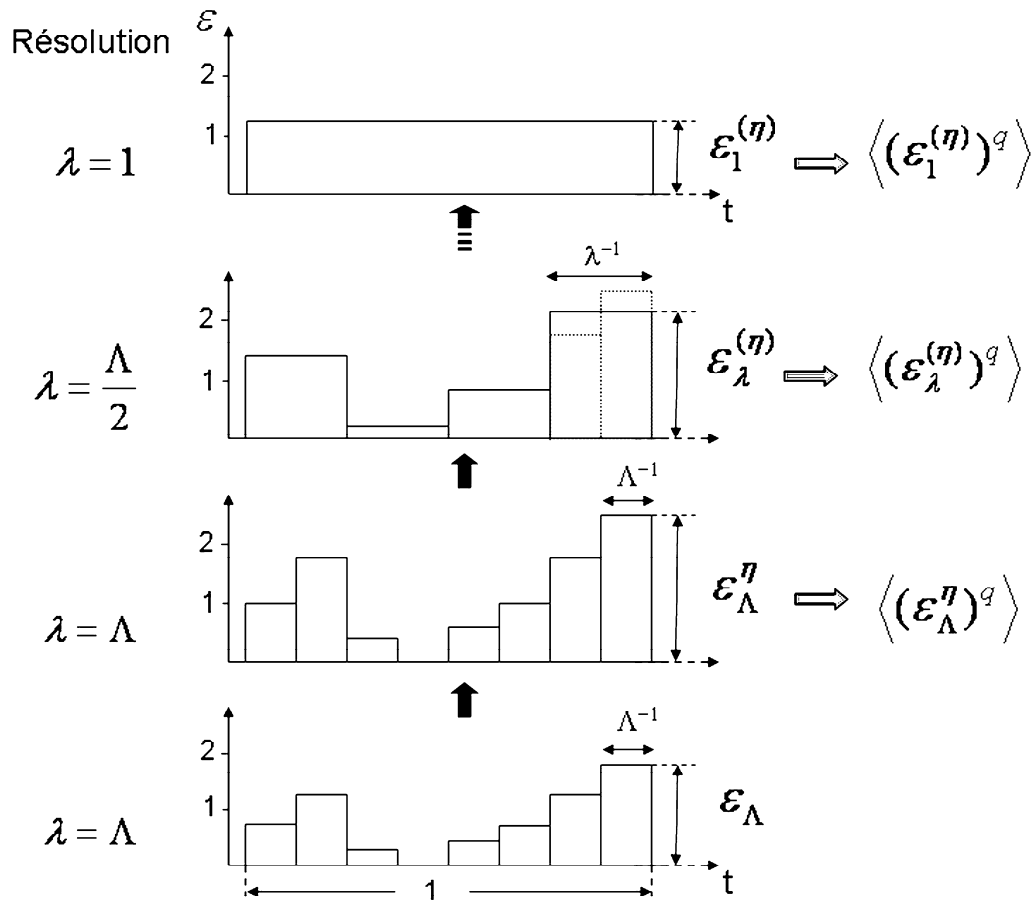


Figure 4-7. Illustration schématique de l'algorithme du DTM qui présente ses étapes principales

Pour chaque valeur du moment d'ordre q , l'équation (4.8) permet d'estimer $K(q, \eta)$ comme une fonction de différentes valeurs de η à l'aide d'une régression linéaire de $\text{Log}(\langle R_\lambda^{(\eta)q} \rangle)$ en fonction de $\text{Log}(\lambda)$ sur une gamme de λ (Figure 4-8a). Pour les processus multifractals, du fait des équations (3.7) et (4.8) l'exposant de la loi d'échelle $K(q, \eta)$ des moments statistiques de $\varepsilon_\lambda^{(\eta)}$ satisfait:

$$K(q, \eta) = \eta^\alpha K(q) \quad (4.9)$$

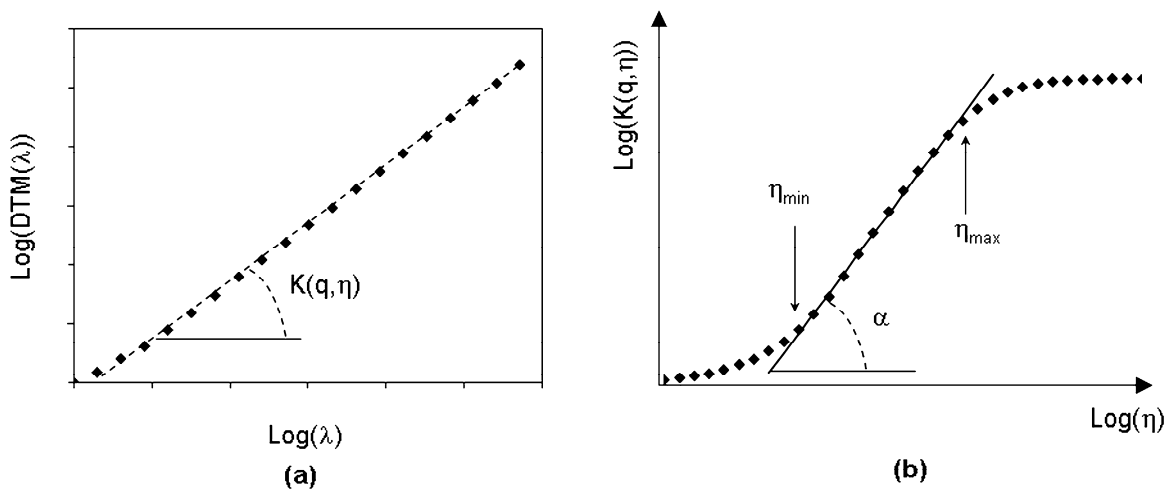


Figure 4-8. Illustration de détermination des valeurs d'exposant $K(q, \eta)$ (a) comme la pente de $\text{Log}(\langle \varepsilon_\lambda^{(\eta)q} \rangle)$ en fonction de $\text{Log}(\lambda)$ et l'index de multifractalité α (b) comme la pente de $\text{Log}(K(q, \eta))$ en fonction de $\text{Log}(\eta)$ dans l'analyse DTM.

La deuxième étape de l'analyse du DTM, la représentation en diagramme logarithmique de $K(q, \eta)$ en fonction de η (Figure 4-8b), pour chaque valeur fixé de q , permet de déterminer la valeur de α , qui est la pente de la partie linéaire. Le paramètre C_1 peut se déduire des formules (3.7) et (4.9) avec $\eta=1$.

$$C_1 = K(q) \frac{\alpha - 1}{q^\alpha - q} \quad (4.10)$$

Les courbes $K(q, \eta)$ sont généralement formées par 3 parties: deux plateaux correspondant aux grandes et petites valeurs de η et une partie linéaire. On constate que, pour

les données réelles, la zone linéaire ne porte que sur une certaine gamme des valeurs de η . Les limites de cette gamme dépendent de la caractéristique des données étudiées. Dans la section suivante, on présente une méthode qui permet de déterminer cette gamme de η pour toutes les séries données. La valeur de α est ensuite estimée en basant sur cette gamme de η .

4.2.2. Améliorations du DTM

Une première méthode d'amélioration d'estimation de α et C_1 par le DTM est dite: méthode du point d'inflexion (Hittinger, 2008; Hoang, 2008). Cette méthode consiste à estimer la valeur de α correspondant à la pente d'un segment formé par un nombre n des valeurs η discrètes les plus proches autour du point d'inflexion. Le point d'inflexion est un point de la courbe $K(q, \eta)$ tracée, pour lequel la deuxième dérivée s'annule. En effet, ce point n'est pas toujours très visible sur la courbe $K(q, \eta)$, mais il existe nécessairement entre les deux plateaux de $K(q, \eta)$ correspondant aux grandes et petites valeurs de η . Ainsi, la difficulté principale de cette méthode est de déterminer la gamme de η sur laquelle le point d'inflexion est ensuite détecté. Cette difficulté est surmontée en améliorant la méthode DTM.

Toutefois, comme illustré par la Figure 4-8b, la relation de l'équation (4.9), en raison de la taille finie des échantillons, ainsi que pour le seuil détectable, ne porte que sur une gamme définie $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ des valeurs de η . D'après Hittinger (2008), ces limites peuvent être théoriquement estimées à l'aide de la transition de phase de deuxième ordre correspondante (Schertzer et Lovejoy, 1992) selon:

$$\eta_{\min} = (c / C_1)^{1/\alpha} \max(1, 1/q) \quad (4.11)$$

$$\eta_{\max} = (d / C_1)^{1/\alpha} \min(1, 1/q) \quad (4.12)$$

où c est la codimension du support de la pluie empirique, c'est-à-dire lorsque l'intensité de la pluie est estimée comme non-zéro. La valeur c peut être estimée à l'aide d'un algorithme de comptage de boîtes. d étant la dimension de l'espace sur lesquelles sont définies les observations (on utilisera la valeur $d = 1$ pour les séries temporelles). Néanmoins, la difficulté principale avec les équations (4.11) et (4.12) est leur dépendance non linéaire sur α , c'est-à-dire qu'il faut une première estimation de α pour examiner quelle gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ sur

laquelle on peut obtenir une bonne estimation de α . Par conséquence, on choisit d'abord une valeur intermédiaire $\bar{\eta}$ pour calculer dans son voisinage une première estimation de la pente de $\text{Log}(K(q, \eta))$ en fonction de $\text{Log}(\eta)$, par exemple avec l'aide d'un nombre donné n (souvent $n = 6$) des valeurs η discrètes les plus proches. Il est assez facile à définir $\bar{\eta}$ par:

$$K(q, \bar{\eta}) = (K(q, \eta)_{\min} K(q, \eta)_{\max})^{1/2} \quad (4.13)$$

où $K(q, \eta)_{\min}$ et $K(q, \eta)_{\max}$ correspondent respectivement aux valeurs empiriques minimale et maximale de $K(q, \eta)$. Ce choix est raisonnable car cette valeur $\bar{\eta}$ correspondant à la position au milieu de la zone linéaire de $K(q, \eta)$. Ceci présente l'avantage de permettre à une bonne estimation de α .

Après avoir obtenu la première estimation de gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$, nous avons développé deux différentes variations de l'algorithme DTM, afin de vérifier si l'une des deux est significativement moins sensible à la qualité des données.

La première variation est la méthode DTM avec un point d'inflexion (DTM-IP): on détecte le point d'inflexion $\text{Log}(K(q, \eta_p))$ de $\text{Log}(K(q, \eta))$ en fonction de $\text{Log}(\eta)$ sur la gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$, grâce à un code de programme qui permet de détecter le point d'inflexion et d'accélérer les calculs puisqu'ainsi le programme ne teste pas tous les points. Ensuite, la valeur de α est estimée à l'aide de la pente autour ce point d'inflexion. Le nombre de points pris avant et après le point d'inflexion doit être bien pesé. Il est généralement considéré qu'une longueur satisfaisant du segment pour une bonne estimation de α est de l'ordre de 3 points avant et après le point d'inflexion.

Des données de mauvaise qualité ayant de comportement d'invariance d'échelle non claire présentera plusieurs points d'inflexion et générera donc une grande dispersion des estimations du paramètre. Afin de réduire ces incertitudes, nous avons développé une procédure itérative. Cette méthode est basée sur l'idée que l'on peut obtenir par itération une meilleure précision sur la gamme η sur laquelle la valeur α est estimée. Ainsi, la deuxième variation est la méthode DTM avec une gamme réduite des valeurs η (DTM-RR): la procédure DTM-IP est utilisée pour une seconde approximation des paramètres α et C_1 afin de calculer la gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ par les équations (4.11) et (4.12). Ensuite, les paramètres

sont ré-estimées à l'aide d'une régression linéaire de $\text{Log}(K(q,\eta))$ en fonction de $\text{Log}(\eta)$ sur une gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$.

Dans les sections 4.4.2 et 4.5, nous allons appliquer ces deux méthodes DTM-IP et DTM-RR pour déterminer les paramètres α et C1 pour les séries sélectionnées des bases de données MF-P5 et CG-94, ainsi que pour vérifier ces méthodes sur les simulations multifractales.

4.3. Influence de la qualité des données sur le comportement multifractal

L'analyse spectrale a montré les influences de la qualité des données sur le comportement du spectre d'énergie. Dans cette section, afin d'évaluer les influences éventuelles de la qualité des données sur le comportement d'invariance d'échelle des moments statistiques, nous avons appliqué l'analyse TM et DTM pour étudier le comportement d'invariance d'échelle des moments pour les 166 séries temporelles de pluie de la base MF-P5 ayant différentes fréquences de mesure.

Pour chaque série, au départ de cette thèse, nous avons d'abord procédé à l'analyse TM sur des séquences individuelles d'environ 5 ans de la pluie de 5 minutes (2^{19} valeurs), qui ont été considérés comme des réalisations indépendantes. La gamme d'ordre q des moments s'étale de 0,25 à 3,0 avec un pas de 0,25. Ensuite, la valeur des moments statistiques à la résolution λ donnée correspond à la moyenne estimée à cette résolution sur toutes les réalisations. L'invariance d'échelle des moments traces empiriques, par rapport à la résolution des données λ , correspond à un comportement linéaire de leurs courbes en coordonnées logarithmiques.

Comme illustré par la Figure 4-9, les séries de Rimbaud et d'Orgeval qui sont mesurées à haute fréquence de 5 minutes présentent un comportement multifractal plutôt clair. Il correspond à une loi de puissance des moments correspondants, qui correspond à l'ajustement linéaire dans le graphique logarithmique.

En raison du déficit de courts épisodes homogènes de pluie, les ruptures d'échelle similaires aux spectres d'énergie sont observées par l'analyse TM. Les courbes TM affichent des ruptures artificielles (Figure 4-10) à environ 40-80 minutes pour les séries ayant une résolution horaire (comme par exemple pour 1 séries de Nîmes et de Saint Andre de Roquepertuis) mais elle peut se produire pour de plus grandes périodes (comme par exemple à

environ 10 heures pour la série de Mont Aigoual (Figure 4-11a)). De plus, la période de rupture d'échelle n'est pas claire pour les séries de Marseille (Figure 4-11b). Cela montre évidemment la difficulté et soulève plusieurs inquiétudes sur la possibilité d'utiliser ces séries temporelles pour les analyses statistiques et les simulations stochastiques.

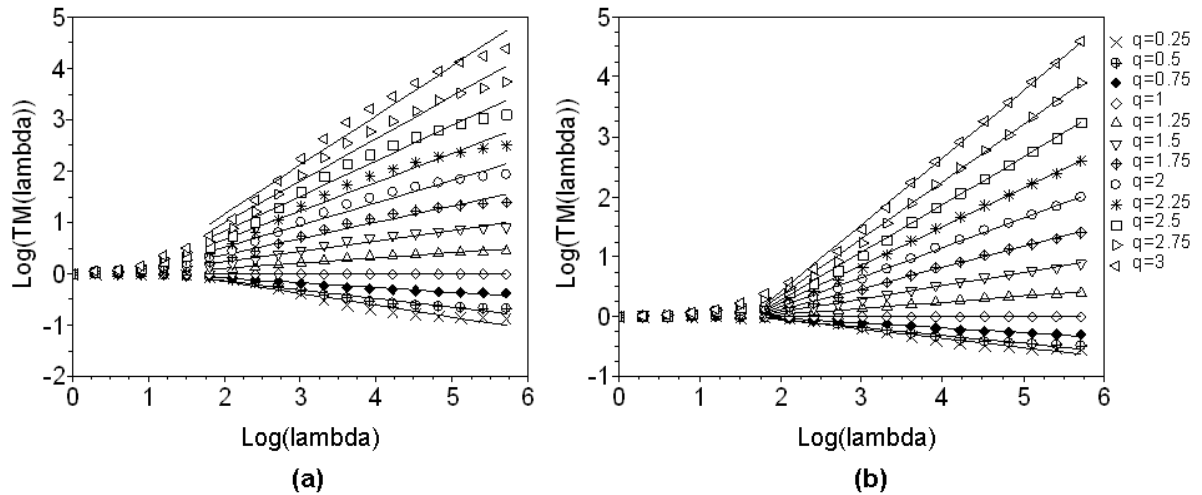


Figure 4-9. Graphiques log-log des Moments Traces des séries de Rimbaud (a) et Orgeval (b). Les deux figures/séries présentent un comportement multifractal plutôt clair, mais le maintien d'invariance d'échelle jusqu'à la plus haute résolution (la plus courte durée = 5 minutes) pour seulement les séries d'Orgeval.

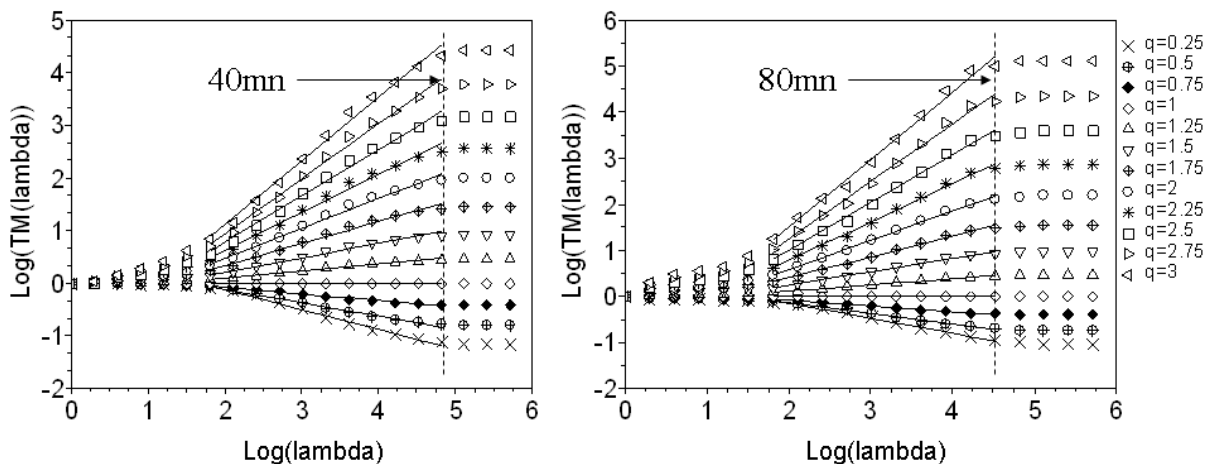


Figure 4-10. Graphiques log-log des Moments Traces des séries de Nîmes(a) et Saint Andre de Roquepertuis (b). Les deux séries présentent une rupture d'échelle claire à environ une heure. En effet les distributions de probabilité de leurs durées montrent la fréquence effective de mesure horaire au lieu de 5 minutes (voir la Figure 2-5a pour Nîmes).

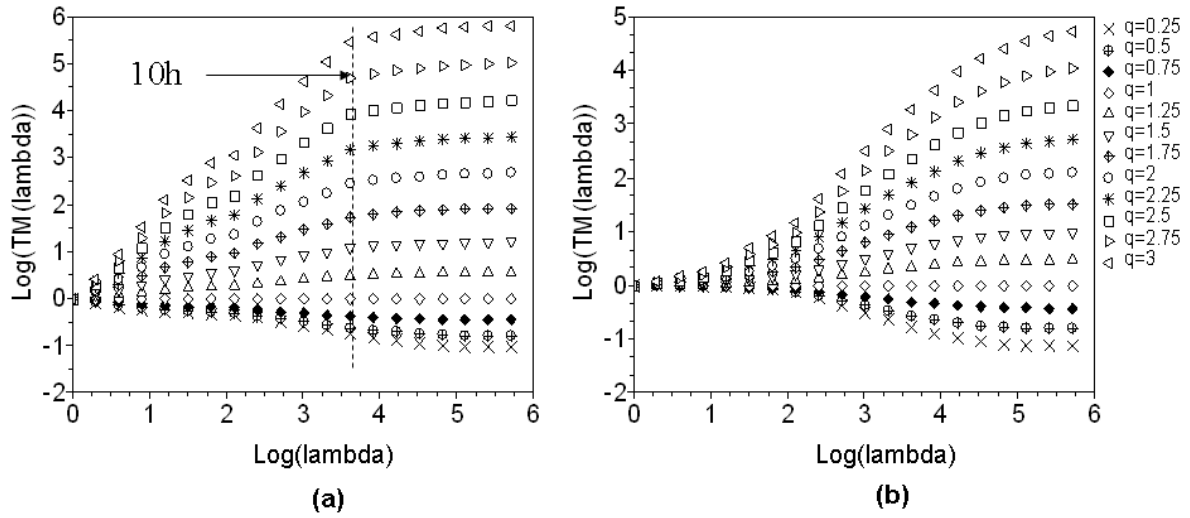


Figure 4-11. Graphiques log-log des Moments Traces de la série de Mont Aigoual (a) avec la rupture d'échelle à environ 10 heures et la série de Marseille (b) avec le point de rupture d'échelle pas claire, en accord avec Figure 2-5b.

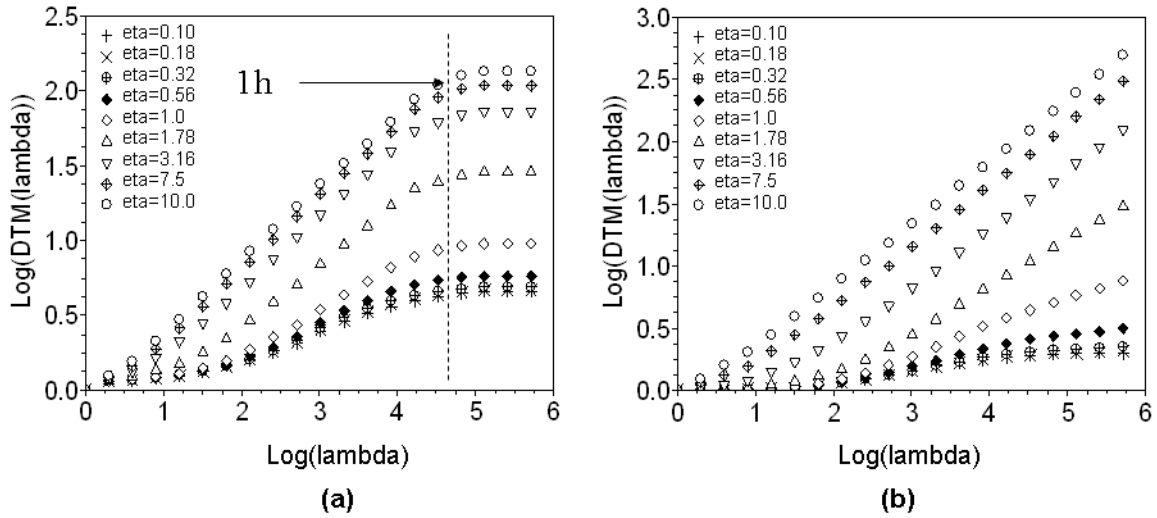


Figure 4-12. Graphiques log-log des Moments Doubles Traces des séries de Saint Andre de Roquepertuis (a) et d'Orgeval (b). La figure (a) présente une rupture d'échelle à environ une heure, alors qu'un comportement multifractal est présenté plutôt clairement sur la figure (b). Dans ces deux cas, ces courbes présentent un comportement multiscaling semblable à leurs homologues TM (voir Figure 4-10b et Figure 4-9b)

L'autre technique, l'analyse DTM permet d'étudier le comportement d'invariance d'échelle des moments doubles. Les valeurs de η sont prises de 10^{-1} à 10^1 . La valeur de q qui est fixée à 1,5 est une valeur satisfaisante. Une vérification de la stabilité de la méthode

(Schmitt, 1993; Biaou, 2004; Hittinger, 2008; Hoang, 2008) a montré que les courbes $\log(K(q,\eta))$ sont parallèles entre elles pour différentes valeurs de q . Cela signifie que les valeurs de α et $C1$ sont stables et indépendantes de la valeur de q . Ainsi, il suffit de fixer une valeur de q pour l'analyse DTM.

On doit revenir à la question sur la qualité des données. En effet, la Figure 4-12 montre clairement que les courbes DTM présentent des ruptures d'échelle similaires à celles des courbes TM. Les ruptures d'échelle autour d'une heure, par exemple la série de Nîme (Figure 4-10a) et de Saint Andre de Roqueqertuis (Figure 4-10b et Figure 4-12a), peuvent être expliquées due au déficit en épisodes de haute résolution. En effet, ces séries n'ont qu'une résolution horaire, ainsi un déficit visible des épisodes des durées courtes.

Cela signifie que la gamme des échelles sur laquelle les paramètres multifractals peuvent être estimés est très sensible à la qualité des données à haute fréquence. Ne pas faire attention à cette question conduit à une augmentation des incertitudes pour les estimations des paramètres, ainsi que pour les estimations hydrologiques. C'est par exemple (cf. Figure 4-13) le cas pour les courbes Hauteur-Durée-Fréquence (HDF), qui sont largement utilisées dans l'hydrologie.

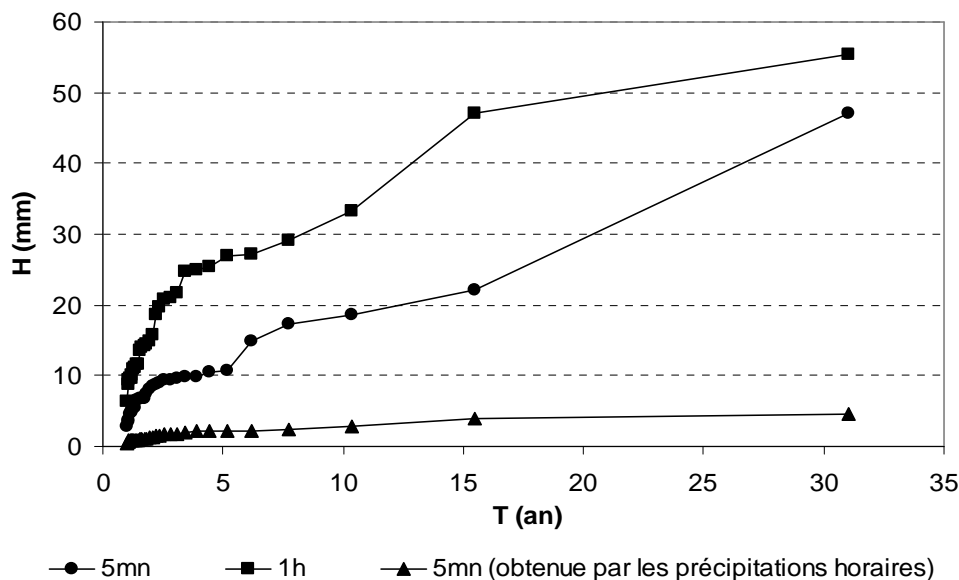


Figure 4-13. Courbes HDF des valeurs maximales annuelles pour la série d'Orgeval. Les symboles carrés correspondent à la durée horaire, les symboles ronds et triangles aux durées de 5 minutes. il y a une différence significative entre la courbe HDF obtenue à partir des précipitations observées (ronds) et celle obtenue à l'aide de la désagrégation uniforme des précipitations horaires (triangles).

La Figure 4-13 présente les courbes HDF des valeurs maximales annuelles pour la série d'Orgeval. Ces données ayant une résolution de 5 minutes sont agrégées en données horaires. Donc, les courbes représentées par les symboles ronds et carrés correspondent respectivement aux durées de 5 minutes et d'une heure. Ensuite, la courbe représentée par les triangles pour la durée de 5 minutes est obtenue à l'aide de la désagrégation uniforme des précipitations horaires, c'est-à-dire, une transformation des précipitations horaires en 5 minutes est obtenue par une distribution uniforme sur les 12 intervalles de 5 minutes. Ceci illustre l'effet d'utiliser les données horaires pour construire artificiellement les courbes HDF pour les durées sous-horaires. Pour la durée de 5 minutes, la Figure 4-13 montre une différence significative entre ces courbes HDF correspondant aux données de 5 minutes « vraies » et aux données artificielles correspondantes.

En raison du manque de variabilité à petite échelle, les valeurs, obtenues avec l'aide d'une désagrégation uniforme à partir des données de précipitations horaires (triangles) restent plus faibles que celles estimées à partir des précipitations observées (ronds). Par exemple, la hauteur pour une période de retour de 15 ans (et une durée de 5 minutes) diminue fortement de 22 à 4 millimètres. Cela montre que le déficit des épisodes «homogènes» de courte durée pourrait provoquer sous-estimations importantes des précipitations pour les applications opérationnelles de l'hydrologie. Pour les statistiques plus robustes, la quantification de la qualité des données puis la sélection des données ayant la qualité requise sont donc nécessaires. Ceci confirme la nécessité de bien évaluer la fréquence effective de la mesure et d'enregistrement. Dans la section 2.3, nous avons présenté une procédure qui permet de répondre ces questions. Dans les sections suivantes, les analyses seront réalisées sur les données sélectionnées pour déterminer les paramètres multifractals.

4.4. Détermination des α et C1 sur les données sélectionnées

Dans cette section, nous allons appliquer les méthodes TM et DTM, qui ont été présentées dans les sections au-dessus pour déterminer les paramètres α et C1 des données sélectionnées. [Pour faciliter le lecteur, un résumé des quatre méthodes \(TM 1, TM 2, DTM-IP et DTM-RR\) est représenté sur la Figure 4-14.](#)

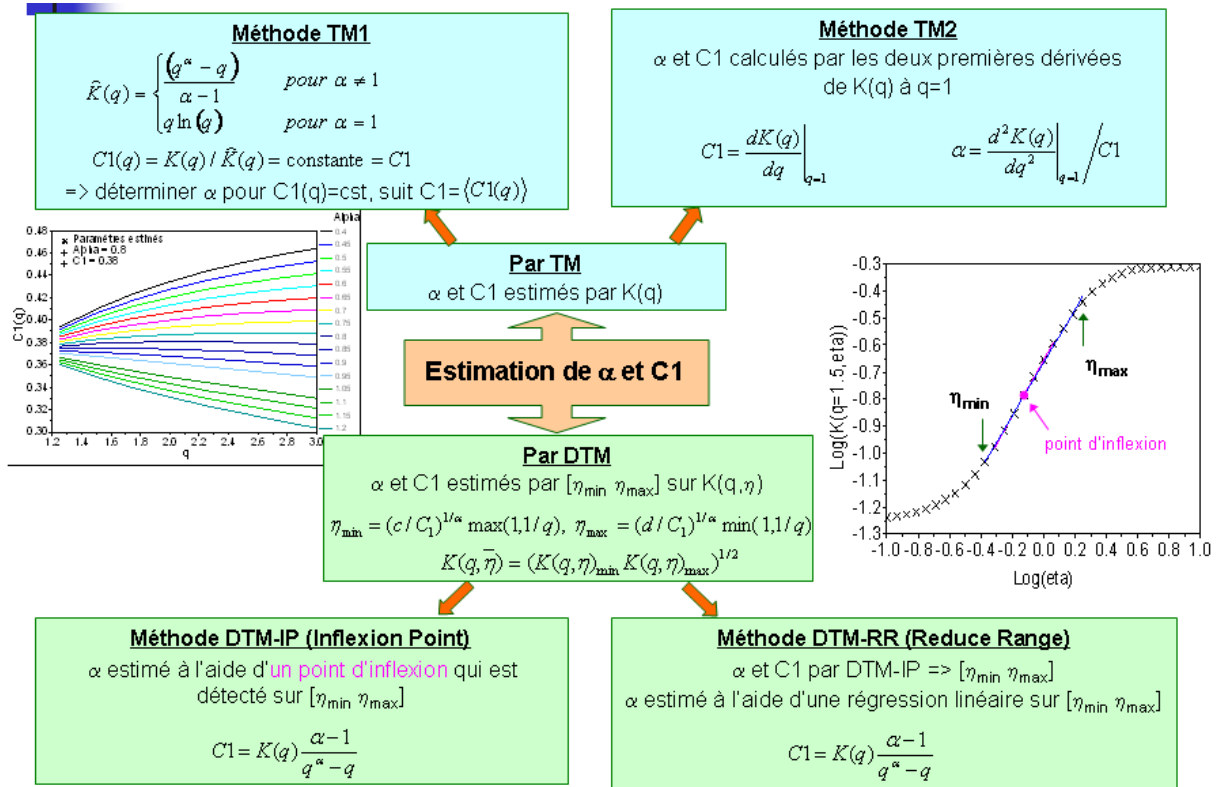


Figure 4-14. Schéma de résumé de 4 méthodes (TM 1, TM 2, DTM-IP et DTM-RR) d'estimation des paramètres multifractals α et $C1$.

4.4.1. Détermination des α et $C1$ par TM

Les données sélectionnées sont coupées en séquences continues de longueur 2^{15} valeurs (soit environ 114 jours), qui sont considérées comme des réalisations indépendantes pour calculer les moments à résolution λ . Les moments moyens à chaque résolution λ sont ensuite pris sur toutes les réalisations.

Les résultats d'analyse des moments traces montrent le comportement d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle de 5 minutes à environs 28 jours (donc les échelles de 2^0 à 2^{13} de 5 minutes) pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 (par exemple la série d'Orgeval (Figure 4-15a)) et ainsi que de la base CG-94 (par exemple la série ARCU36 (Figure 4-16a)). Ce résultat met en évidence que le comportement multifractal des précipitations est valide jusqu'à des échelles d'au moins 5 minutes, confirmant donc la gamme d'échelle trouvée par l'analyse monofractale et spectrale. Ce résultat est en accord avec ceux de Ladoy et al. (1993) qui ont trouvé la gamme d'invariance d'échelle allant de 12 heures à 16 jours pour les précipitations horaires à Nîmes-Courbessac de la France; et de

Biaou (2004), qui a trouvé la gamme d'invariance d'échelle de 3 heures à un mois pour les précipitations de 6 minutes sur la France. Récemment, en étudiant les précipitations à Madeira archipelago, de Lima et de Lima (2009) ont obtenu le comportement d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle d'un jour à 16 jours pour les précipitations journalières et de 10 minutes à 7.1 jours pour les précipitations de 10 minutes.

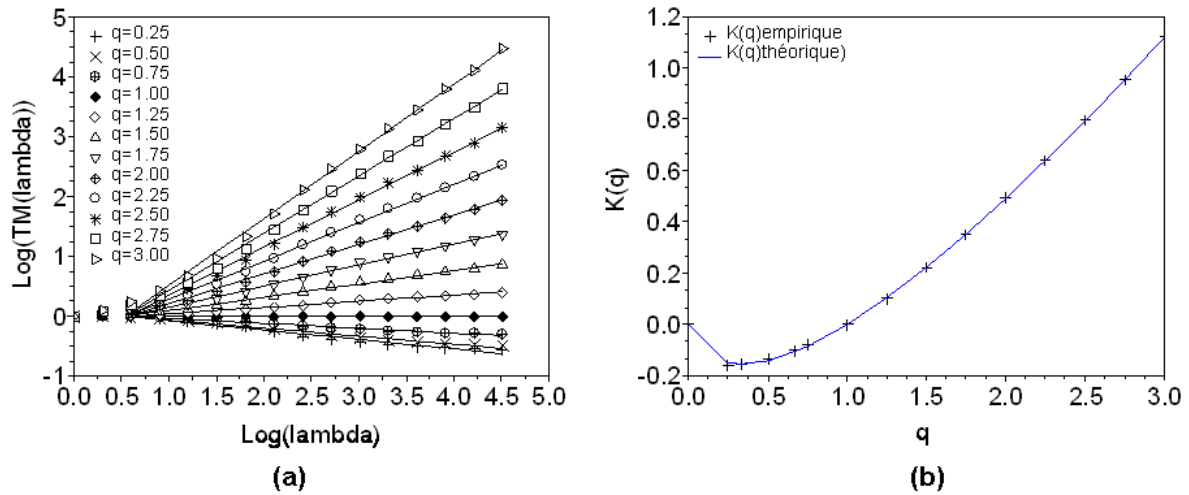


Figure 4-15. Série Orgeval de la base MF-P5, (a) les courbes TM montrent un comportement visible d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environs 28 jours. (b) les courbes $K(q)$ empiriques (les croix) et théoriques (ligne continue) correspondantes.

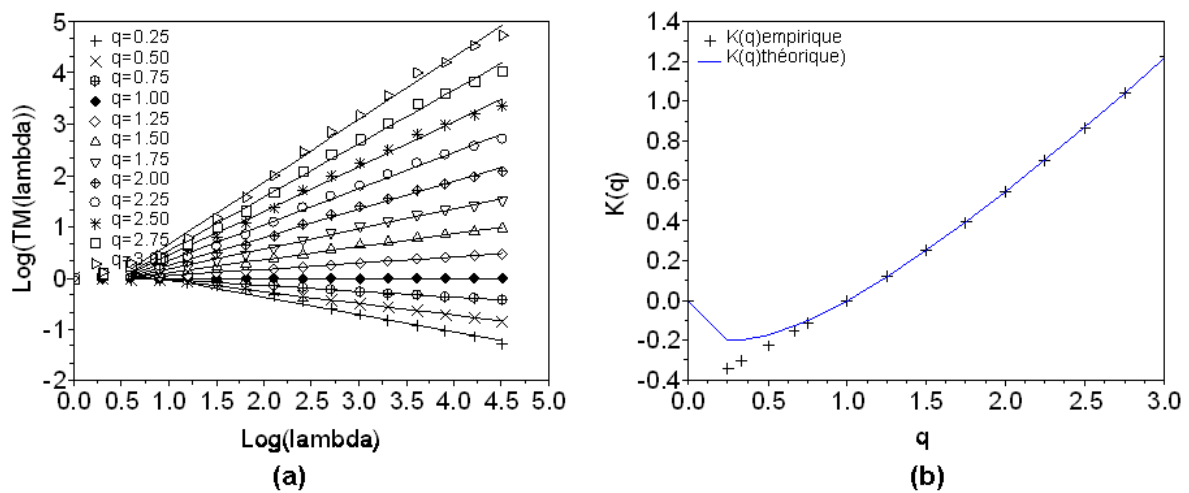


Figure 4-16. Série ARCU36 de la base CG-94, (a) les courbes TM montrent un comportement visible d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environs 28 jours. (b) les courbes $K(q)$ empiriques (les croix) et théoriques (ligne continue) correspondantes.

Les exposants d'échelle des moments $K(q)$ pour différentes valeurs de q sont ensuite déterminés par la régression linéaire sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à 28 jours. Les courbes $K(q)$ obtenues sont présentées sur les Figure 4-15b et Figure 4-16b correspondant respectivement à la série d'Orgeval et la série d'ARCU36.

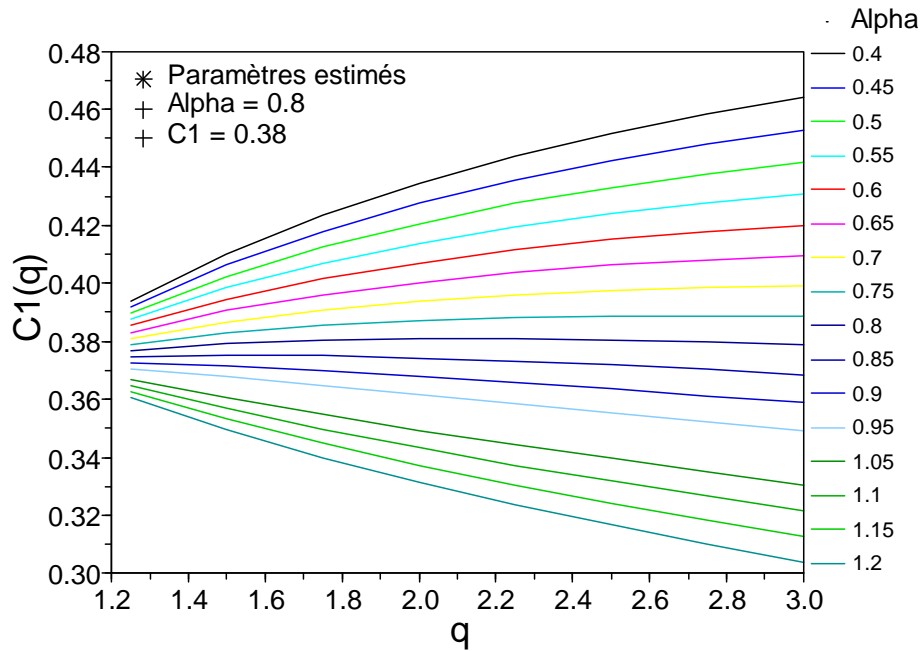


Figure 4-17. Illustration d'estimation des paramètres α et $C1$ par la méthode TM1 pour la série d'Orgeval, les valeurs trouvées $\alpha = 0.8$ et $C1 = 0.38$

Tout d'abord, la procédure de détermination des paramètres α et $C1$, par la méthode TM1 présentée dans la section 4.2.1.1, est appliquée pour estimer ces deux paramètres pour les données sélectionnées. Les valeurs de α supposées sont comprises entre 0,40 à 1,20 avec un pas de 0,05. Le rapport $C1(q)$ est calculé jusqu'à la valeur \hat{q} , qui est considérée comme l'ordre la transition de phase multifractale (Schertzer et Lovejoy, 1992). On utilisera $\hat{q} = 3.0$ comme une valeur correspondant à la transition de phase de premier ordre. Cette valeur est basée sur les résultats obtenus par plusieurs auteurs pour la loi de puissance de la probabilité des extrêmes des précipitations (Schertzer et al., 2006). Pour chaque valeur supposée de α , on calcule les valeurs $C1(q)$ correspondant aux différentes valeurs de q , puis la pente est estimée à l'aide de la régression linéaire pour ces valeurs $C1(q)$. La valeur de α à obtenir est celle correspondant à la pente la plus proche de zéro. La valeur $C1$ est ensuite calculée par la

moyenne des valeurs $C1(q)$ correspondantes. Les résultats de α et $C1$ obtenus sont présentés pour la base de données MF-P5 (Figure 4-18) et pour la base CG-94 (Figure 4-19).

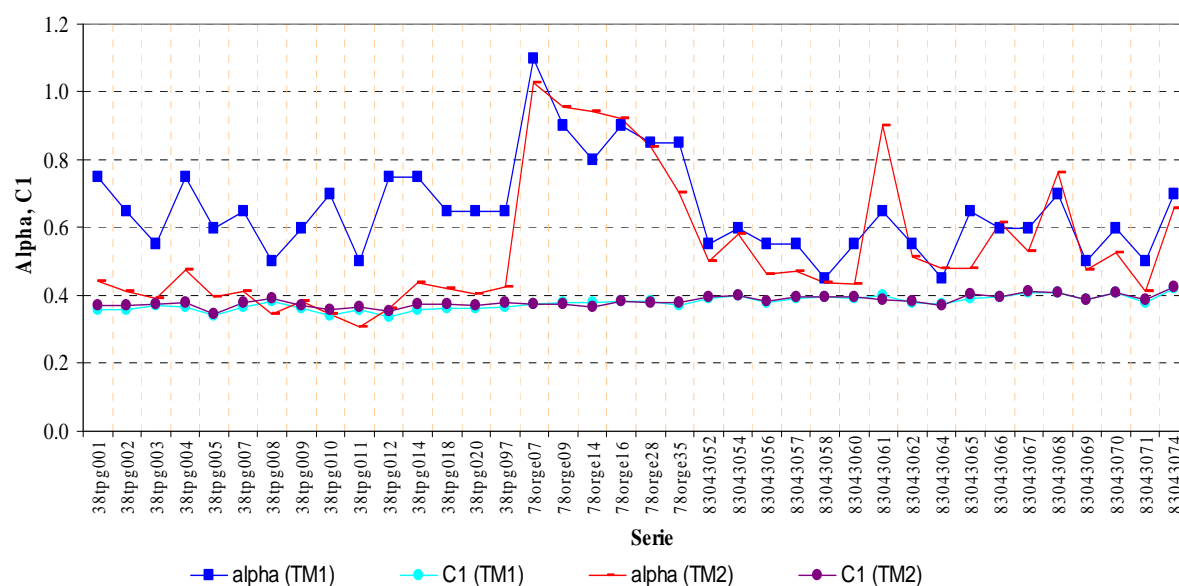


Figure 4-18. Résultats des paramètres α et $C1$ estimés par la méthode TM1 et TM2 pour les séries sélectionnées de la base MF-P5.

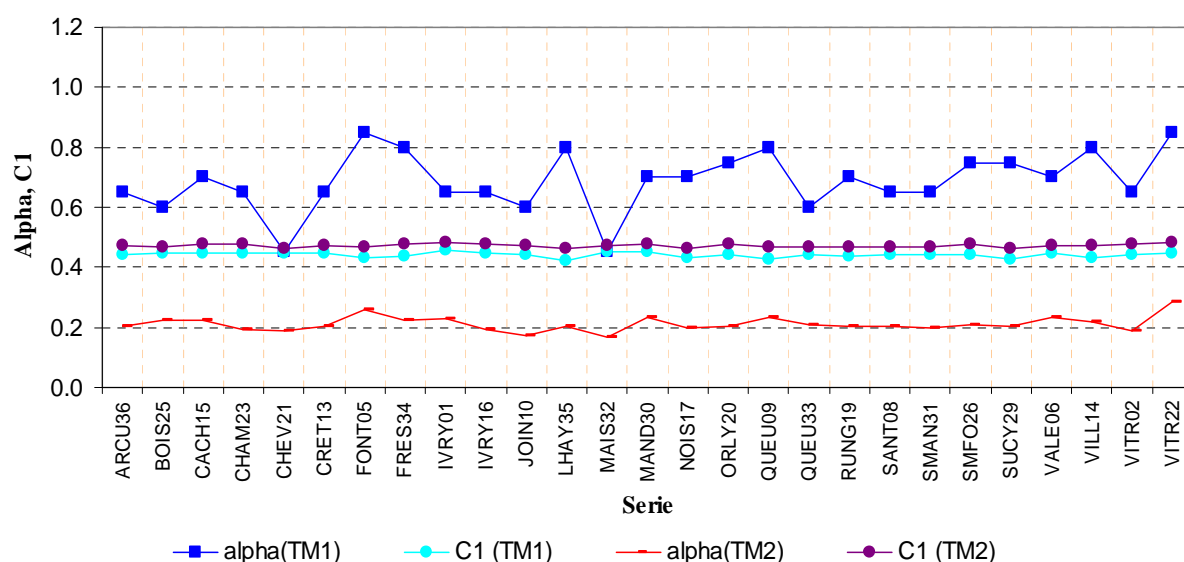


Figure 4-19. Résultats des paramètres α et $C1$ estimés par la méthode TM1 et TM2 pour les séries sélectionnées de la base CG-94,

Ensuite, la méthode TM2, avec les valeurs α et C1 déterminées par l'équation (4.5) et (4.6), est appliquée pour les données sélectionnées. On a essayé d'appliquer ces deux équations pour les deux cas de pas de q ($\delta q = 0.1$ et 0.25), avec lesquels les valeurs α et C1 obtenues sont très proches entre elles. La Figure 4-18 et Figure 4-19 montrent les résultats obtenus par la méthode TM2 respectivement pour les séries des bases MF-P5 et CG-94.

Les deux méthodes TM1 et TM2 donnent les résultats de paramètre α qui sont sensiblement différentes, en particulier pour les séries des départements 38 et 94 pour lesquelles les valeurs α obtenues par la méthode TM2 sont beaucoup plus faibles que pour celles obtenues par la méthode TM1. Par exemple pour la série LHAY35 du département 94, la valeur α obtenue par la méthode TM1 est de 0.8 contre une valeur de 0.2 par la méthode TM2 (donc une différence $\delta\alpha = 0.6$).

Cependant, pour les données réelles, on ne connaît pas encore les valeurs des paramètres α et C1. Il est donc difficile de conclure quelle est la méthode la plus adaptée à notre cas de figure. Il est possible que l'étude sur les données de simulation que nous détaillerons dans la section 4.5 nous permette d'avoir des bases pour répondre cette question.

4.4.2. Détermination des α et C1 par DTM

De même que l'analyse TM, l'analyse DTM est réalisée, pour chaque série sélectionnée, sur les séquences de longueur 2^{15} valeurs de 5 minutes, qui sont considérés comme des réalisations indépendantes. Ensuite, les moments doubles moyens à chaque résolution λ sont pris sur toutes les réalisations. Les Figure 4-20a et Figure 4-21a présentent respectivement les courbes DTM pour la série d'Orgeval de la base MF-P5 et la série d'ARCU36 de la base CG-94. Nous avons obtenu le même comportement d'invariance d'échelle sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environs 28 jours. Les valeurs $K(q,\eta)$ pour différentes valeurs de η sont déterminées par la régression linéaire sur cette gamme d'échelle.

Les méthodes DTM-IP et DTM-RR qui sont présentées dans la section 4.2.2 sont appliquées pour déterminer les paramètres α et C1. Pour mémoire, la méthode DTM_RR consiste à déterminer la valeur α en basant sur la régression linéaire de la courbe $\text{Log}(K(q,\eta))$ sur la gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$, c'est-à-dire qu'elle vise à déterminer la valeur α à l'aide de la pente sur toutes les valeurs η de la zone linéaire. La méthode DTM_IP, quant à elle, calcule la

valeur α à l'aide d'une régression linéaire sur un nombre donné $n=6$ de valeurs η les plus proches autour du point d'inflexion.

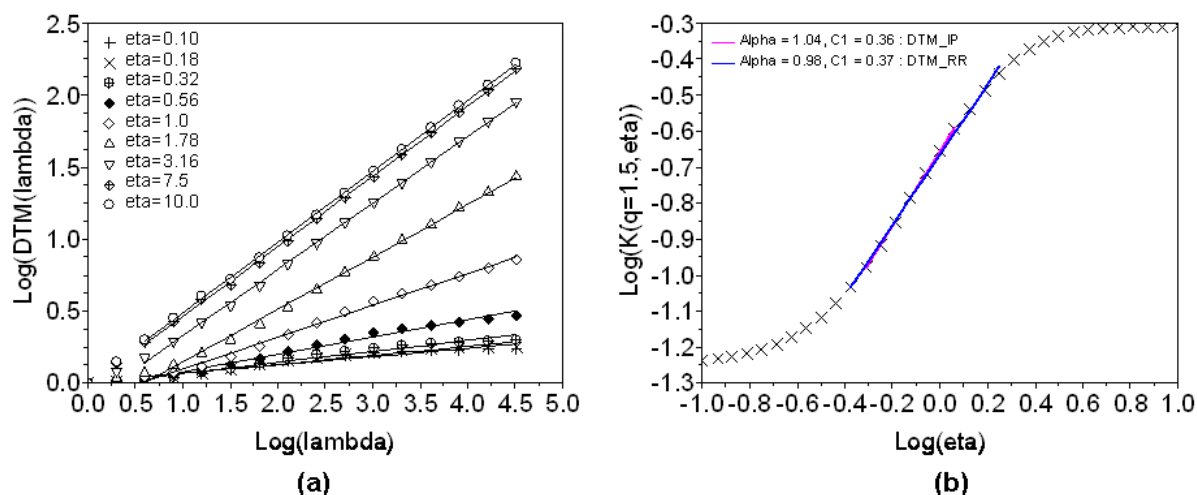


Figure 4-20. Série d'Orgeval de la base MF-P5, (a) les courbes DTM, (b) la courbe $K(q, \eta)$ permet de déterminer les paramètres α et $C1$ par la méthode DTM_IP (ligne rose) et DTM_RR (ligne bleu).

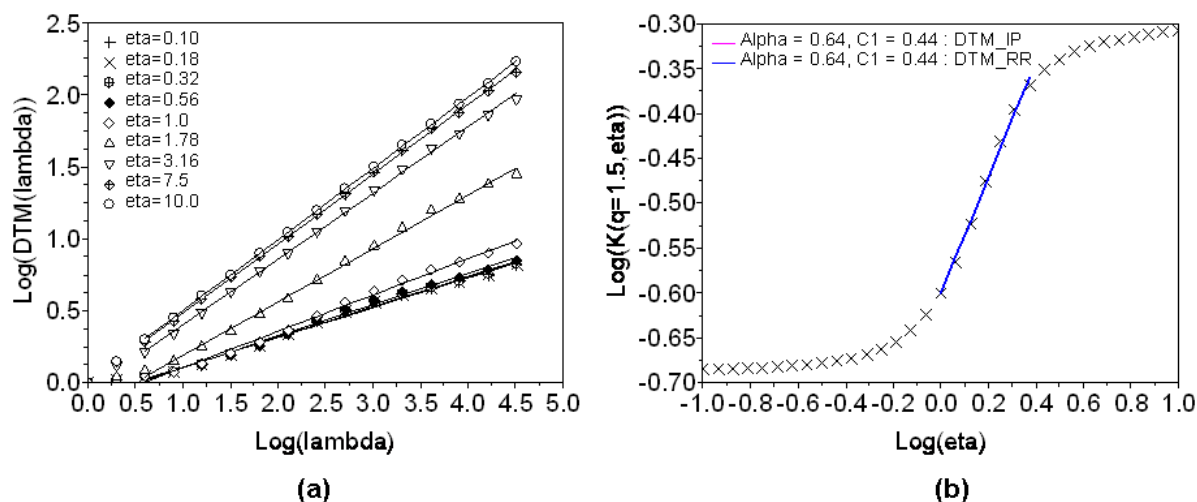
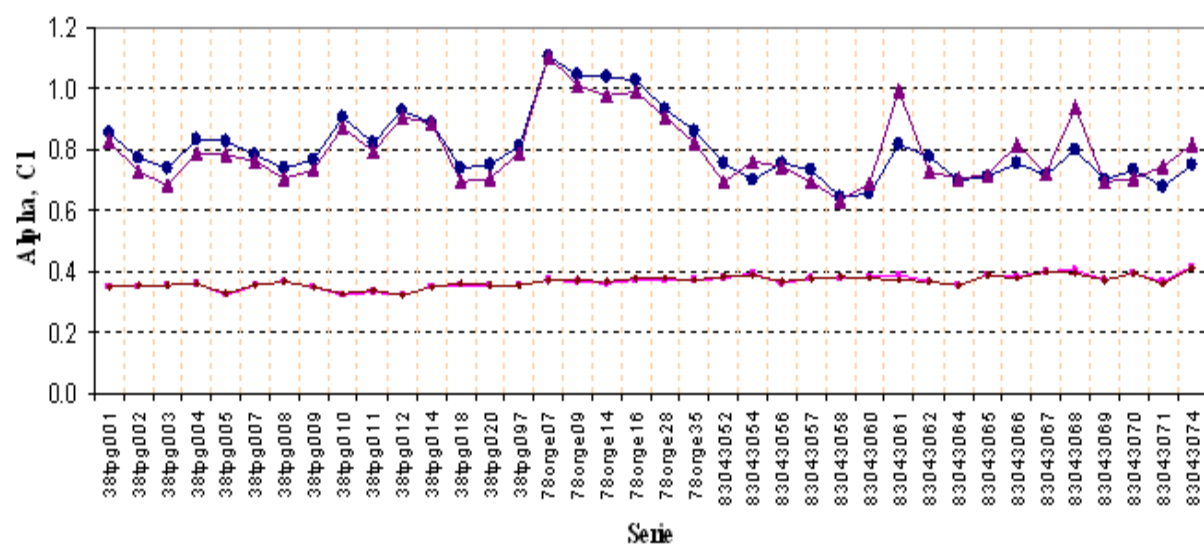


Figure 4-21. Série d'ARCU36 de la base CG-94, (a) les courbes DTM, (b) la courbe $K(q, \eta)$ permet de déterminer les paramètres α et $C1$ par la méthode DTM_IP (ligne rose) et DTM_RR (ligne bleu), dans ce cas, 2 lignes rose et bleu sont confondues, ces 2 méthodes donnent donc les mêmes valeurs pour α et $C1$.

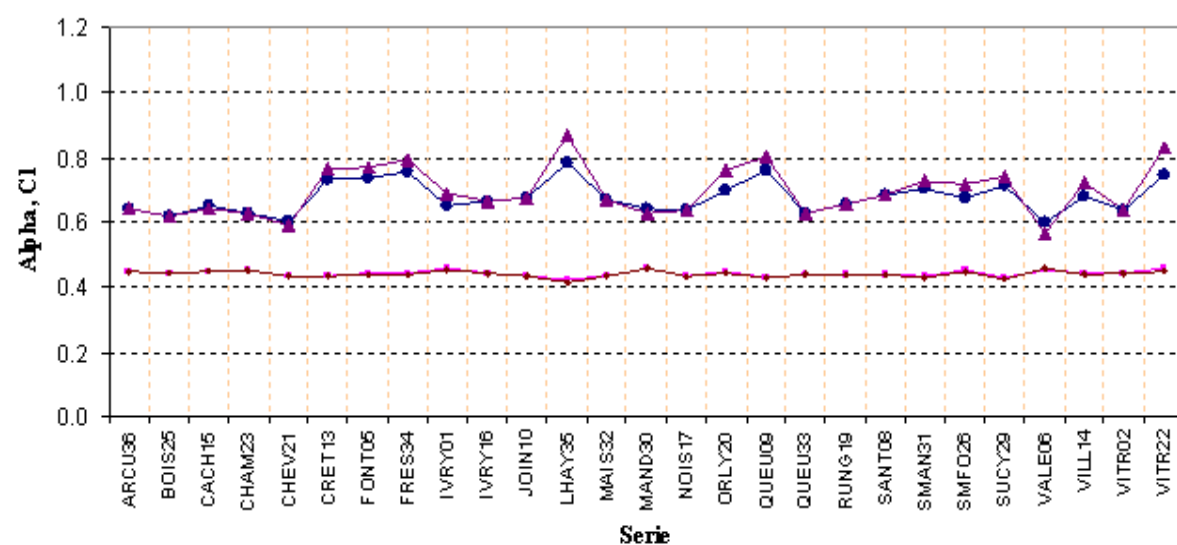
Les valeurs obtenues des paramètres α et C1 pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 et CG-94 sont synthétisés respectivement dans la Figure 4-22a et b. Les deux méthodes DTM-IP et DTM-RR donnent les valeurs α très proches entre elles, en particulier pour les séries de la base CG-94. La différence dépend de la caractéristique de la zone linéaire sur la courbe $\text{Log}(K(q,\eta))$. Les valeurs C1 sont stables et sont accordées entre elles. La Figure 4-20b présente la courbe $\text{Log}(K(q,\eta))$ ainsi que les valeurs α et C1 déterminées par les deux méthodes DTM pour la série d'Orgeval. La zone linéaire est formée par la gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ comprenant 11 valeurs η qui sont caractérisées par une pente de 0.98 (qui détermine donc la valeur α représentée par la ligne bleue). La méthode DTM-IP donne une valeur α de 1.04 correspondant à la pente prise sur les 7 valeurs η (c'est à dire 6 valeurs η les plus proches autour celle η du point d'inflexion, ce qui correspond à la ligne rose). Cependant, la différence des paramètres obtenus par deux méthodes est faible. Par contre, dans le cas où la zone linéaire n'est contenue que par une plus petite gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ comportant les 7 valeurs η correspondant à une distance de $\Delta\log(\eta) = 0.4$, comme présenté sur la Figure 4-21a pour la série d'Arcu36, les deux méthodes donnent les mêmes valeurs α et C1. Quand la zone « linéaire » est large et que son comportement est complexe, la détermination des paramètres α et C1 par la méthode DTM-IP pourrait donner des différences non négligeables sur les valeurs α par rapport à la méthode DTM-RR. En effet, le comportement complexe de la zone linéaire présentera plusieurs points d'inflexion et générera donc une grande dispersion des estimations du paramètre par la méthode DTM-IP. L'incertitude des estimations de α et C1 par cette méthode DTM-IP sera montrée dans la section 4.6.

Comme nous l'avons dit plus haut, on ne connaît pas encore quels sont les valeurs α et C1 pour les données réelles. Il est donc difficile de donner une sélection pour la méthode prédominante : DTM-IP ou DTM-RR. Cependant, la méthode DTM-RR permet d'obtenir la valeur α qui caractérise toute la zone linéaire comprise dans la gamme allant de η_{\min} à η_{\max} . De plus, les paramètres obtenus par cette méthode DTM-RR sont beaucoup moins sensibles par la qualité des données.



—●— alpha (DTM-IP) —●— C1 (DTM-IP) —▲— alpha (DTM-RR) —●— C1 (DTM-RR)

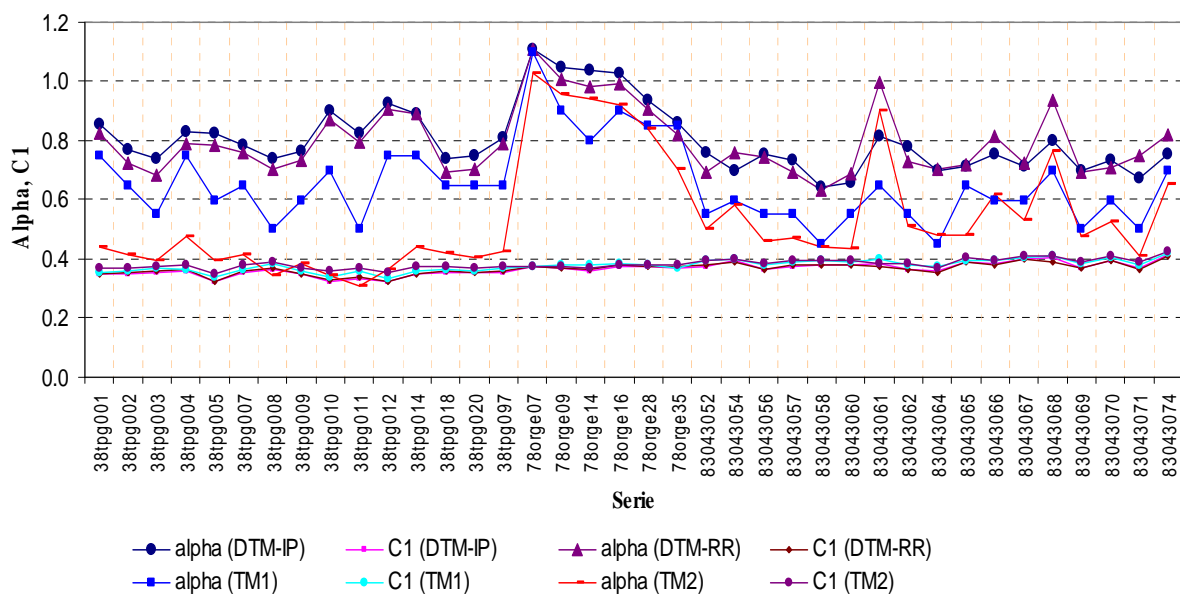
(a)



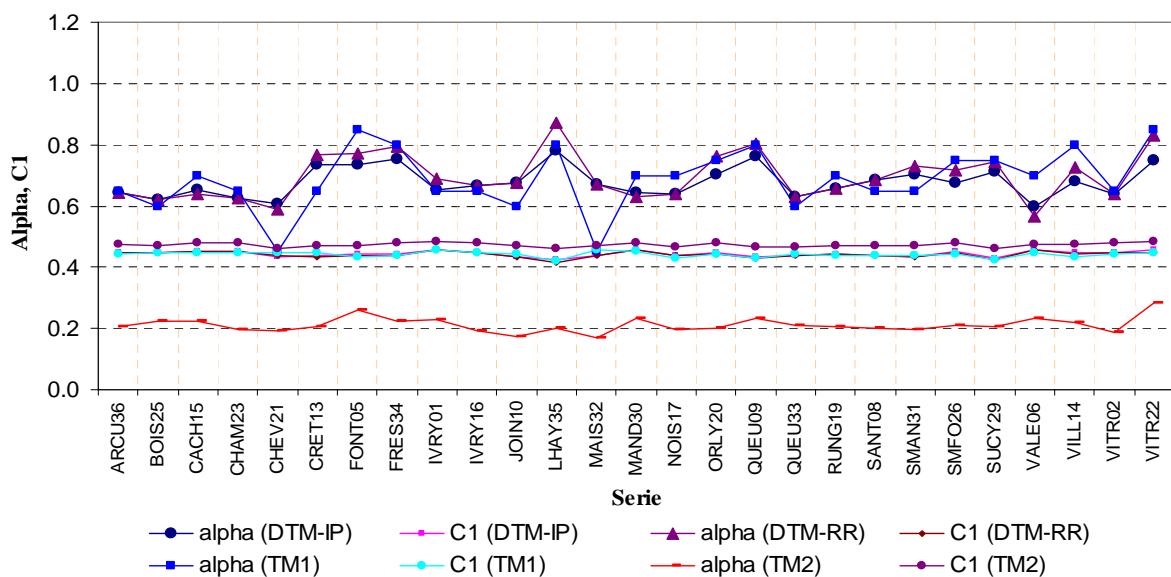
—●— alpha (DTM-IP) —●— C1 (DTM-IP) —▲— alpha (DTM-RR) —●— C1 (DTM-RR)

(b)

Figure 4-22. Résultats des paramètres α et C1 estimés par la méthode DTM-IP et DTM-RR pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 (a) et CG-94 (b)



(a)



(b)

Figure 4-23. Résultats des paramètres α et $C1$ estimés par 4 méthodes TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR pour les séries sélectionnées de la base MF-P5 (a) et CG-94 (b)

Afin de confronter facilement les résultats de α et $C1$ obtenus par les quatre différentes méthodes, ils sont représentés dans une seule et même figure pour chaque série : la Figure 4-23a pour les séries de la base MF-P5 et la Figure 4-23b pour les séries de la base CG-94. Une synthèse des valeurs moyennes de α et $C1$ correspondant à chaque département, obtenues par ces quatre méthodes est donnée dans le Tableau 4-1. Ces valeurs α et $C1$ sont aussi

disponibles dans Tableau Ann- 4 et Tableau Ann- 5 des annexes. Les valeurs C1 sont assez stables et proches quelque soit la méthode employée pour les obtenir, alors que les valeurs α présentent une variation notable, en particulier entre les méthodes par l'analyse TM et celles par l'analyse DTM. Ces variations introduisent des difficultés à sélectionner la méthode la plus adaptée pour l'estimation de ces paramètres, d'autant plus que l'on ne connaît pas encore les valeurs attendues pour ces séries réelles. Une solution qui pourrait être considérée comme une base sur laquelle se baser pour sélectionner l'une des méthodes serait d'appliquer ces méthodes sur des données de simulation correspondant aux différentes valeurs théoriques de α et C1 afin de retrouver ces valeur α et C1. Ainsi, la méthode qui permettra d'obtenir les valeurs de α et C1 les plus proches par rapport à celles théoriques pourra être considérée comme la méthode la plus adaptée pour ce type d'analyse. Nous présentons ce travail dans la section suivante.

Tableau 4-1. Valeurs moyennes des paramètres α et C1 correspondant à chaque département, obtenues par quatre méthodes: TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR.

Méthode	Département 38		Département 78		Département 83		Département 94	
	α	C1	α	C1	α	C1	α	C1
TM1	0.65±0.08	0.36±0.01	0.90±0.09	0.38±0.004	0.57±0.07	0.39±0.01	0.69±0.10	0.44±0.01
TM2	0.40±0.04	0.37±0.01	0.90±0.10	0.38 ± 0.01	0.54±0.12	0.40±0.01	0.21±0.02	0.47±0.01
DTM-IP	0.81±0.06	0.35±0.01	1.00±0.08	0.37 ± 0.01	0.73±0.05	0.38±0.02	0.68±0.05	0.44±0.01
DTM-RR	0.78±0.07	0.35±0.01	0.97±0.09	0.37±0.004	0.75±0.09	0.38±0.01	0.70±0.07	0.44±0.01

4.5. Détermination des α et C1 sur des données de simulation

Dans la section 3.2, nous avons présenté les séries des simulations qui sont générées et couvertes par la plupart des possibilités des paramètres de α et C1 (Tableau 3-1). Dans cette section, les quatre méthodes vues précédemment sont appliquées sur les résultats des simulations de la même manière que pour des données réelles dans le but de retrouver les valeurs α et C1 utilisées lors de la réalisation des simulations.

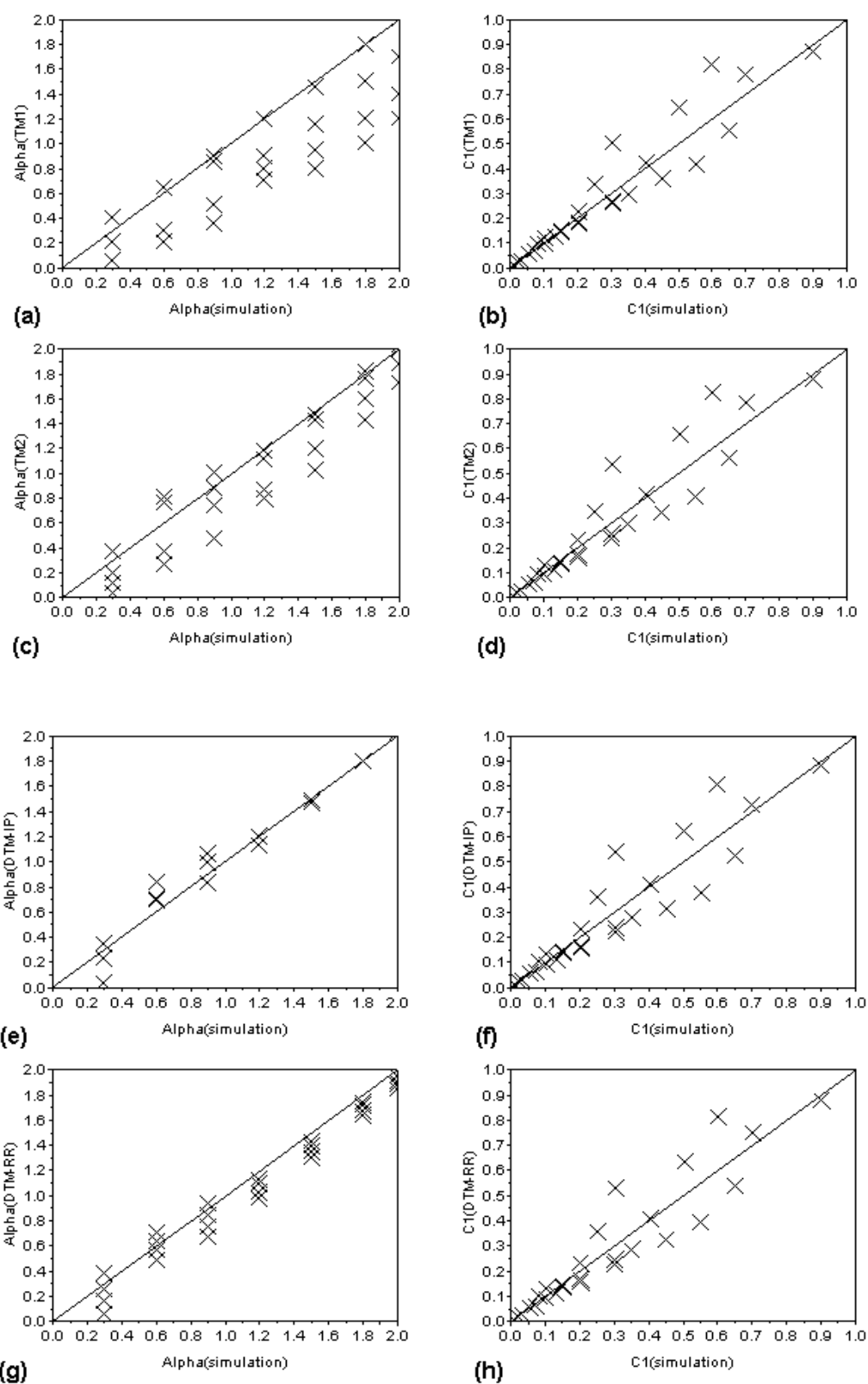


Figure 4-24. Corrélation des valeurs α (à gauche) et C1 (à droite) théoriques des simulations et celles retrouvées par les méthodes TM1, TM2, DTM-IR et DTM-RR (de haut en bas)

Les résultats de α et C1 obtenus par ces quatre méthodes sont présentés dans la Figure 4-24 et leurs valeurs sont disponibles dans le Tableau 4-3. Cette figure permet de confronter facilement les valeurs obtenues par chaque méthode avec celles théoriques des simulations ainsi que la comparaison entre les méthodes. La meilleure méthode correspond alors à elle qui fourni des valeurs α et C1 qui se concentrent bien diagonalement sur les graphiques.

En ce qui concerne le paramètre C1 (Figure 4-24, à droite), on remarque que ces quatre méthodes permettent d'obtenir des résultats de C1 qui sont assez proche entre elles, la différence de C1 entre ces méthodes est négligeable. Cependant, l'erreur commise sur la valeur C1 retrouvée dans le cas de petite valeur α (par exemple $\alpha = 0.3$) est non négligeable. Quant au paramètre α , les Figure 4-24a et c montrent que les méthodes TM1 et TM2 sous-estiment souvent les valeurs α . En effet, ces deux méthodes ne retrouvent des valeurs α proches des valeurs théoriques que dans le cas de petites valeurs C1. Pour les grandes valeurs C1, il y a une erreur importante entre les valeurs α retrouvées et ses valeurs théoriques. L'analyse du DTM semble être plus pertinente pour estimer ces deux paramètres car les valeurs α obtenues par les méthodes DTM-IP et DTM-RR sont assez proches des ses valeurs théoriques.

Afin de comparer les paramètres obtenus par les différentes méthodes avec ceux utilisé lors des simulations et ainsi aider à la décision d'une sélection de la méthode la plus adaptée à nos besoins, on utilise le critère de Nash dont le coefficient est calculé de la manière suivante:

$$Nash = 1 - \frac{\sum (Y_i - X_i)^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (4.14)$$

Où les X_i désignent les valeurs de référence, \bar{X} leur moyenne et les Y_i celles calculées. La valeur de Nash est comprise entre $-\infty$ et 1, une valeur unité correspondant à une corrélation parfaite entre les valeurs de référence et celles calculées. Plus cette valeur de Nash est faible, moins la méthode en question est adaptée. L'utilisation de ce critère conjointement avec la méthode graphique permet d'avoir une vue d'ensemble pour les résultats.

Dans notre cas, les X_i correspondent aux valeurs théoriques des simulations (α ou C1), et les Y_i sont celles calculées par la méthode en question. Nous avons calculé le coefficient de

Nash correspondant aux paramètres de α et C1 pour les quatre méthodes. Le Tableau 4-2 présente les résultats de coefficient de Nash obtenues.

Tableau 4-2. Résultats de Nash correspondant aux paramètres α et C1 par différentes méthodes : TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR

Méthode	TM1		TM2		DTM-IP		DTM-RR	
Paramètre	α	C1	α	C1	α	C1	α	C1
Nash	0.53	0.89	0.85	0.87	0.97	0.86	0.95	0.86

Ces résultats de Nash indiquent une meilleure corrélation pour les méthodes DTM-IR et DTM-RR. Cependant, l'estimation de α par la méthode DTM-IP présente des incertitudes par le fait que les données réelles pourraient introduire des complexités supplémentaires sur la zone linéaire. Dans le cas où la zone linéaire a un bon comportement, les méthodes DTM-IP et DTM-RR donnent les mêmes valeurs α et C1, par contre l'estimation de α n'est pas robuste lorsque le comportement linéaire n'est pas clair. Dans ce cas la méthode DTM-RR permet de diminuer les erreurs commises.

En combinant les analyses sur les incertitudes de l'estimation des paramètres, qui seront présentées dans la section 4.6, la méthode DTM-RR se positionne comme étant une méthode prédominante. Les valeurs α et C1 obtenus par cette méthode sont donc considérés comme les valeurs valides et seront utilisés pour les études suivantes.

Tableau 4-3. Résultats des paramètres α et C1 des simulations, retrouvées par différentes méthodes : TM1, TM2, DTM-IP et DTM-RR

Simulation		TM1		TM2		DTM-IP		DTM-RR	
α	C1	α	C1	α	C1	α	C1	α	C1
0.3	0.10	0.40	0.12	0.37	0.13	0.35	0.13	0.38	0.13
	0.30	0.20	0.50	0.20	0.54	0.23	0.54	0.25	0.53
	0.60	0.05	0.82	0.12	0.83	0.23	0.81	0.17	0.82
	0.90	0.05	0.87	0.04	0.88	0.03	0.88	0.06	0.88
0.6	0.08	0.65	0.10	0.77	0.10	0.84	0.10	0.71	0.10
	0.25	0.65	0.34	0.81	0.35	0.71	0.36	0.64	0.36
	0.50	0.30	0.65	0.37	0.66	0.71	0.62	0.57	0.64
	0.70	0.20	0.78	0.27	0.79	0.69	0.73	0.49	0.76
0.9	0.05	0.90	0.06	1.01	0.06	1.06	0.06	0.95	0.06
	0.20	0.85	0.23	0.88	0.23	0.99	0.23	0.85	0.23
	0.40	0.50	0.42	0.74	0.42	0.83	0.41	0.76	0.41
	0.65	0.35	0.55	0.48	0.56	0.83	0.52	0.67	0.54
1.2	0.03	1.20	0.03	1.19	0.03	1.13	0.03	1.14	0.03
	0.15	0.90	0.15	1.12	0.15	1.21	0.14	1.10	0.15
	0.35	0.80	0.30	0.87	0.29	1.21	0.28	1.04	0.29
	0.55	0.70	0.41	0.80	0.41	1.20	0.38	0.99	0.39
1.5	0.02	1.45	0.02	1.49	0.02	1.46	0.02	1.44	0.02
	0.15	1.15	0.15	1.44	0.14	1.49	0.14	1.40	0.14
	0.30	0.95	0.26	1.20	0.26	1.49	0.24	1.35	0.25
	0.45	0.80	0.36	1.04	0.35	1.49	0.31	1.31	0.33
1.8	0.02	1.80	0.02	1.83	0.02	1.80	0.02	1.75	0.02
	0.10	1.50	0.10	1.78	0.09	1.80	0.09	1.72	0.09
	0.20	1.20	0.18	1.61	0.17	1.80	0.16	1.68	0.17
	0.30	1.00	0.26	1.44	0.24	1.80	0.22	1.65	0.23
2.0	0.01	2.00	0.01	2.04	0.01	2.02	0.01	1.96	0.01
	0.07	1.70	0.07	2.00	0.06	2.02	0.06	1.91	0.06
	0.13	1.40	0.12	1.89	0.11	2.02	0.11	1.89	0.11
	0.20	1.20	0.18	1.74	0.17	2.02	0.15	1.86	0.16

4.6. Incertitude d'estimation des paramètres multifractals

La détermination exacte des paramètres multifractals est extrême importante, car ils permettent de mieux connaître la structure des champs étudiés et ainsi améliorer la modélisation de champs. Cependant, l'estimation des paramètres pose encore des incertitudes dont il est nécessaire de discuter. Le point sur ces questions sera donc fait dans cette section.

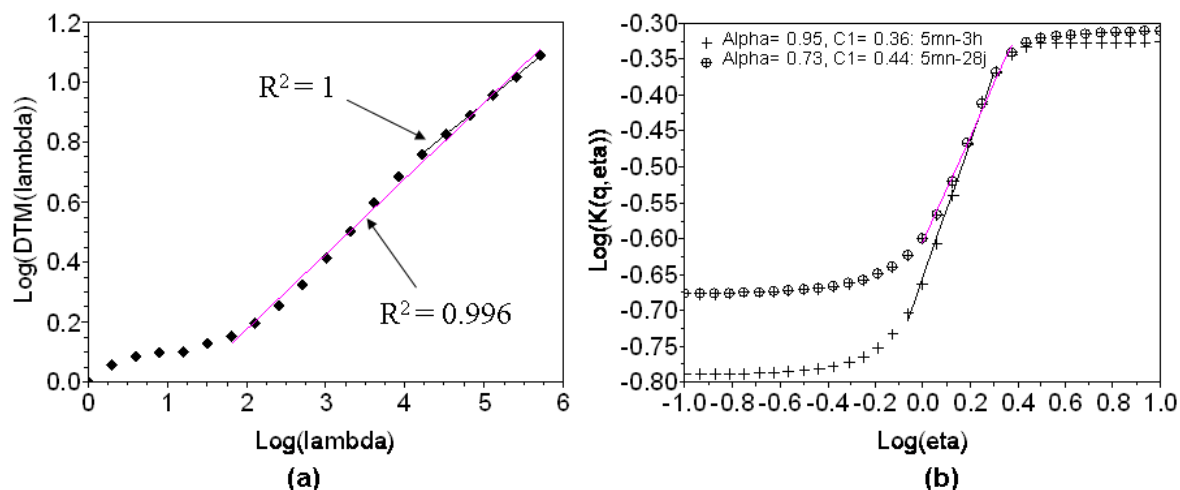


Figure 4-25. Courbe DTM (a) avec $\eta = 1$, les courbes $K(q, \eta)$ sur deux gammes d'échelle (b): de 5 minutes à 28 jours (ronds) et de 5 minutes à 3 heures (croix)

La première question concerne l'estimation de gamme d'invariance d'échelle. La détermination de la gamme de la loi d'échelle serait basée sur le coefficient de détermination R^2 qui pourrait être utilisé pour évaluer la qualité de l'ajustement linéaire. Une valeur approchée d'unité pourrait être considérée comme correspondant à un comportement linéaire parfait. C'est-à-dire que, dans ce cas, il n'existe qu'une seule loi d'échelle sur la gamme d'échelle en question.

La Figure 4-25a présente un comportement linéaire très visible des moments statistique pour la série CRET13 de la base CG-94 sur la gamme d'échelle allant de 5 minutes à environ 28 jours avec une très grande valeur R^2 de 0.996. Dans ce cas, une seule loi d'échelle pourrait être considérée sur cette gamme et est caractérisée par les paramètres de α égal à 0.73 et $C1$ de 0.44. Néanmoins, les résultats de ces paramètres obtenus sur la gamme allant de 5 minutes à environ 3 heures ne donnent pas les mêmes valeurs α et $C1$ qu'obtenues pour la gamme allant de 5 minutes à environ 28 jours. Nous obtenons alors une valeur α de 0.95 et une valeur $C1$ de 0.36, soit une différence de 0.22 pour le paramètre de α et 0.08 pour $C1$. Afin de

faciliter l'observation de la différence sur α , les deux courbes $K(q,\eta)$ correspondant aux deux gammes d'échelle sont mises sur la même figure (Figure 4-25b). Cette figure montre clairement deux différentes pentes correspondant à deux différentes valeurs de α . Cela pose une question à discuter sur le coefficient de détermination R^2 . Si on pourrait proposer un critère de R^2 pour définir un comportement d'invariance d'échelle?

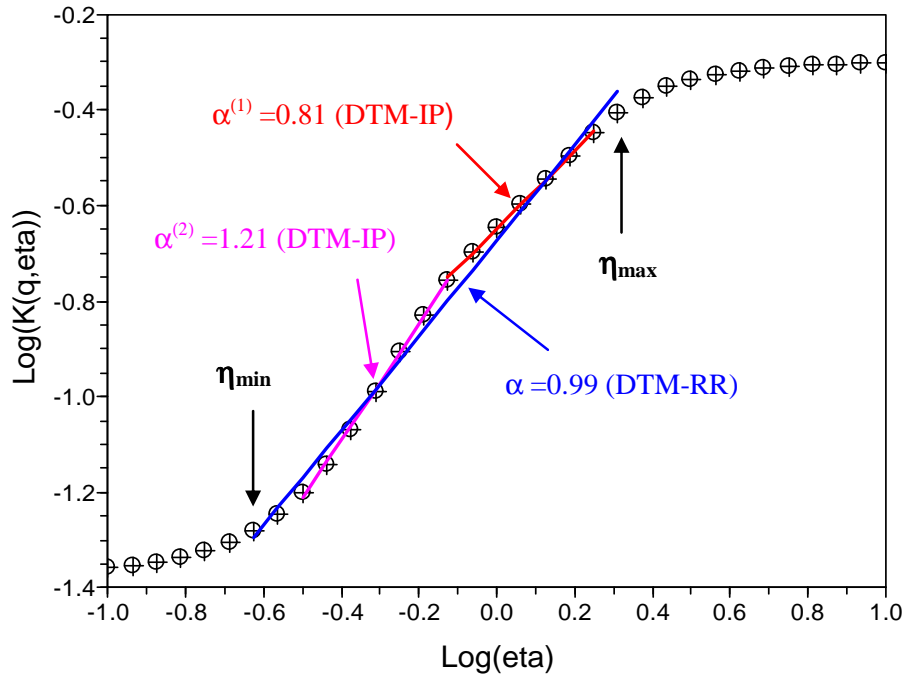


Figure 4-26. Incertitude d'estimation de paramètre α par la méthode DTM ,

La deuxième question concerne la méthode DTM-IP : dans certains cas, la zone située entre les deux plateaux correspondants aux grandes et aux petites valeurs de η est considérée comme linéaire. Or, ce n'est pas réellement une relation linéaire pure qui décrit le comportement de cette zone, et ce à cause de la qualité des données. Cette imprécision pourrait introduire des estimations différentes du paramètre de α par la méthode DTM-IP. Comme montré par la Figure 4-26 pour la série des Bourdins, la zone qui est considérée comme linéaire est représentée par deux parties correspondant à deux différentes pentes. Dans ce cas, on peut trouver deux points d'inflexion correspondant à deux différentes positions de cette zone. Cela dépend du moyen de détection du point d'inflexion utilisé et de la gamme de η sur laquelle ce point est détecté. Basées sur ces deux points d'inflexion, les deux valeurs de α estimées correspondent à $\alpha^{(1)} = 0.81$ et $\alpha^{(2)} = 1.21$, soit une différence $\delta\alpha = 0.4$. A l'inverse,

la valeur de α , qui est estimée à l'aide d'une régression linéaire sur une gamme $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ par la méthode DTM-RR, est de 0.99. La méthode DTM-RR permet en effet de compter toute zone linéaire, et donc de réduire l'incertitude d'estimation des paramètres.

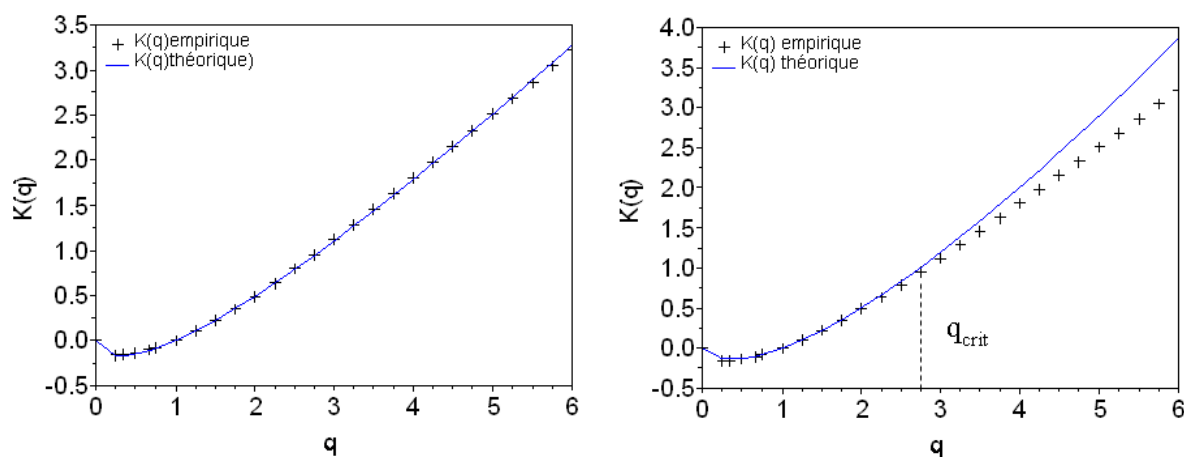


Figure 4-27. Relation entre la courbe $K(q)$ empirique (les croix) et celle théorique (ligne continue) correspondant aux valeurs α et $C1$ obtenues par la méthode TM1 (a) et par la méthode DTM-RR(b) pour la série d'Orgeval.

La troisième question à discuter concerne les valeurs α et $C1$ calculées par la méthode TM1. Remarquons que la courbe $K(q)$ « théorique » calculée par les valeurs α et $C1$ obtenues par cette méthode est toujours en accord avec la courbe empirique jusqu'à la plus grande valeur de $\hat{q}=3$ (Figure 4-15b et Figure 4-16b), comme l'essence de cette méthode visée, voire pour les valeurs $q > \hat{q}$ (Figure 4-27a). On retrouve les mêmes résultats dans la littérature (Labat et al., 2001; Labat et al., 2002b; Bernardara et al., 2007). Alors que ces deux courbes ne sont en effet confondues que jusqu'une valeur de l'ordre critique q_{crit} de transition de phase des moments statistiques (Figure 4-27b). Ce qui concerne cette transition de phase sera présenté plus détail dans la section 5.2.1. La difficulté rencontrée est de ne pas encore connaître cette valeur q_{crit} avant la détermination des paramètres α et $C1$. Par conséquent, la détermination de q_{crit} basée sur la comparaison des courbes $K(q)$ respectivement théorique et empirique devient difficile. On entre alors dans une boucle sans fin que l'on retrouvera dans les sections 5.2 et 5.3.

La quatrième question concerne le comportement d'invariance d'échelle des moments pour les simulations produites par une cascade avec des paramètres donnés α et $C1$. Alors, il existe théoriquement une seule loi d'échelle sur toute une gamme d'échelle simulée. En

réalité, ce régime scalant (linéaire en Log-Log) n'est pas toujours unique sur toute gamme d'échelle simulée. La Figure 4-28 présente la courbe DTM, à la valeur $\eta = 1$, d'une simulation correspondant aux paramètres $\alpha = 0.9$ et $C1 = 0.05$. Le comportement scalant des moments n'est pas évident sur toute gamme d'échelle simulée. La régression linéaire sur cette gamme d'échelle donne une valeur assez faible du coefficient de détermination $R^2 = 0.77$. Cela pourrait introduire des erreurs pour retrouver les paramètres α et $C1$. Les estimations statistiques directes des paramètres α et $C1$ sur les simulations ne sont pas vraiment d'accord pour les valeurs α et $C1$ de ces simulations, en particulier pour les simulations correspondant aux petites valeurs de α . Ceci illustre l'intérêt d'avoir une approche Bayésienne dans l'estimation de ces paramètres (Tchiguirinskaia et al 2011).

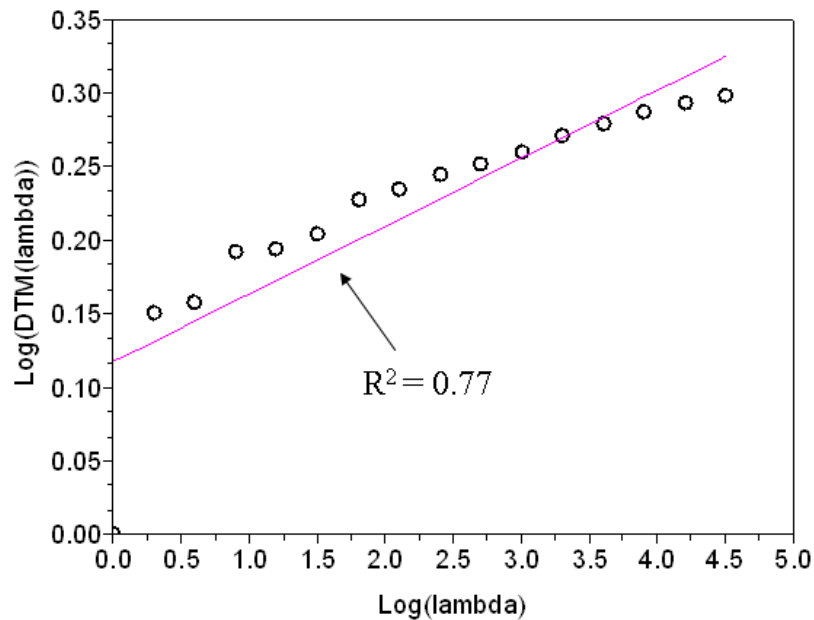


Figure 4-28. Courbe DTM, avec $\eta = 1$, de la simulation correspondant à $\alpha = 0.9$ et $C1 = 0.05$, le comportement d'invariance d'échelle sur toute gamme d'échelle est caractérisé par le coefficient de détermination $R^2 = 0.77$.

5. Comportement extrême des données sélectionnées

Les événements extrêmes sont très importants non seulement pour la prévision des risques et le dimensionnement des ouvrages mais aussi pour la gestion des ressources. Dans cette section, les comportements extrêmes éventuels des séries sélectionnées et analysées jusqu'ici seront identifiés et présentés. L'estimation des paramètres de transitions de phase multifractale amènera également de nouvelles questions à discuter.

5.1. Rappels sur la théorie classique des extrêmes

Les courbes Intensité-Durée-Fréquence (IDF) sont un outil robuste d'analyse statistique en hydrologie, notamment lors de la réalisation de nombreux projet. Par exemple, ces courbes sont souvent utilisées pour déterminer une pluie de projet, pluie type sur laquelle vont se baser les calculs de dimensionnement des réseaux d'évacuation des eaux pluviales. Basées sur une approche probabiliste, les courbes IDF représentent d'une manière simplifiée et synthétique la relation empirique entre les intensités moyennes maximales de pluie, leurs durées et leurs fréquences. Cette relation peut être modélisée par des formules mathématiques des distributions des valeurs extrêmes généralisées (GEV), qui permettent de calculer l'une des trois variables en connaissant les deux autres.

Le résultat fondamental de Gnedenko (1943) sur la théorie des valeurs extrêmes, qui décrit les limites possibles de la loi du maximum de n variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.), montre que, sous des conditions de régularité générales, la loi des extrêmes ne peut appartenir qu'à trois lois des extrêmes (GEV) G_{κ} (où κ est un paramètre réel). Nous supposons des données n variables aléatoires X_1, \dots, X_n indépendantes et identiquement distribuées de fonction de répartition F définie par:

$$F(x) = Pr(X \leq x) \tag{5.1}$$

Une manière simple d'étudier le «comportement» des événements extrêmes est de considérer la variable aléatoire: $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$, M_n représentant la plus grande perte observée sur les n pertes observées X_1, X_2, \dots, X_n .

La difficulté provient du fait que l'on ne connaît pas, en général, la fonction de répartition F . C'est la raison pour laquelle on s'intéresse au comportement asymptotique de la variable aléatoire M_n . Ainsi en identifiant la famille de loi vers laquelle M_n va converger, celle-ci pourra remplacer F pour des grandes valeurs de n . Afin de caractériser la loi de distribution des extrêmes, on peut recourir au Théorème de Fisher-Tippet. S'il existe des constantes $a_n \in \mathbb{R}^+$ et $b_n \in \mathbb{R}$ telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \lim_{n \rightarrow \infty} F^n(a_n x + b_n) = G_\kappa(x) \quad (5.2)$$

où G est une fonction de distribution non dégénérée (c'est-à-dire qu'il n'existe aucune relation affine presque sûre entre les composantes du vecteur aléatoire), alors G peut s'écrire sous une forme générale suivante:

$$G_\kappa(x) = \begin{cases} \exp(-(1 + \kappa x)^{-1/\kappa}) & \text{pour tout } x \text{ tel que } 1 + \kappa x > 0, \text{ si } \kappa \neq 0 \\ \exp(-\exp(-x)) & \text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \text{ si } \kappa = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

Cela implique de façon évidente que le comportement de la queue de distribution dépend d'un unique paramètre, noté κ et appelé indice de queue ou indice de valeurs extrêmes. Le signe de ce paramètre est un indicateur essentiel sur le comportement de cette queue. En effet, trois comportements sont possibles:

- quand $\kappa = 0$, la distribution de X présente une décroissance de type exponentiel dans la queue de distribution, on dit alors que l'on est dans le domaine de Gumbel (ou GEV I);
- quand $\kappa > 0$, la distribution de X qui est non bornée et présente une décroissance de type polynômial, on dit alors que ce domaine est celui de Fréchet (on GEV II),
- quand $\kappa < 0$, la distribution de X est bornée et on dit alors que ce domaine est celui de Weibull (ou GEV III).

Plus l'indice de queue est élevé en valeur absolue, plus le poids des extrêmes dans la distribution initiale est important. On parle alors de distribution à « queues épaisses ».

Ces trois lois, qui caractérisent des comportements très différents des extrêmes, sont utilisées dans de nombreux domaines comme l'hydrologie (avec une préférence pour la loi de

Gumbel) ou la finance (avec une préférence pour la loi de Fréchet). Il existe plusieurs méthodes pour estimer les paramètres de la distribution GEV (comme par exemple, les méthodes d'estimation de l'indice de queue, la méthode des moments ou la méthode du maximum de vraisemblance).

L'analyse fréquentielle d'une longue série de valeurs maximales permet d'estimer le temps de retour d'une valeur particulière. Cette prédiction repose sur la définition et la mise en œuvre d'un modèle fréquentiel qui est une équation décrivant (modélisant) le comportement statistique d'un processus. Un modèle fréquentiel très souvent utilisé pour décrire le comportement statistique des valeurs extrêmes dans l'hydrologie est la distribution statistique de Gumbel (loi double exponentielle ou loi de Gumbel). La fonction de répartition de la loi de Gumbel $F(x)$ s'exprime de la manière suivante :

$$F(x) = \exp(-\exp(-\frac{x-b}{a})) \quad (5.4)$$

En pratique il s'agit essentiellement d'estimer la probabilité de dépassement $F(x_i)$ qu'il convient d'attribuer à chaque valeur x_i . Il existe de nombreuses formules d'estimation de la fonction de répartition à l'aide de la fréquence empirique.

$$F(x) = \frac{r}{n} \quad : \text{California} \quad (5.5)$$

$$F(x) = \frac{r-0.5}{n} \quad : \text{Hazen (1914)} \quad (5.6)$$

$$F(x) = \frac{r}{n+1} \quad : \text{Weibull (1939)} \quad (5.7)$$

$$F(x) = \frac{r-0.31}{n+0.38} \quad : \text{Beard (1943)} \quad (5.8)$$

$$F(x) = \frac{r-0.3}{n+0.4} \quad : \text{Chegodayev (1953)} \quad (5.9)$$

$$F(x) = \frac{r-0.4}{n+0.2} \quad : \text{Cunnane (1978)} \quad (5.10)$$

où r est le rang dans la série de données classée par valeurs décroissantes, n est la taille de l'échantillon et x la valeur de rang r .

Elles reposent toutes sur un tri de la série par valeurs décroissantes permettant d'associer chaque valeur à son rang r . La détermination de la meilleure formule de probabilité empirique est un défi pour les hydrologues depuis l'adoption des méthodes probabilistes. Dans le cas particulièrement important dans la pratique en hydrologie où on traite de petits échantillons, le choix de la formule à utiliser peut être crucial pour l'estimation de la période de retour des valeurs extrêmes.

Dans cette étude, nous utilisons la formule de Weibull (5.7). Ce choix de formule a également été confirmé par Gumbel (1958) qui a indiqué des conditions que devrait respecter une formule de probabilité empirique.

Rappelons encore que le temps de retour T d'un événement est défini comme étant l'inverse de la fréquence d'apparition de l'événement :

$$T = \frac{1}{F(x)} \quad (5.11)$$

A l'aide de l'ajustement, il est alors possible d'estimer la valeur de pointe pour un temps de retour donné.

Les courbes IDF pour les valeurs maximales annuelles correspondant aux différentes durées (5mn, 10mn, 30mn, 1h, 2h, 3h, 6h, 12h, 1j, 2j et 3j) sont construites pour les séries sélectionnées. Les résultats sont disponibles dans l'annexe C.

5.2. Comportements extrêmes des multifractals

5.2.1. Transition de phase multifractale

Il est reconnu que la fluctuation des processus est plus forte aux petites échelles qu'aux grandes échelles. Cependant, cette fluctuation dépend fortement de l'échelle. Il est en effet possible que, à une résolution λ , les observations mesurées ne puissent pas exprimer toute la variabilité du phénomène. Si l'on descend à une résolution encore plus fine, on pourrait alors observer une variabilité plus forte. La grande variabilité de la mesure peut conduire à la divergence des moments d'ordre q plus grand qu'une valeur q_D qui correspond à l'ordre de divergence des moments :

$$\langle \mathcal{E}_\lambda^q \rangle \rightarrow \infty \quad \text{pour } q > q_D \quad (5.12)$$

Dans le cadre multifractal jusqu'aux échelles infiniment petites, on devrait théoriquement atteindre des singularités infinies pour $\lambda \rightarrow \infty$ ou observer la divergence des moments plus élevés. Les moments empiriques peuvent évidemment toujours être calculés sur l'échantillon, mais alors les moments théoriques n'existent pas. Cela se traduit, d'un point de vue pratique, par des moments d'ordre q supérieur à q_D qui continuent à croître après ajout de nouvelles données. Ils peuvent augmenter jusqu'à l'infini et suivre le comportement prédit par l'équation (5.12). Ainsi, la fonction $K(q)$ théorique prend une forme du type $K(q) = \infty$ pour $q > q_D$. La fonction $K(q)$ empirique qu'on peut alors calculer, d'après la transformation de Legendre donnée par l'équation (3.6), est :

$$K(q) = q \cdot \gamma_{s,d} - C(\gamma_{s,d}), \text{ pour } q > q_D$$

$$\text{où, } C(\gamma_{s,d}) = q_D \cdot \gamma_{s,d} - K(q_D)$$

$$\text{Donc, } K(q) = \gamma_{s,d}(q - q_D) + K(q_D), \text{ pour } q > q_D \quad (5.13)$$

La fonction $K(q)$ empirique devient donc linéaire pour $q > q_D$ et augmente avec une vitesse $\gamma_{s,d}$ en fonction de l'ordre du moment q . $\gamma_{s,d}$ étant la singularité maximale atteignable pour un nombre d'échantillon fini, et est donnée par Schertzer et Lovejoy (1989) :

$$C(\gamma_{s,d}) = D + D_s; \quad D_s = \frac{\log N_s}{\log \lambda} \quad (5.14)$$

où, N_s est le nombre de réalisation ou d'échantillon mis à disposition, D_s est la dimension d'échantillonnage quantifiant l'extension de l'espace de probabilité exploré.

En suivant la transformation de Legendre (équations (3.6)), qui lie les fonctions $K(q)$ et $C(\gamma)$, on voit que la fonction $C(\gamma)$ empirique ne sera plus strictement convexe et qu'elle devient linéaire pour $\gamma > \gamma_D$, avec la pente de q_D :

$$C(\gamma) = q_D \cdot (\gamma - \gamma_D) + C(\gamma_D), \text{ pour } \gamma_D < \gamma < \gamma_{s,d} \quad (5.15)$$

La divergence des moments est appelée une transition de phase multifractale de premier ordre pour les singularités $\gamma > \gamma_D$. Cette transition de phase ne peut être détectée que si la taille de l'échantillon est suffisamment grande pour observer de telles singularités.

Lorsque la divergence des moments est impossible ou lorsque la taille de l'échantillon est finie pour que la divergence des moments intervienne. Dans ce cas, il existe une singularité maximale théoriquement observable γ_s . La dimension fractale liée à cette singularité sera $D_f(\gamma_s) = 0$, dont la codimension est donnée par :

$$C(\gamma_s) = D + D_s \quad (5.16)$$

La fonction $C(\gamma)$ reste convexe jusqu'aux dernières valeurs extrêmes ($\gamma = \gamma_s$) et la fonction $K(q)$, du fait que la fonction de codimension $C(\gamma)$ est bornée, sera en revanche linéaire pour $q > q_s$. C'est la transition de phase multifractale de deuxième ordre:

$$K(q) = \gamma_s \cdot (q - q_s) + K(q_s), \text{ pour } q > q_s \quad (5.17)$$

Notons que deux raisons peuvent engendrer le comportement linéaire de la fonction $K(q)$ à partir d'un moment critique. Autrement dit, le comportement linéaire de la fonction $K(q)$ peut donc correspondre à deux formes différentes de la fonction $C(\gamma)$. Cela dépend de l'effet de la taille de l'échantillon.

La difficulté rencontrée est de déterminer le point de transition de phase multifractale sur la courbe $K(q)$ ou $C(\gamma)$ et à quelle transition de phase ce point correspond : une transition de premier ordre ou de deuxième ordre? On peut estimer les valeurs critiques q_D et q_s en utilisant le modèle multifractal universel. La combinaison des équations (3.8) et (5.16) donne l'équation (5.18) qui permet de déterminer la valeur q_s en se basant sur les paramètres α et $C1$. La valeur q_s va croître parallèlement à la longueur de l'espace exploré :

$$q_s = \left(\frac{D + D_s}{C1} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (5.18)$$

L'exposant critique q_D dépend de la dimension D de l'espace support et correspond à l'ordre critique de divergence des moments statistiques. Dans le cas des multifractals universels, présentés plus loin, pour un champ théorique porté à une résolution λ par intégration sur l'espace support de dimension D d'un champ de résolution plus fine, cet ordre critique de divergence q_D est la solution de Tessier et al. (1993):

$$K(q_D) = D(q_D - 1), \text{ pour } q_D > 1 \quad (5.19)$$

Après combinaison avec l'équation (4.3), on obtient :

$$D = \frac{C1}{\alpha - 1} \cdot \frac{q_D^\alpha - q_D}{q_D - 1}, \text{ pour } q_D > 1 \quad (5.20)$$

Cette relation est aussi démontrée par Schertzer et Lovejoy (1991b). Toute singularité γ peut être liée à un moment d'ordre q et réciproquement.

De même, le lien entre l'ordre de divergence des moments q_D et un indice de la pente de la loi de puissance de probabilité est prévu (Schertzer et Lovejoy, 1991b; Bernardara et al., 2007). Si on appelle q_D cette valeur critique, alors, pour des valeurs suffisamment grandes de l'ordre de singularité γ , c'est à dire pour des valeurs suffisamment grandes du seuil x , la probabilité au dépassement de ce seuil devient :

$$\Pr(\varepsilon_\lambda > x) \approx x^{-q_D}, \quad x \gg 1 \quad (5.21)$$

Dans le cas des champs hydrologiques tels que la pluie ou les débits, les échelles de mesure données contiennent naturellement la plus fine échelle d'activité. Il en résulte que des périodes de mesure suffisamment longues montrent un comportement algébrique des moments statistiques. Les conséquences de ce comportement algébrique sont très larges car les lois algébriques (lois de puissance) ont une décroissance infiniment plus lente que les lois exponentielles habituellement utilisées pour estimer l'intensité des événements correspondant à une période de retour donnée. Cette intensité peut donc être considérablement sous-estimée (Bendjoudi et Hubert, 1998).

En général, il est impossible d'identifier la chute algébrique de la loi de probabilité prévue par le modèle multifractal pour la taille finie des séries temporelles en hydrologie. En effet, elle concerne la queue de distribution, et afin de pouvoir observer cette chute algébrique, il faut que des singularités $\gamma > \gamma_D$ soient visibles sur la série où $q_D < q_S$. Cette caractéristique sera éventuellement masquée si on observe $\gamma_S < \gamma_D$ ou $q_D > q_S$. Même si une toute petite partie finale de la queue montre une chute algébrique, une approche probabiliste classique ne nous permettra pas de la paramétrer de manière robuste, à cause des données en nombre insuffisant.

5.2.2. Détection de l'évolution des extrêmes

Les propriétés du champ de précipitation sont caractérisées par les paramètres du modèle de multifractal universel. Pour une valeur donnée de α , l'augmentation de l'intermittence $C1$ correspond au processus de précipitation moins continue et plus sporadique selon le temps. Cela entraîne l'augmentation des extrêmes d'intensité, puisqu'une quantité donnée de précipitation sera répartie sur un plus petit ensemble. Au contraire, pour une valeur donnée de $C1$, l'augmentation de α correspond à une plus grande variation de la gamme de l'intensité des précipitations et donc augmentent aussi les extrêmes d'intensité.

L'évolution des extrêmes des séries temporelles de pluie pourrait être détectée par l'évolution de $C1$ et α . En effet, si les deux paramètres $C1$ et α croissent simultanément, les extrêmes croissent et inversement. Quand les paramètres $C1$ et α varient dans la même direction, leurs effets sur les extrêmes se renforcent mutuellement. Cependant s'ils varient

dans la direction opposée, cela conduira à une compensation partielle mutuelle pour les extrêmes et la réponse des extrêmes dépendra de celle des deux variations qui domine. Dans ce cas, la méthode de la singularité maximale probable semble pertinente pour affiner l'analyse des fluctuations extrêmes (Schertzer et Lovejoy, 1992; Hubert et al., 1993; Douglas et Barros, 2003; Royer et al., 2008). Cette singularité γ_s est celle que l'on peut observer sur la série d'échantillons et donc sa codimension fractale est $C(\gamma_s) = D + D_s$. La fonction γ_s qui est retirée de la fonction codimension dans le modèle universel, est exprimée selon :

$$\gamma_s = C_1 \frac{\alpha}{\alpha-1} \left[\left(\frac{C(\gamma_s)}{C_1} \right)^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right] \quad (5.22)$$

Pour la série temporelle, si on considère comme $D = 1$ et sur un échantillon unique $D_s = 0$, on a :

$$\gamma_s = C_1 \frac{\alpha}{\alpha-1} \left(C_1^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (5.23)$$

La pente qui est déterminée à l'aide d'une régression linéaire sur la série des valeurs γ_s permet de représenter la tendance de γ_s . Une valeur positive de cette pente représentera une tendance d'augmentation des extrêmes. Ceci permet de détecter des impacts hydrologiques du changement climatique.

5.3. Etude de cas sur les bases de données MF-P5 et CG-94

5.3.1. Paramètres sur la transition de phase multifractale

Dans cette section, nous allons donner une vue générale sur la détermination des paramètres de transition de phase multifractale.

Tout d'abord, les paramètres q_s et q_D sont calculés par les équations (5.18) et (5.20). La difficulté principale est de ne pas encore connaître les valeurs D et D_s . Dans le cas de la pluie, le phénomène est-il considéré comme intermittent, avec une dimension $D < 1$, ou comme continu avec $D = 1$? Et comment définir à proprement parler la dimension D_s : est-elle égale à zéro (une seule série chronologique) ou supérieure à zéro (plusieurs réalisations consécutives du processus)? Ces questions restent encore ouvertes aujourd'hui dans le domaine de la recherche.

Pour plus de facilité, nous avons pris les valeurs $D = 1$ (quelque peu arbitraire) et $D_s = 0$ (avec le nombre de réalisation pris $N_s = 1$). Cette hypothèse a été aussi utilisée par Schmitt (1993); Bendjoudi et al. (1997); Pandey et al. (1998); Bendjoudi et al. (2004); Hubert et al. (2005); Schertzer et al. (2006) et Bernardara et al. (2007). Mais on peut se reporter à Schmitt (1993); Chigirinskaya et al. (1994); Lazarev et al. (1994) et Schmitt et al. (1998) pour des estimations avec $D < 1$.

Les résultats de q_s et q_D , pour $D = 1$ et $D_s = 0$, sont présentés respectivement dans les Tableau 5-1 et Tableau 5-2 pour les bases de données CG-94 et MF-P5. Ces deux tableaux montrent que les valeurs de q_D sont trop grandes face aux valeurs de q_s . Il semble que cela soit dû soit à la limitation d'échantillon qui n'est pas suffisamment grande (même trop petite) pour observer des singularités $\gamma > \gamma_D$ (γ_D est trop grande pour pouvoir être observés par un tel échantillon), soit à l'hypothèse $D = 1$ et $D_s = 0$ qui ne serait pas valide. Au lieu de chercher une réponse pour ces questions, nous essayons donc d'estimer ces deux paramètres q_s et q_D par une autre façon.

Tableau 5-1. Résultats des paramètres de transition de phase multifractale q_s et q_D pour la base de données CG-94

Série	q_s	q_D	Série	q_s	q_D
ARCU36	3.5	78.1	NOIS17	3.7	115.6
BOIS25	3.7	134.8	ORLY20	2.9	20.3
CACH15	3.5	71.6	QUEUE09	2.9	17.8
CHAM23	3.6	95.1	QUEUE33	3.7	131.6
CHEV21	4.1	968.5	RUNG19	3.5	68.8
CRET13	3.0	22.0	SANT08	3.3	48.0
FONT05	2.9	19.7	SMAN31	3.2	31.3
FRES34	2.8	16.9	SMFO26	3.1	26.7
IVRY01	3.1	32.6	SUCY29	3.2	30.8
IVRY16	3.3	51.1	VALE06	4.0	753.5
JOIN10	3.4	57.7	VILL14	3.1	28.3
LHAY35	2.7	13.9	VITR02	3.6	89.7
MAIS32	3.4	59.7	VITR22	2.6	12.3
MAND30	3.5	78.7			

Tableau 5-2. De même du Tableau 5-1, mais pour la base de données MF-P5

Série	q_s	q_D	Série	q_s	q_D
38tpg001	3.5	44.5	83043052	4.0	175.1
38tpg002	4.2	220.2	83043054	3.5	46.9
38tpg003	4.5	752.9	83043056	3.9	100.9
38tpg004	3.6	53.4	83043057	4.0	200.7
38tpg005	4.2	139.5	83043058	4.6	6387.5
38tpg007	3.9	93.9	83043060	4.1	237.0
38tpg008	4.1	209.2	83043061	2.7	11.8
38tpg009	4.2	197.2	83043062	4.0	134.4
38tpg010	3.6	42.6	83043064	4.3	386.2
38tpg011	3.9	85.6	83043065	3.7	87.4
38tpg012	3.5	33.1	83043066	3.3	31.2
38tpg014	3.3	26.8	83043067	3.6	63.4
38tpg018	4.4	484.6	83043068	2.7	12.7
38tpg020	4.3	359.5	83043069	4.1	256.8
38tpg097	3.7	61.7	83043070	3.7	84.4
78 orge07	2.4	8.2	83043071	3.9	101.7
78orge09	2.7	11.7	83043074	3.0	19.8
78orge14	2.8	13.4			
78orge16	2.7	11.5			
78orge28	2.9	17.4			
78orge35	3.3	32.1			

Ces deux paramètres peuvent être estimés en se basant sur la comparaison des courbes $K(q)$ théorique et empirique. Dans le cadre multifractal universel, la fonction $K(q)$ est une fonction convexe. Les courbes $K(q)$ théorique et empirique sont confondues jusqu'à une valeur q_{crit} . La courbe $K(q)$ empirique devient linéaire pour $q > q_{crit}$ où q_{crit} (q_s ou q_D) est l'ordre critique de la transition de phase multifractale. Le point correspondant à cette valeur q_{crit} est considérée comme un point qui sépare la partie linéaire et celle non-linéaire de la courbe $K(q)$ empirique. Ce point est difficile à déterminer avec précision. Dans la littérature, cette valeur est estimée en basant sur l'analyse de relation entre la courbe $K(q)$ théorique et celle empirique (Schmitt et al., 1994; Tessier et al., 1996; Hubert et al., 2002b; Bendjoudi et al., 2004) ou entre la courbe $K(q)$ empirique et une droite qui est ajoutée sur la partie haute de

cette courbe correspond aux grands moments (de Lima et Grasman, 1999; Zhou et al., 2006; Bernardara et al., 2007). Il semble que cette estimation de valeur q_{crit} soit basée sur une analyse intuitive qui pourrait dépendre des estimateurs. En réalité, il n'y avait pas d'explications précises sur la manière d'obtenir la valeur q_{crit} .

En effet, il y a toujours une petite différence numérique $\Delta K(q)$ entre les valeurs $K(q)$ théoriques et celles empiriques qu'il n'est pas facile à voir intuitivement sur le graphique, même pour $q < q_{crit}$. Cela pourrait introduire différentes estimations pour la valeur q_{crit} .

$$\Delta K(q) = \left| K(q)_{th} - K(q)_{em} \right| \quad (5.24)$$

Une question se pose: est-il possible de proposer une valeur $\Delta K(q)$ comme une valeur critère qui permet de trouver le point séparé entre la partie linéaire et celle non-linéaire de la courbe $K(q)$ empirique ? Autrement dit, qui permettrait d'estimer la valeur q_{crit} . Est-il préférable de chercher une autre solution ?

Afin de répondre à cette question, nous essayons de trouver cette valeur $\Delta K(q)$: Tout d'abord, les analyses intuitives sont effectuées sur les deux courbes $K(q)$ (empirique et théorique) pour estimer les valeurs préliminaires de q_{crit} sur toutes les séries sélectionnées. Les valeurs $\Delta K(q)$ correspondant à chaque valeur q_{crit} sont ensuite calculées par l'équation (5.24). Nous trouvons que, pour les 65 séries sélectionnées (38 séries de la base de données MF-P5 et 27 séries de la base CG-94), les valeurs $\Delta K(q)$ sont assez stables, variant autour d'une valeur de 0.04. Cette valeur $\Delta K(q)$ de 0.04 sera donc considérée comme un critère préliminaire $[\Delta K(q)]$ pour retrouver le paramètre q_{crit} .

Pour les grands moments statistiques ($q > q_{crit}$), la fonction $K(q)$ empirique devient linéaire comme prédit par les équations (5.15) et (5.17). La forme de la ligne droite est donnée par l'équation suivante :

$$K(q) = \gamma_{max} q - C(\gamma_{max}) \quad (5.25)$$

où la valeur γ_{max} correspond à γ_s pour la transition de phase multifractale de deuxième ordre et γ_{max} correspond à $\gamma_{s,d}$ pour la transition de phase de premier ordre. La valeur γ_{max} est estimée par la pente de la partie linéaire de la courbe $K(q)$. La valeur empirique $C(\gamma_{max})$ est estimée à

l'aide de l'interception de l'asymptote avec l'axe de K (numériquement: $C(\gamma_{\max}) = \gamma_{\max} q_{\text{crit}} - K(q_{\text{crit}})$). Donc, la détermination de q_s peut être basé sur la valeur empirique $C(\gamma_{\max})$, l'équation (5.18) s'écrit tel que :

$$q_s = \left(\frac{D + D_s}{C1} \right)^{\frac{1}{\alpha}} = \left(\frac{C(\gamma_{\max})}{C1} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (5.26)$$

Avec la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$, les résultats obtenus de q_{crit} et q_s , correspondant respectivement aux séries des bases MF-P5 et CG-94, sont présentés sur la Figure 5-1 et la Figure 5-2.

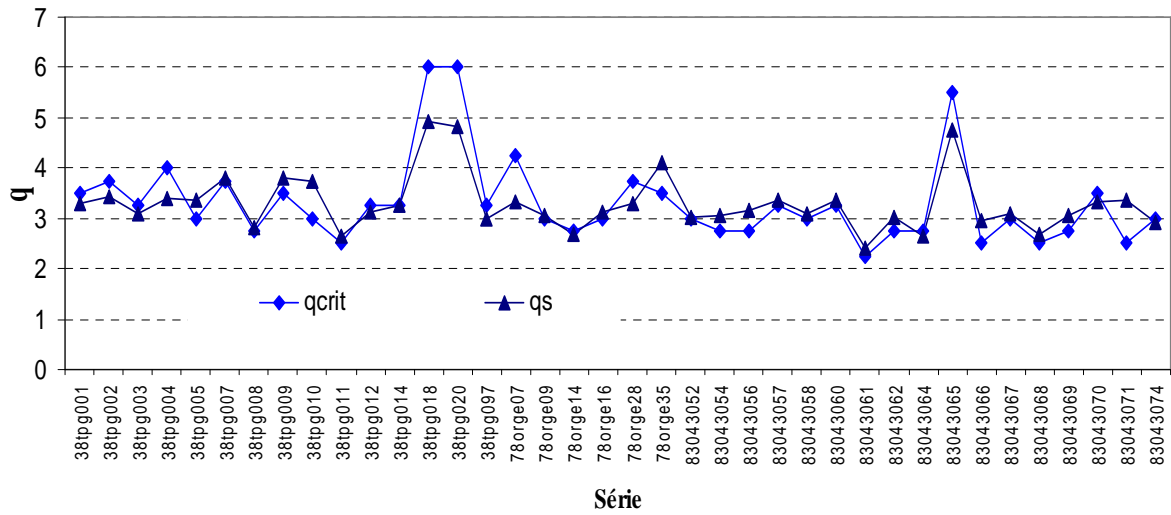


Figure 5-1. Résultats des estimations de q_{crit} et q_s correspondant à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$ pour les séries sélectionnées de la base de données MF-P5. La petite différence entre q_s et q_{crit} montre à quel point ces estimations sont difficiles !

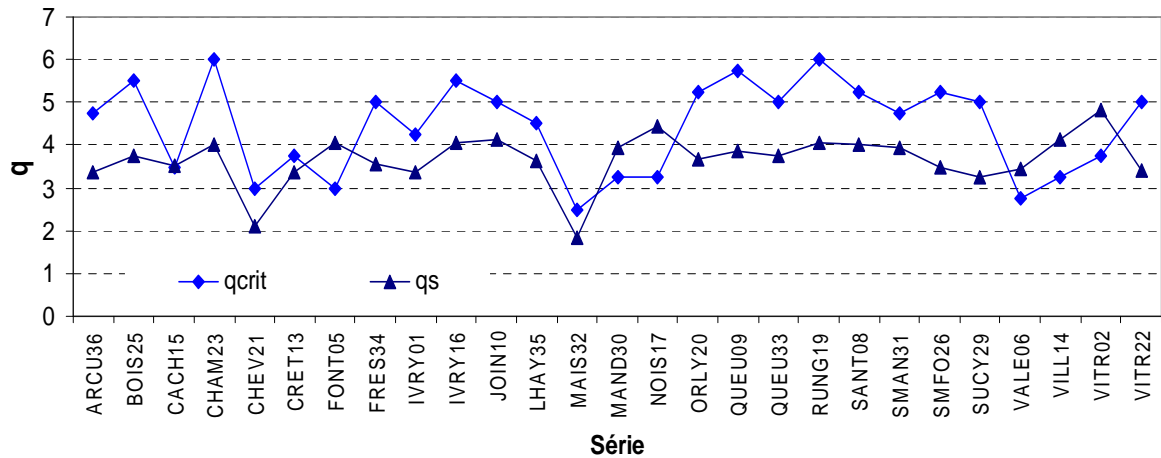


Figure 5-2. Résultats des estimations de q_{crit} et q_s correspondant à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$ pour les séries sélectionnées de la base CG-94. L'estimation serait suspect pour toutes les fois que $q_s < q_{crit}$.

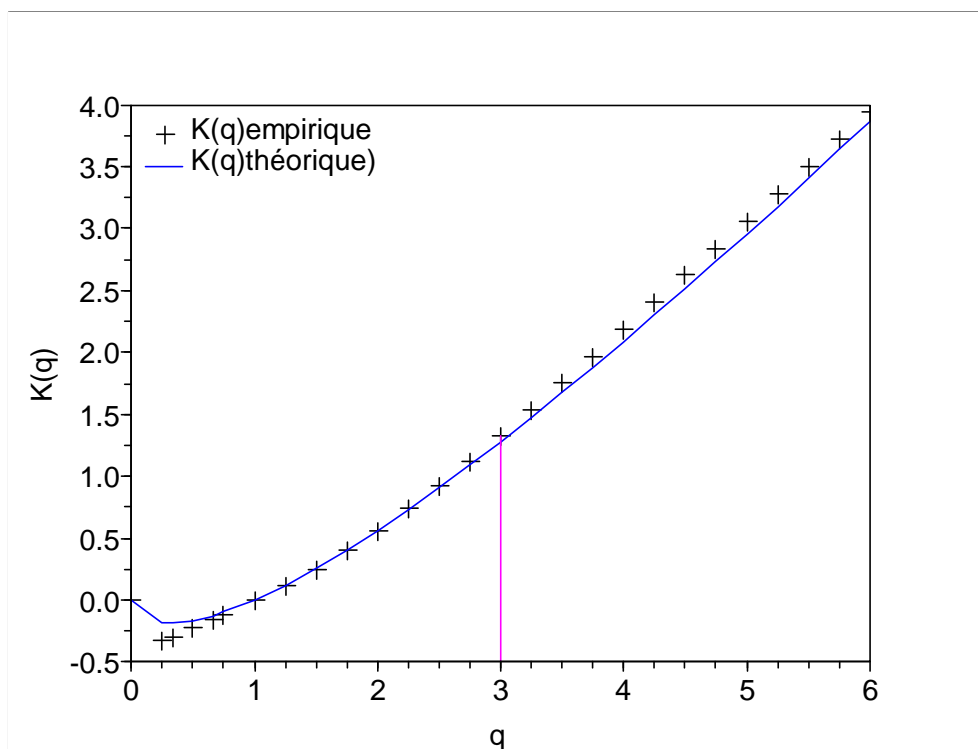


Figure 5-3. Courbe $K(q)$ empirique (croix) et théorique (continue) avec α et $C1$ estimés par la méthode DTM-RR pour la série de FONT05, $q_{crit} = 3.0$ correspond à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$. La ligne droite de la fonction $K(q)$ empirique est clairement au dessus la courbe théorique, ce qui n'est possible que pour la transition de phase multifractale de premier ordre, $q_D = q_{crit} = 3.0$

La Figure 5-3 présente l'estimation du paramètre q_{crit} pour la série FONT05 de la base de données CG-94, où nous obtenons la valeur $q_{\text{crit}} = 3.0$ correspondant à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$. On remarque que la partie linéaire ($q > q_{\text{crit}}$) de la fonction $K(q)$ empirique est clairement au dessus de la courbe théorique, ça veut dire qu'il n'est possible que pour la transition de phase multifractale de premier ordre, donc $q_D = q_{\text{crit}} = 3.0$. De même, d'autres séries de la base de données CG-94 ont le même comportement, telles que les séries MAND30, NOIS17, VALE06, VILL14 et VITRE02. Pour ces séries, nous trouvons $q_{\text{crit}} < q_s$ qui confirme la transition de phase multifractale de premier ordre.

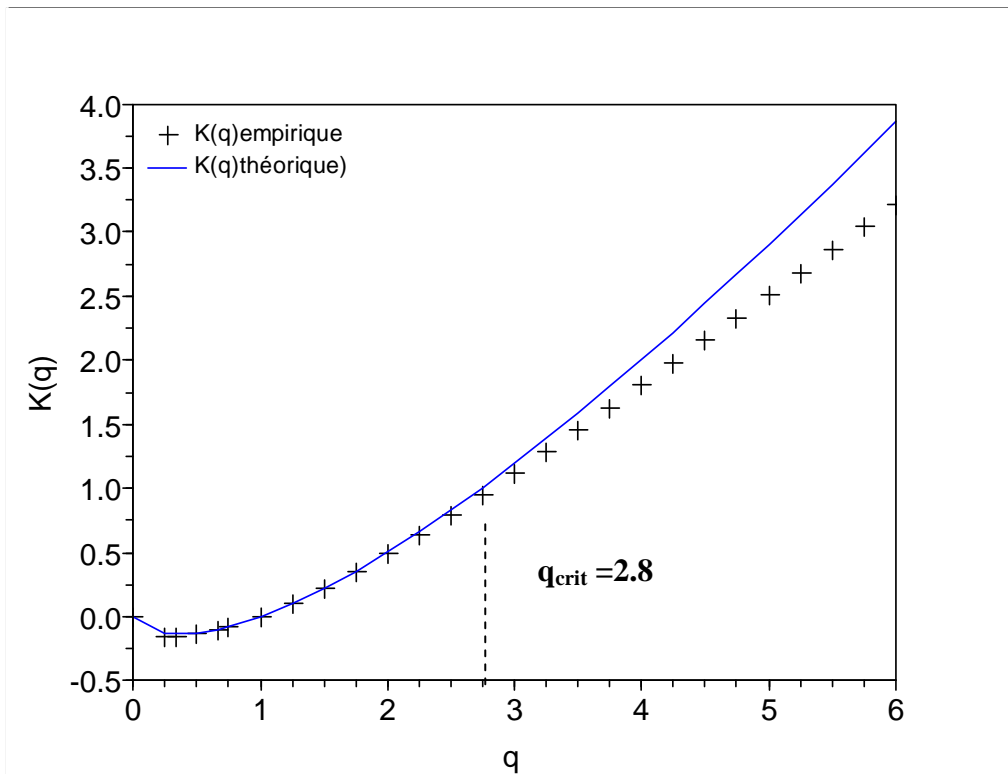


Figure 5-4. Courbe $K(q)$ empirique (croix) et théorique (continue) avec α et $C1$ estimés par la méthode DTM-RR pour la série d'Orgeval, $q_{\text{crit}} = 2.8$ correspond à la valeur $[\Delta K(q)] = 0.04$.

Par contre, dans le cas où la partie linéaire de courbe $K(q)$ empirique est inférieure à la courbe théorique (voir Figure 5-4), alors la transition de phase est possible pour le premier ou deuxième ordre, ce dernier dépend de la valeur de q_s . L'analyse numérique des valeurs q_{crit} et q_s permet de distinguer la transition de phase de premier ordre de la transition de phase de deuxième ordre. Regardons les résultats de q_{crit} et q_s présentés sur la Figure 5-1 et la Figure 5-2, nous constatons qu'il y a deux cas : dans le premier cas, pour les séries qui ont $q_s > q_{\text{crit}}$, la transition de phase multifractale est de premier ordre, donc q_D est pris égale à q_{crit} . Le

deuxième cas est plus complexe car il fait intervenir les séries qui ont $q_s < q_{crit}$. En effet, q_s est théoriquement le moment d'ordre le plus élevé, qui est estimé, chaque fois $q_s < q_{crit}$, l'estimation est suspecte (Pandey et al., 1998). Ce cas peut être expliqué par la supposition de $[\Delta K(q)] = 0.04$ qui surestime la valeur q_{crit} . Cependant, il suggère que ce serait a priori une transition de phase de deuxième ordre, c'est-à-dire, que la valeur q_{crit} estimée devrait égaler la valeur q_s calculée par l'équation (5.26).

Afin de résoudre ce cas, nous utilisons une méthode répétitive pour déterminer une nouvelle fois les valeurs q_{crit} et q_s . Pour cela, nous supposons une valeur q_{crit}^* ($q_s \leq q_{crit}^* < q_{crit}$), puis nous recalculons la valeur q_s^* par l'équation (5.26). Les valeurs q_{crit}^* et q_s^* obtenues sont celles correspondant à la plus petite valeur de δq ($\delta q = |q_s^* - q_{crit}^*|$). La valeur q_s est ensuite prise égale à q_s^* . Les étapes principales de l'algorithme pour estimer ces paramètres q_s et q_D sont présentées sur la Figure 5-5.

Il en résulte que, pour la base de données MF-P5, 15 séries de pluie du département 38 sont caractérisées par les valeurs moyennes $q_s = 3.47 \pm 0.60$ et $\gamma_{max} = 0.63 \pm 0.04$, dont 7 séries correspondant à la transition de phase de premier ordre, avec la valeur moyenne du ordre de divergence des moments $q_D = 3.11 \pm 0.40$. Pour 6 séries du département 78, $q_s = 3.26 \pm 0.42$, $\gamma_{max} = 0.78 \pm 0.06$ et $q_D = 3.00 \pm 0.00$ pour 2 séries ayant la transition de phase de premier ordre. Pour 17 séries du département 83, $q_s = 3.13 \pm 0.45$, $\gamma_{max} = 0.65 \pm 0.05$ et $q_D = 2.79 \pm 0.29$ pour 13 séries ayant la transition de phase de premier ordre.

Concernant la base de données CG-94, dont les séries sont mesurées dans le département 94, nous avons obtenus : $q_s = 3.65 \pm 0.59$, $\gamma_{max} = 0.77 \pm 0.07$ et $q_D = 3.25 \pm 0.30$ pour 7 séries ayant la transition de phase de premier ordre.

Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus pour la pluie dans la littérature. Ladoy et al. (1993) ont obtenu $q_D = 3.0$ et Tessier et al. (1996) $q_D = 3.6 \pm 0.7$ pour la pluie journalière; De Lima et Grasman (1999) ont trouvé $q_D \approx 3.1$ pour la pluie journalière et $q_D \approx 3.65$ pour la pluie de 15 minutes. Labat et al. (2002b) ont trouvé une peu plus grande valeur $q_D = 4.83 \pm 0.9$ pour la pluie journalière et $q_D = 5.03 \pm 0.5$ pour la pluie de 30 minutes.

Les résultats en détail de la transition de phase multifractale sont présentés respectivement dans les Tableau 5-3 et Tableau 5-4 pour les séries des bases de données MF-P5 et CG-94. La petite différence entre q_s et q_{crit} montre comment ces estimations sont difficiles !

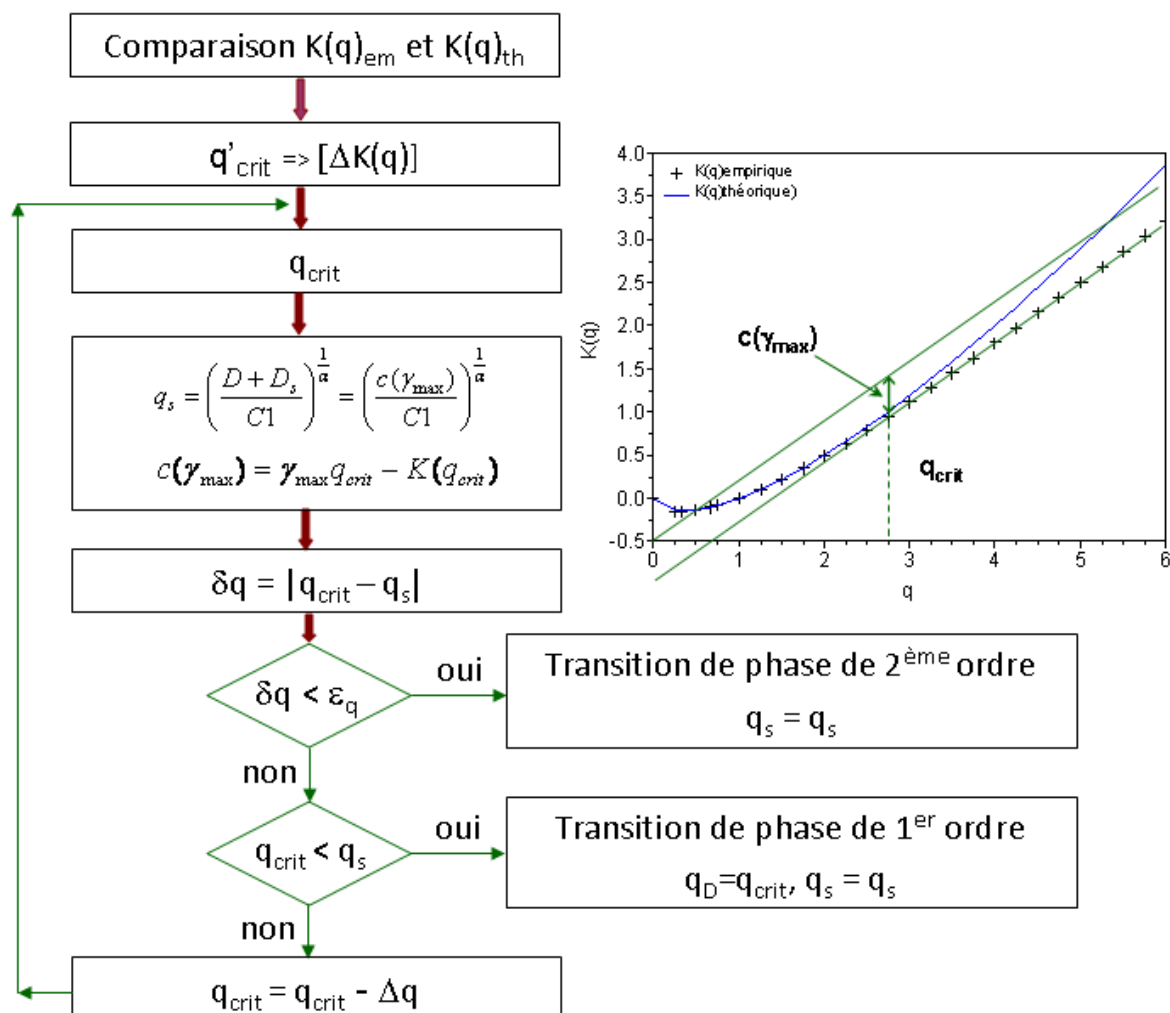


Figure 5-5. Schéma de l'algorithme d'estimation des paramètres q_s et q_D en se basant sur la comparaison des courbes $K(q)$ théorique et empirique

Tableau 5-3. Résultats de la transition de phase multifractale pour la base de données MF-P5

Série	γ_{\max}	$C(\gamma_{\max})$	Ordre de transition de phase multifractale	q_D	q_s
38tpg001	0.65	0.93	2		3.25
38tpg002	0.61	0.86	2		3.39
38tpg003	0.58	0.77	2		3.03
38tpg004	0.66	0.94	2		3.35
38tpg005	0.59	0.85	1	3.00	3.37
38tpg007	0.66	0.99	1	3.75	3.81
38tpg008	0.59	0.77	1	2.75	2.83
38tpg009	0.63	0.94	1	3.50	3.82
38tpg010	0.66	1.03	1	3.00	3.73
38tpg011	0.55	0.73	1	2.50	2.64
38tpg012	0.63	0.91	2		3.13
38tpg014	0.68	1.00	1	3.25	3.26
38tpg018	0.67	1.07	2		4.82
38tpg020	0.67	1.06	2		4.69
38tpg097	0.62	0.84	2		2.95
78orge07	0.91	1.41	2		3.33
78orge09	0.78	1.15	1	3.00	3.10
78orge14	0.70	0.97	2		2.69
78orge16	0.79	1.17	1	3.00	3.12
78orge28	0.75	1.09	2		3.24
78orge35	0.76	1.19	2		4.07
83043052	0.62	0.82	1	3.00	3.02
83043054	0.66	0.91	1	2.75	3.05
83043056	0.62	0.86	1	2.75	3.17
83043057	0.63	0.88	1	3.25	3.35
83043058	0.59	0.78	1	3.00	3.09
83043060	0.63	0.88	1	3.25	3.37
83043061	0.68	0.90	1	2.25	2.42
83043062	0.61	0.82	1	2.75	3.02
83043064	0.55	0.71	2		2.67
83043065	0.73	1.17	2		4.64
83043066	0.67	0.92	1	2.50	2.96
83043067	0.66	0.90	1	3.00	3.11
83043068	0.72	0.99	1	2.50	2.69
83043069	0.60	0.81	1	2.75	3.05
83043070	0.67	0.92	2		3.28
83043071	0.64	0.90	1	2.50	3.36
83043074	0.72	0.99	2		2.93

Tableau 5-4. De même que le Tableau 5-3, mais pour la base de données CG-94

Série	γ_{\max}	$C(\gamma_{\max})$	Ordre de transition de phase multifractale	q_D	q_s
ARCU36	0.73	0.97	2		3.35
BOIS25	0.73	1.01	2		3.72
CACH15	0.76	1.01	1	3.50	3.52
CHAM23	0.76	1.07	2		3.94
CHEV21	0.59	0.67	2		2.09
CRET13	0.77	1.08	2		3.31
FONT05	0.88	1.30	1	3.00	4.07
FRES34	0.83	1.20	2		3.55
IVRY01	0.77	1.04	2		3.31
IVRY16	0.78	1.12	2		3.96
JOIN10	0.76	1.13	2		4.08
LHAY35	0.84	1.28	2		3.64
MAIS32	0.59	0.66	2		1.84
MAND30	0.78	1.08	1	3.25	3.96
NOIS17	0.78	1.13	1	3.25	4.42
ORLY20	0.83	1.20	2		3.72
QUEU09	0.85	1.28	2		3.90
QUEU33	0.72	1.00	2		3.68
RUNG19	0.77	1.09	2		3.96
SANT08	0.77	1.13	2		3.97
SMAN31	0.78	1.16	2		3.86
SMFO26	0.80	1.12	2		3.59
SUCY29	0.76	1.06	2		3.40
VALE06	0.73	0.93	1	2.75	3.45
VILL14	0.84	1.23	1	3.25	4.12
VITR02	0.80	1.21	1	3.75	4.82
VITR22	0.87	1.25	2		3.41

Nous avons essayé de déterminer q_D par la distribution de probabilité de dépassement d'un seuil dans le graphique en log-log (Lazarev et al., 1994; Schmitt et al., 1994; Tessier et al., 1996; Pandey et al., 1998; de Lima et Grasman, 1999; Hubert et al., 2002a; Hubert et al., 2002b; Labat et al., 2002b; Tchiguirinskaia et al., 2002; Bendjoudi et al., 2004; Tchiguirinskaia et al., 2007). La probabilité de dépassement est calculée par la formule de Weibull (5.7) qui respecte des conditions d'une formule de probabilité empirique (Gumbel, 1958). L'ordre de divergence des moments q_D est déterminé par la chute algébrique de la loi de probabilité, ce qui correspond à l'équation (5.21). La pente de la queue de la distribution de probabilité permet d'estimer la valeur q_D .

Nous l'avons étudié pour deux cas. Le premier cas porte sur la distribution de probabilité pour les pluies maximales annuelles. Dans ce cas, nous avons déterminé 4 valeurs q_D correspondant aux 4 différentes durées : 5 minutes, 1 heure, 1 jour et 3 jours (Figure 5-6a). La valeur q_D est calculée à l'aide du meilleur ajustement linéaire, sur la queue de la distribution de probabilité, de tiers à moitié du nombre de points, en partant du premier ou deuxième point. Le deuxième cas concerne la distribution de probabilité pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (Figure 5-6b). La valeur q_D est déterminée par le meilleur ajustement linéaire en considérant entre 25 et 50 points et à partir du premier ou deuxième point.

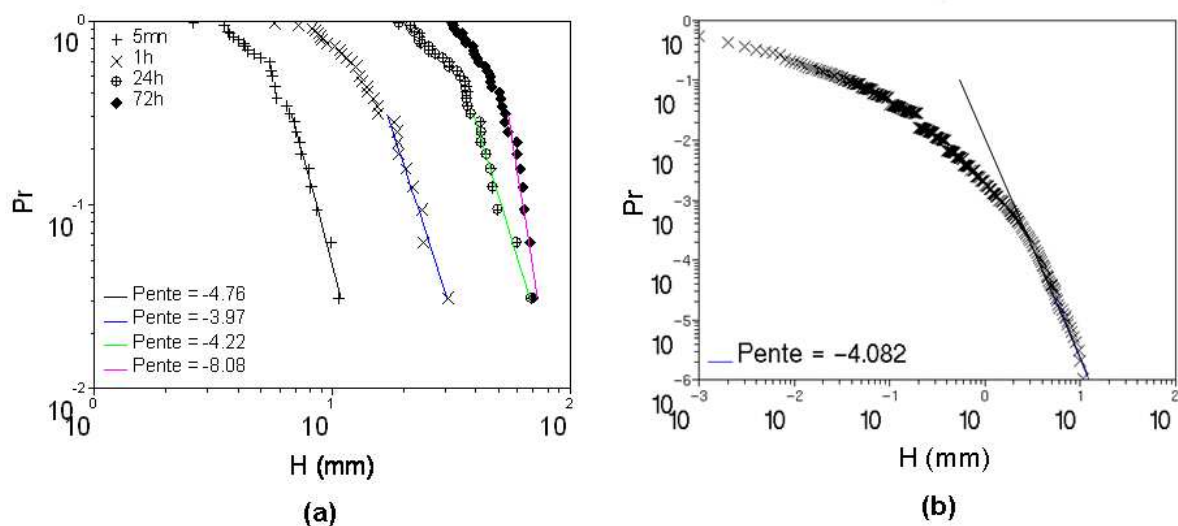


Figure 5-6. Probabilité de dépassement d'un seuil pour les pluies maximales annuelles (a) pour les durées 5 minutes, 1 heures, 1 jour et 3 jours et pour les pluies de 5 minutes eux-mêmes (b) de la série 78orge14 de la base de données MF-P5. L'ajustement linéaire des queues de distribution donne les pentes correspondantes q_D

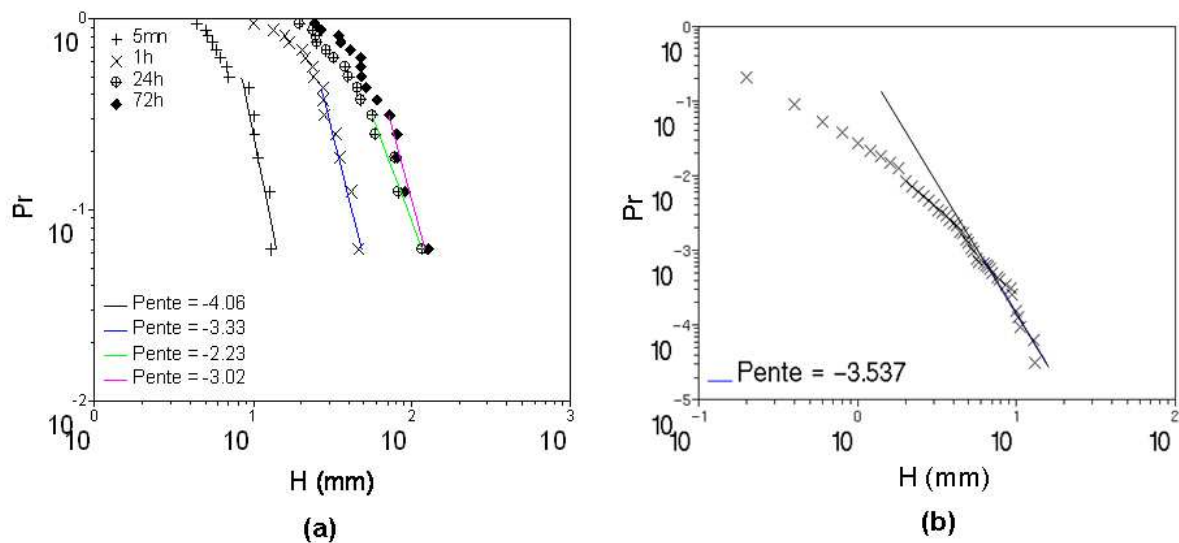


Figure 5-7. De même que la Figure 5-6, mais pour la série ARCU06 de la base de données CG-94.

En effet, la valeur q_D estimée par l'ajustement linéaire de la queue de la distribution de probabilité est assez sensible, le résultat pourrait dépendre des observateurs et/ou du nombre de points comptés à ajuster, c'est-à-dire du nombre de points qui sont considérés de former cette queue. Le concept de queue de la distribution de probabilité reste difficile à définir. Il est donc difficile à conclure quelle est la valeur précise de q_D .

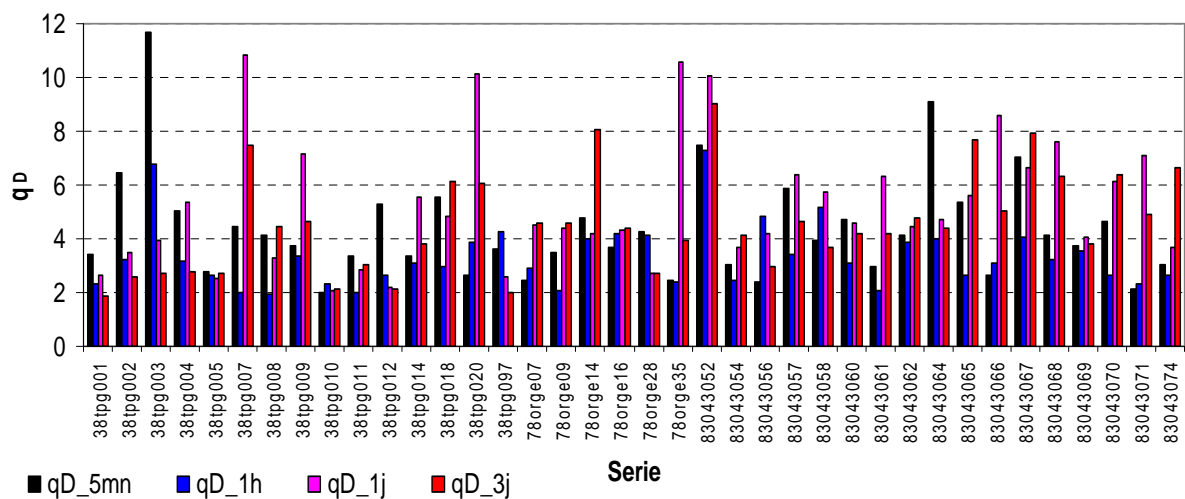


Figure 5-8. Synthèse de résultats de q_D estimées par l'ajustement linéaire des queues de distribution pour les pluies maximales annuelles pour 4 durées : 5 minutes (noir), 1 heure (bleu), 1 jour (rose) et 3 jours (rouge) pour les données sélectionnées de la base MF-P5

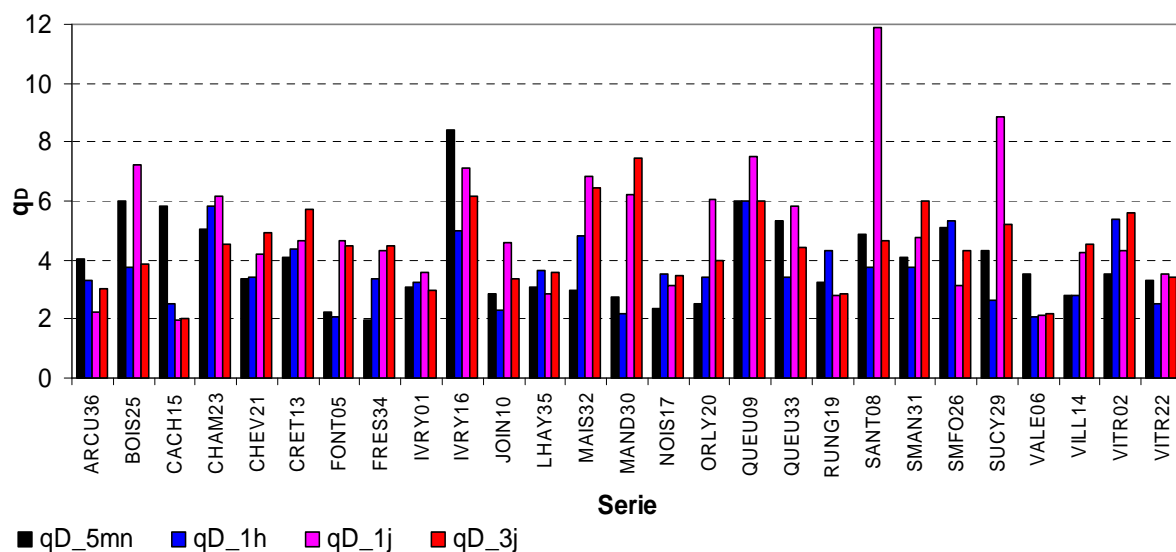


Figure 5-9. De même que la Figure 5-8, mais pour les données sélectionnées de la base CG-94.

En ce qui concerne la distribution de probabilité des pluies maximales annuelles, les résultats de q_D pour les 4 différentes durées considérées jusque ici (5 minutes, 1 heure, 1 jour et 3 jours) sont respectivement présentés dans les Figure 5-8 et Figure 5-9 pour les bases de données MF-P5 et CG-94. Ces résultats sont également disponibles dans les Tableau Ann- 6 et Tableau Ann- 7 des annexes. Pour la plupart des séries, on a obtenu les valeurs de q_D qui sont assez proches pour les différentes durées. Cela est en accord avec ceux obtenu par De Lima et Grasman (1999) qui ont trouvé les valeurs de $q_D = 3.08, 3.06$ et 3.17 pour les durées 15 minutes, 30 minutes et 1 heure, et $q_D = 3.7, 3.6, 3.7$ et 3.6 pour les durées 1 jour, 2 jours, 4 jours et 8 jours. De même, Labat et al. (2002b) ont obtenu les valeurs de $q_D = 3.49, 5.63, 5.18$ et 5.05 pour les durées 1 jour, 2 jours, 4 jours et 8 jours. Par contre, dans certaines séries, les différentes durées donnent des valeurs de q_D assez différentes. Par exemple, pour la série 38tpg007 du département 38, les valeurs de q_D obtenues sont respectivement $4.47, 1.98, 10.85$ et 7.46 pour les durées de 5 minutes, 1 heure, 1 jour et 3 jours. Pour la série 78orge35 du département 78, les durées de 5 minutes et 1 heure sont caractérisées par $q_D = 2.4$, tandis que $q_D = 10.59$ pour 1 jour et $q_D = 3.95$ pour 3 jours. Pour la série SANT08 du département 94, une valeur de q_D est environ de 4.2 pour 3 durées de 5 minutes, 1 heure et 3 jours, tandis que la durée de 1 jour est caractérisée par $q_D = 11.90$. Concernant cette estimation de q_D , dans la littérature, plusieurs auteurs ont obtenu les résultats assez proches pour des durées différentes. Ces différences pourraient être expliquées par la taille des séries temporelles qui est assez courte et par la méthode d'estimation qui pourrait donner des valeurs différentes comme

expliqué au-dessus. De plus, les données réelles demeurent difficiles pour estimer précisément les paramètres qui sont donc à discuter.

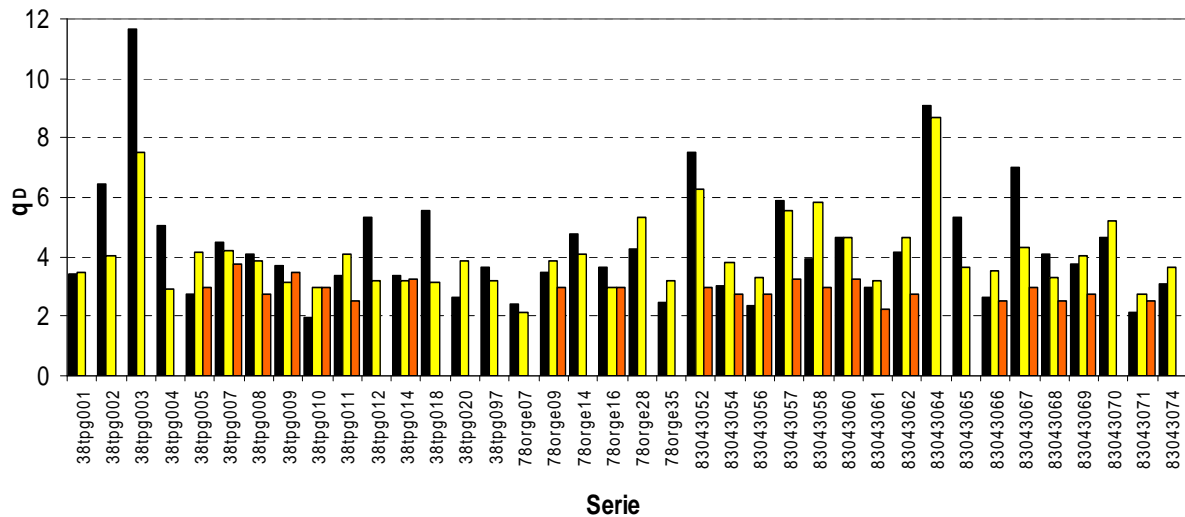


Figure 5-10. Résultats de q_D estimés par la distribution de probabilité pour les pluies maximales annuelles de 5 minutes (noir) et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (jaune), et par la courbe $K(q)$ (orange) pour les données sélectionnées de la base MF-P5.

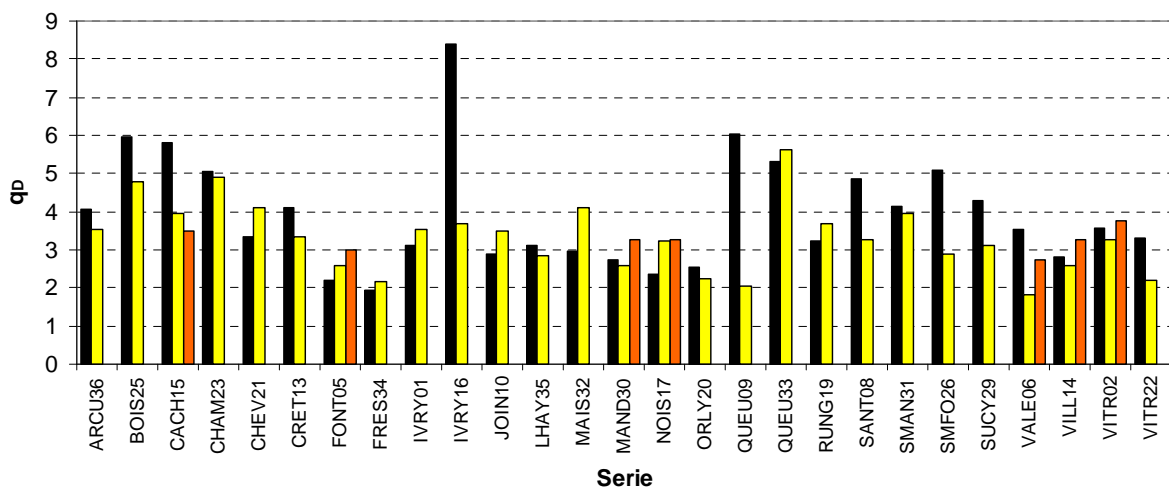


Figure 5-11. De même que la Figure 5-10, mais pour les données sélectionnées de la base CG-94

Pour le deuxième cas, c'est-à-dire où le paramètre q_D est estimée selon la distribution de probabilité pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes. Les Figure 5-10 et Figure 5-11 présentent respectivement les résultats pour les séries des bases de données MF-P5 et CG-94,

ces résultats sont aussi disponibles dans les Tableau Ann- 6 et Tableau Ann- 7 des annexes. Afin de comparer les valeurs de q_D estimées de chaque série pour les pluies maximales annuelles de 5 minutes (diagramme en noir) et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (diagramme en jaune), on les met sur les mêmes figures (Figure 5-10 et Figure 5-11). On constate que ces 2 cas donnent 2 valeurs assez proches pour la plupart des séries. Pour cela, Hubert et al. (2002b) et Bendjoudi et al. (2004) ont obtenu la même valeur de q_D pour les débits maximaux annuels journaliers et pour les débits journaliers eux-mêmes. Cependant, il y a encore certaines séries pour lesquelles la différence de q_D entre ces 2 cas n'est pas négligeable. Par exemple, cette différence est de $\delta q_D = 4.12$ pour la série 38tpg003 du département 38 et est de $\delta q_D = 4.72$ pour la série IVRY16 du département 94.

Par ailleurs, concernant l'estimation de q_D basée sur la courbe $K(q)$ et la distribution de probabilité de dépassement d'un seuil, dans la littérature plusieurs auteurs (Schmitt et al., 1994; Tessier et al., 1996; de Lima et Grasmann, 1999; Hubert et al., 2002b; Bendjoudi et al., 2004) ont obtenu la même (ou très proche) valeur q_D pour ces deux cas. Dans notre étude, comme présenté par les Figure 5-10 et Figure 5-11 sur lesquelles les résultats de q_D sont mis ensemble, les valeurs q_D obtenues par ces deux méthodes sont en accord entre elles pour la majorité des séries. Cependant, il y a encore des différences non négligeables de q_D entre ces deux cas pour quelques séries, comme par exemple la série 83043052 de la base de données MF-P5. Cette différence de q_D est également trouvée par Zhou et al. (2006). Cela nous pousse à faire une analyse de sensibilité sur les estimations des paramètres de la transition de phase multifractale.

Dans le but de déduire un intervalle de sensibilité sur les estimations de q_s et q_{crit} , à partir de l'équation (5.26) et de l'analyse de la relation entre 2 courbes $K(q)$ théorique et empirique, une analyse de sensibilité est faite en augmentant ou en diminuant les deux paramètres α et $C1$ par une petite valeur δ . On retient les deux cas suivant : $(\alpha + \delta ; C1 + \delta)$ et $(\alpha - \delta ; C1 - \delta)$ en utilisant les deux valeurs de δ de 0.01 et de 0.05.

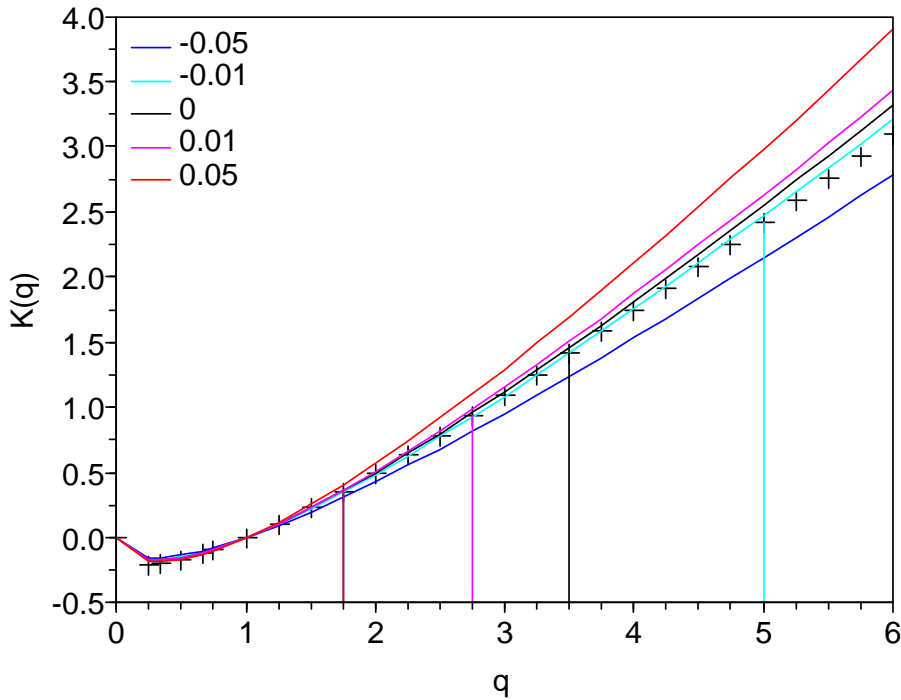


Figure 5-12. Analyse de sensibilité de q_{crit} : la courbe $K(q)$ empirique (les croix), les courbes $K(q)$ théoriques correspondent aux deux paramètres α et $C1$ qui augmentent de 0.01 (ligne rose) ou de 0.05 (ligne orange), et diminuent de 0.01 (ligne vert) ou de 0.05 (ligne bleue). La ligne noire est la courbe $K(q)$ théorique correspondant aux valeurs de α et $C1$ originales. Pour plus de commodité, les lignes verticales permettent de représenter les valeurs q_{crit} estimées qui correspondent aux cas de cette analyse.

La Figure 5-12 présente le résultat d'analyse de sensibilité de q_{crit} pour une série de la base de données MF-P5. Une petite variation des paramètres de α et $C1$ pourrait introduire des estimations de q_{crit} significativement différentes. Par exemple, quand on augmente ces deux paramètres par une petite valeur δ de 0.01, on obtient la valeur q_{crit} de 2.75 et quand on diminue ces deux paramètres par la même valeur δ de 0.01, la valeur q_{crit} est obtenue de 5.0, tandis que cette valeur q_{crit} est de 3.50 pour les valeurs α et $C1$ originales. En particulier, alors que la valeur de δ varie de 0.01 à 0.05, on trouve que les courbes $K(q)$ théoriques, qui correspondent à l'augmentation (ligne orange) et à la diminution (ligne bleue) des α et $C1$, sont bien séparées de la courbe $K(q)$ empirique (les croix). Théoriquement, le point, qui sépare deux courbes $K(q)$ théorique et empirique, permet d'estimer la valeur q_{crit} . Dans ce cas, lorsque $\delta = 0.05$, q_{crit} est estimé de 1.75.

Tableau 5-5. Résultats d'analyse de sensibilité de q_s et q_{crit} , δq_s et δq_{crit} sont les intervalles de sensibilité correspondant à q_s et q_{crit} pour les séries des bases de données MF-P5 et CG-94.

$\delta (\alpha \text{ et } C1)$	δq_s	δq_{crit}
0.01	$0.08 < \delta q_s < 0.32$	$0.25 < \delta q_{crit} < 3.25$
0.05	$0.32 < \delta q_s < 2.05$	$0.5 < \delta q_{crit} < 4.25$

Les résultats de synthèse sur l'analyse de sensibilité de q_s et q_{crit} pour les séries des bases de données MF-P5 et CG-94 sont présentés dans le Tableau 5-5. Les δq_s et δq_{crit} sont les intervalles de sensibilité de q_s et q_{crit} . On constate que la petite variation des paramètres α et C1 entraîne d'importantes variations de q_s et de q_{crit} . Cela pourrait expliquer les différences obtenues sur l'estimation de ces paramètres. Le détail de ces résultats pour toutes les séries sont disponibles dans l'Annexe C.

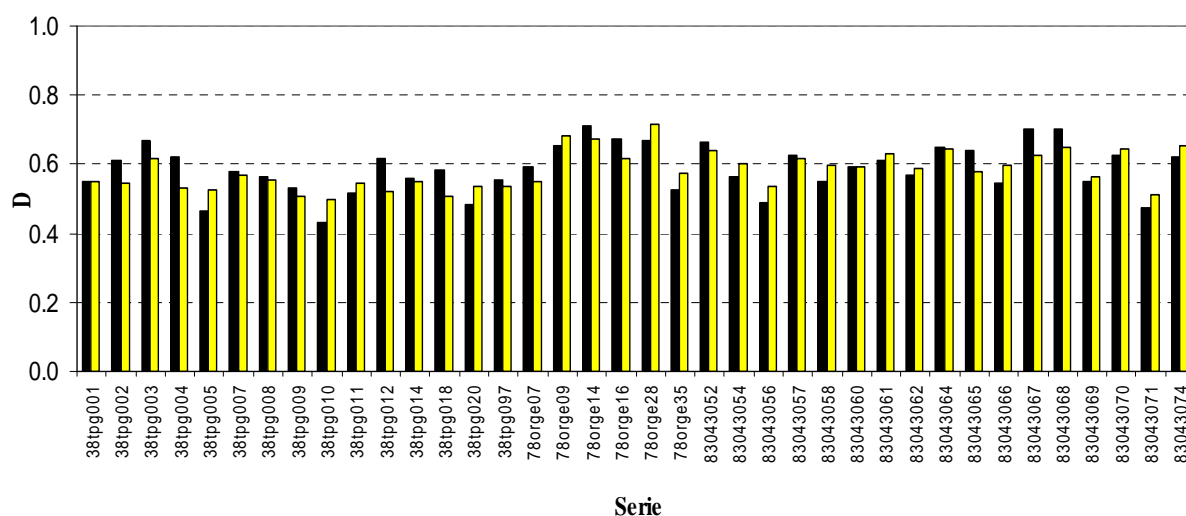


Figure 5-13. Distribution de D correspondant aux valeurs de q_D estimées par la distribution de probabilité pour les pluies maximales annuelles de 5 minutes (noir) et pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes (jaune) pour les séries sélectionnées de la base MF-P5.

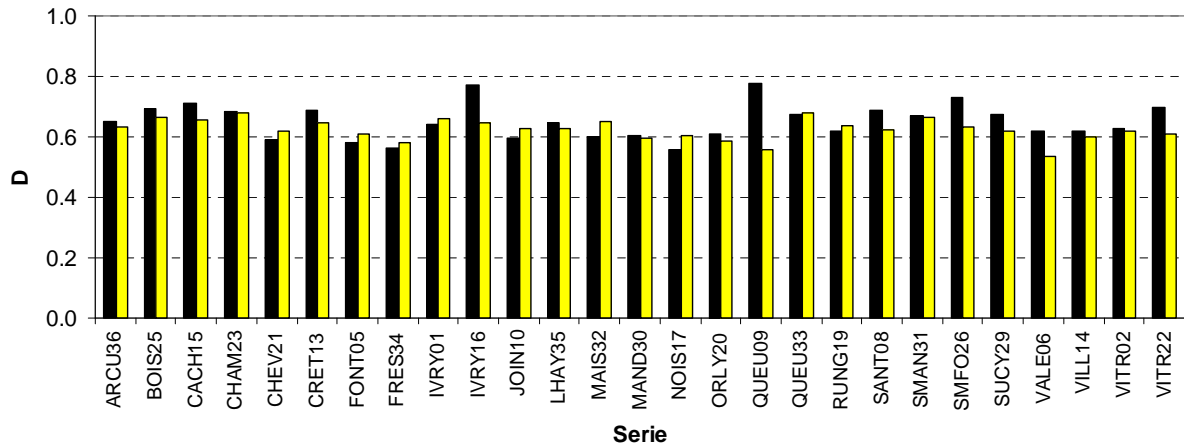


Figure 5-14. De même que la Figure 5-13, mais pour les séries sélectionnées de la base CG-94.

Notons que la dimension D de l'espace support mène à la transition de phase multifractale. L'équation (5.20) permet de trouver cette dimension D en utilisant les estimations des paramètres α , $C1$ et q_D . Les résultats de D obtenus pour les bases de données MF-P5 et CG-94 sont représentés sur les Figure 5-13 et Figure 5-14. On a trouvé une valeur moyenne de $D = 0.55 \pm 0.05$ pour la pluie du département 38, de $D = 0.64 \pm 0.06$ pour la pluie du département 78, de $D = 0.60 \pm 0.05$ pour la pluie du département 83 et de $D = 0.64 \pm 0.05$ pour la pluie du département 94.

On peut noter que dans le cas de la turbulence de l'atmosphère, Schmitt (1993) a trouvé $D = 0.46 \pm 0.1$ pour le vent (série temporelle), Chigirinskaya et al. (1994) ont obtenu $D = 0.51 \pm 0.1$ pour le vent horizontal (série spatiale), Lazarev et al. (1994) ont obtenu $D = 0.91 \pm 0.1$ pour le vent vertical (série spatiale).

5.3.2. Résultats sur l'évolution des extrêmes

Le changement climatique pourrait avoir des impacts hydrologiques qui pourraient être représentés par l'évolution des extrêmes. Comme on l'a présenté dans la section (5.2.2), l'évolution temporelle des paramètres multifractals $C1$, α et γ_s permet de détecter l'évolution des extrêmes. L'étude est réalisée sur les séries temporelles sélectionnées des bases de données MF-P5 et CG-94. Pour cela, chaque série est divisée en tranches d'environ une année ($2^{13} \times 12$ valeurs de 5 minutes, environ 341 jours), sur lesquelles on a appliqué la méthode DTM pour déterminer les paramètres $C1$ et α . Chacune de ces années est considérée comme une réalisation indépendante.

Les résultats obtenus pour toutes les séries (qui sont disponibles dans l'Annexe C) montrent que les évolutions de α sont en général moins stables et ont des fluctuations d'échantillonnage plus fortes que celles de C1, c'est-à-dire que l'intermittence moyenne des précipitations est plutôt stable tandis que la multifractalité des précipitations (i.e. la variabilité des régimes) est plutôt fluctuante en fonction du temps.

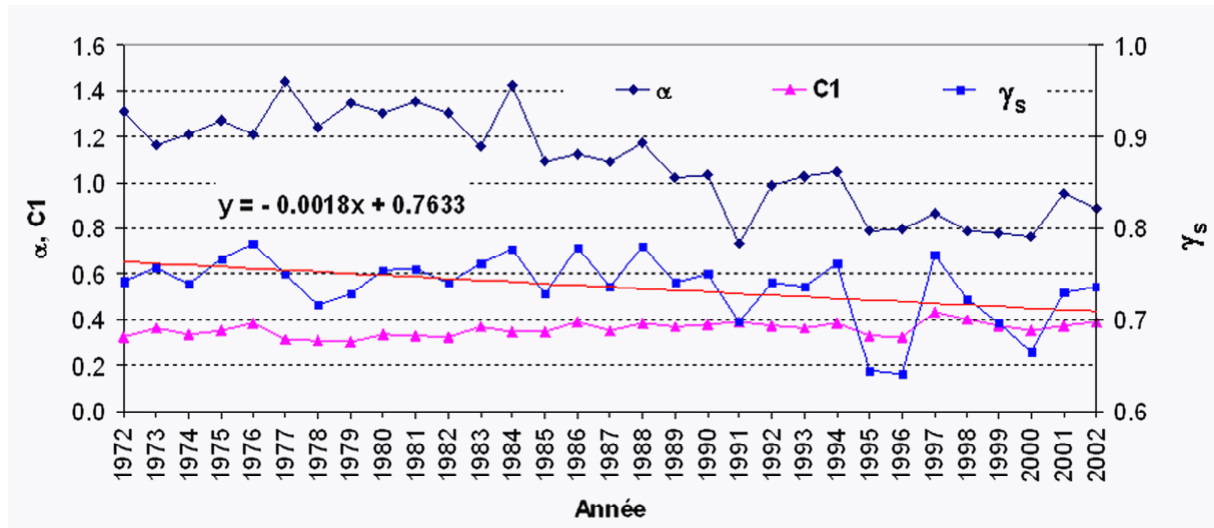


Figure 5-15. Evolution temporelle des paramètres multifractals α (bleu noir), C1 (rose) et γ_s (bleu) de la série temporelle 78orge14 dans le département 78. La ligne orange correspond à l'ajustement linéaire des estimations de γ_s

La Figure 5-15 présente l'évolution des paramètres d'une des séries du département 78 pour la période de 1972 à 2002. L'évolution de α décroît assez sensiblement tandis que celle de C1 est assez stable. Par conséquent, il y a une très légère baisse de γ_s avec une valeur négative de la pente de (-0.0018). L'évolution des extrêmes de la pluie sur cette période a donc été une légère tendance de baisse. On retrouve la même conclusion pour les séries des départements 38, 78 et 83.

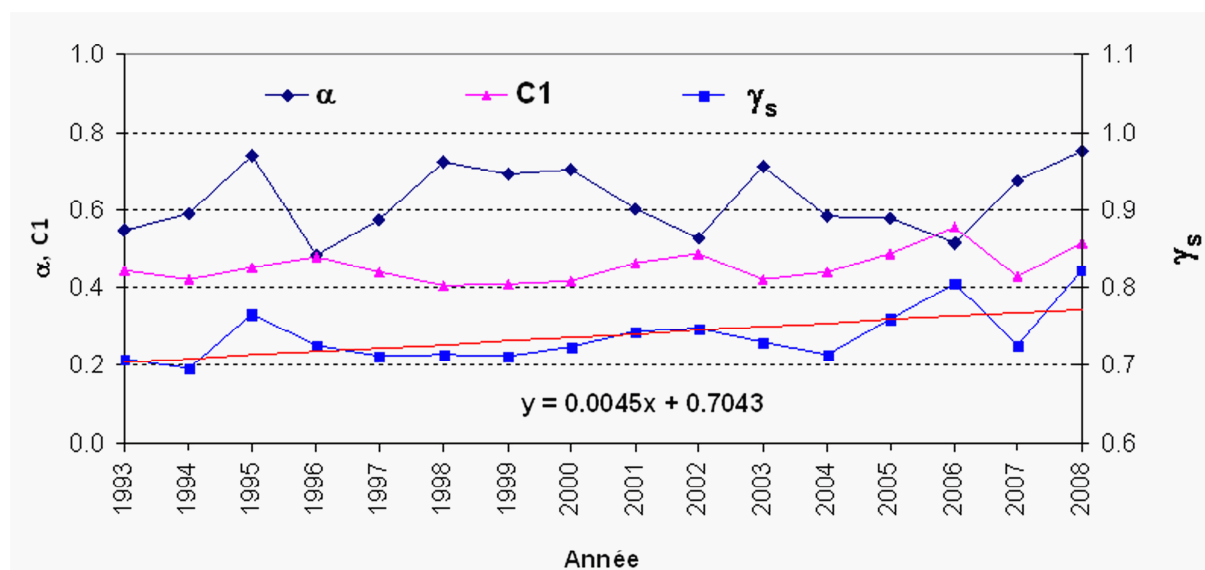


Figure 5-16. De même que la Figure 5-15, mais pour la série temporelle ORLY20 dans le département 94.

Par contre, l'évolution de γ_s sur les séries du département 94 représente une légère augmentation pour la période de 1993 à 2008. Par exemple, pour la série ORLY20 (Figure 5-16), l'augmentation de γ_s est caractérisée par une pente de 0.0045. On peut trouver que l'évolution de γ_s est un peu influencé par celle de α , néanmoins elle suit plutôt la tendance de $C1$. Parmi les 27 stations étudiées dans le département 94, 24 stations présentent une augmentation, bien que faible, de γ_s . De plus, il ne faut pas sous-estimer les conséquences d'une faible augmentation d'un exposant tel que γ_s qui peut avoir des conséquences importantes du seul fait qu'il intervient en tant qu'exposant sur un rapport d'échelle qui peut être conséquent.

5.4. Discussion sur la détection du changement climatique

L'étude de l'évolution de ces paramètres multifractals permet de détecter des impacts hydrologiques du changement climatique. Les résultats obtenus montrent qu'il y a une faible augmentation de l'exposant pilotant les extrêmes de la pluie pour la plupart des séries du département 94 sur la période de 1993 à 2008 et, au contraire, une faible baisse de cet exposant pour les séries des départements 38 sur la période de 1987 à 1995, 78 sur la période de 1972 à 2002 et 83 sur la période de 1989 à 2005. Du fait que ces variations sont faibles, on pourrait être tenté de conclure, qu'il n'y a pas d'influence perceptible du changement climatique sur les précipitations pour les périodes étudiées. Cependant, il ne faut pas sous-

estimer les conséquences d'une faible variation de cet exposant qui peut avoir des conséquences non négligeable du seul fait que le rapport d'échelle sur lequel il agit peut être conséquent.

6. Relation pluie-débit du bassin versant karstique

6.1. Caractéristiques et importance des systèmes karstiques

Le karst est une structure géomorphologique résultant des processus particuliers tels que l'érosion hydro-chimique et l'érosion hydraulique (karstification) des roches carbonatées (principalement de formations calcaires). Ces processus sont commandés par la dissolution de ces roches (calcaires et dolomies) constituant le sous-sol des régions concernées par l'eau de pluie infiltrée. Le paysage de surface, constitué en général de dépressions fermées (appelées dolines pour les petites et poljés pour les plaines d'inondation), est associé à un paysage souterrain, dont les grottes et les gouffres parcourables par l'homme font partie (Figure 6-1). Le karst est par conséquent un paysage original, créé par les écoulements d'eau souterraine. L'eau circule en son sein, s'y accumule et émerge par des sources aux débits souvent considérables, mais très fluctuants dans le temps, ce qui fait également du karst un aquifère, c'est-à-dire une formation géologique possédant une perméabilité suffisante pour que l'eau souterraine puisse y circuler.

L'aquifère karstique est le seul type d'aquifère où c'est la circulation d'eaux dans la formation géologique qui façonne les vides et qui induit les caractéristiques spécifiques de cet aquifère. La constitution d'un aquifère karstique peut être rapide à l'échelle des temps géologiques: quelques milliers à quelques dizaines de milliers d'années. De ce fait, l'aquifère karstique enregistre les variations, même de faible amplitude, du niveau de base où est localisée la source, par le développement d'un réseau de drainage associé à chaque niveau. Toutes les régions karstiques présentent la marque de plusieurs phases de karstification, imposées par exemple par des variations climatiques ou morphologiques, dont seules les plus récentes, associées au niveau de base actuel, participent au fonctionnement de l'aquifère. Dans l'aquifère karstique, les écoulements ont créé des vides organisés en une structure hiérarchisée de drainage, le réseau de conduits, de l'amont (la surface) vers l'aval (la source, c'est-à-dire l'exutoire de l'aquifère généralement unique). Souvent, au cours de la saison de recharge de l'aquifère, des remontées importantes de l'eau dans le réseau de conduits provoquent l'inondation des réseaux supérieurs, habituellement sans écoulement, et la mise en fonctionnement de sources temporaires de trop plein.

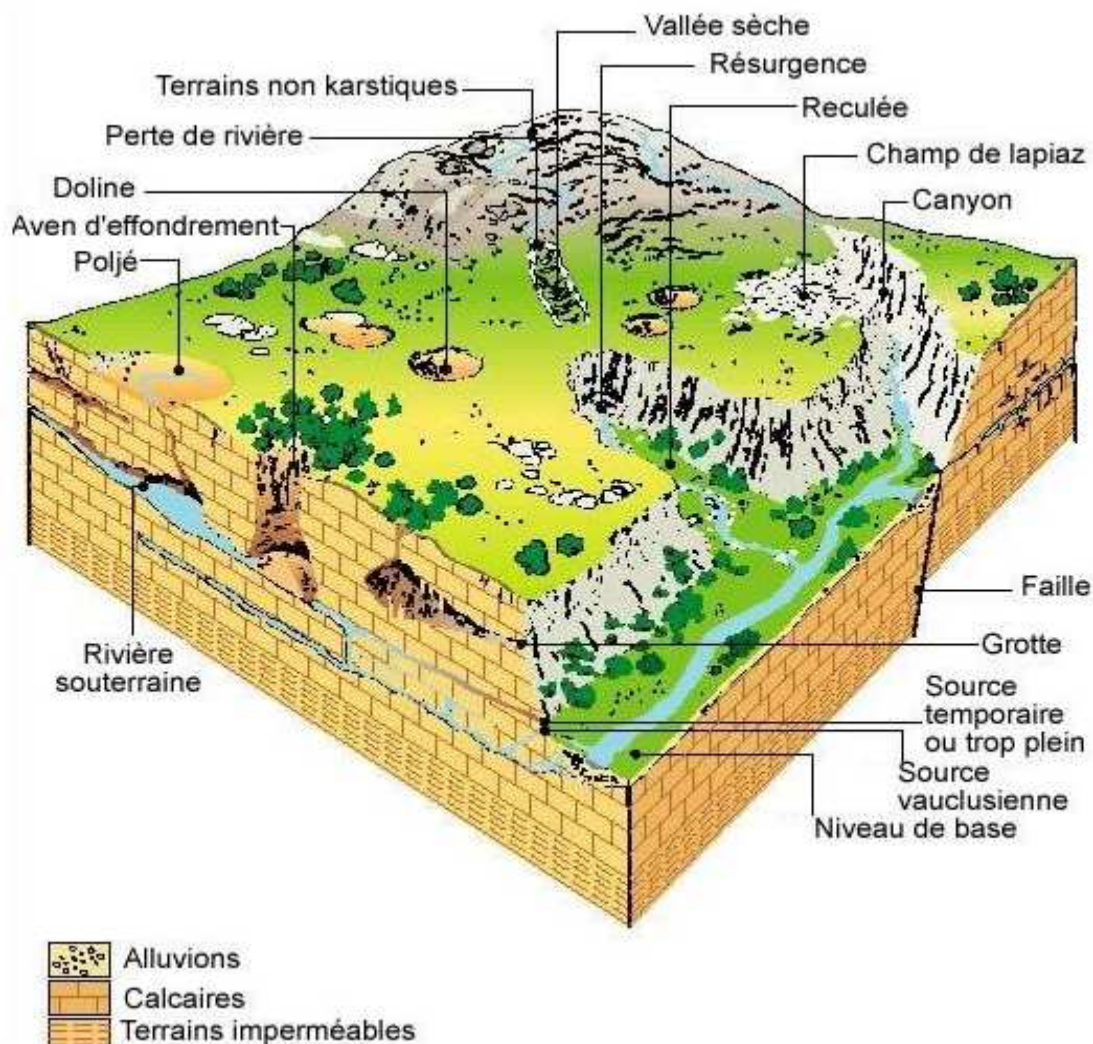


Figure 6-1. Bloc diagramme représentant un karst synthétique (Source : Agence d'eau, Lyon, France, 1999).

Par conséquent, l'aquifère karstique présente une organisation des écoulements souterrains, qui déterminent celle des vides qu'ils créent. Dans cette organisation, les deux fonctions classiques (stockage et drainage) sont séparées, au moins dans la zone noyée, et sont assurées par des éléments distincts de la structure: le drainage est assuré par un réseau de conduits hiérarchisés; le stockage est fourni soit par les parties micro-fissurées ou poreuses de la roche non karstifiée, soit par des cavités karstiques, parfois de grandes dimensions, connectées au drainage par des zones à fortes pertes de charge.

L'aquifère karstique se distingue des aquifères poreux et des aquifères fissurés par le fait qu'il possède des vides de grandes dimensions, dans lesquels les eaux souterraines sont susceptibles de circuler très vite. Les dimensions des vides dans le karst couvrent une très

large gamme de valeurs, depuis les fissures d'ouverture micrométrique et longues de plusieurs mètres jusqu'à des conduits de quelques dizaines de mètres de section et longs de plusieurs kilomètres (Atkinson, 1977). De même, les vitesses d'écoulement souterrain vont de moins de quelques centimètres par heure à plusieurs centaines de mètres par heure.

De ce fait, dans les aquifères karstiques fonctionnels, la très grande majorité des eaux séjourne moins d'un cycle hydrologique et souvent seulement quelques jours à quelques semaines. Pour cette raison, toutes les caractéristiques physiques et dynamiques présentent une très grande variabilité spatiale et temporelle.

Les eaux souterraines représentent une part importante du cycle de l'eau et participent aux équilibres naturels. Elles constituent également une formidable ressource renouvelable, exploitée pour l'approvisionnement en eau potable, l'usage industriel ou agricole. En outre, les aquifères karstiques constituent la ressource principale pour l'alimentation en eau potable dans le monde. Environ 25% de la population mondiale se fonde entièrement ou en partie sur ces aquifères karstiques (Ford et Williams, 1989; Drew et Hotzl, 1999). Dans certains pays européens, les eaux karstiques couvrent 50% des besoins en alimentation en eau potable (Goldscheider, 2002), alors que dans certaines régions elles sont les seules eaux de bonne qualité et contribuent pour une large part au développement socioéconomique. En France, la superficie des formations carbonatées à l'affleurement est de 35% du territoire et 55% de l'eau potable provient des aquifères karstiques. Les grandes villes sont alimentées en eau potable à partir des karsts soit en partie (Paris, Nice, Rouen), soit en totalité (Montpellier, Besançon, Poitiers).

Malgré de l'importance de l'aquifère karstique comme une grande source d'eau douce, leur comportement complexe qui rend leur exploitation beaucoup moins facile que les plus classiques aquifères poreux ou même fissurés. Les aquifères karstiques posent également de gros problèmes tels que les inondations catastrophiques inattendues (Nîmes dans le sud de la France en 1992) ou les niveaux trop bas pour l'alimentation des villes en été. Plusieurs études ont été réalisées sur les systèmes karstiques et portent essentiellement sur l'hydrogéologie de ces aquifères. Il est important d'étudier les caractéristiques des événements d'entrée (la pluie), celles de sortie (le débit) et en particulier leur relation pour mieux comprendre l'aquifère karstique en question.

Dans ce travail, les études sont effectuées sur les aquifères karstiques situés dans les Pyrénées telle que Aliou et Baget. Aliou est un système très karstifié, sans réserve et sans ruissellement de surface. Baget, quant à lui, est moins karstifié avec des réserves relativement importantes et un ruissellement de surface non négligeable.

6.2. Rappels sur des relations multifractales pluie-débit

Le bassin versant est considéré comme un système dont l'entrée est constituée par les précipitations, sa sortie est représentée par les débits des sources. En principe, les précipitations sont mesurées par un ou plusieurs pluviomètres. De même, les débits pourraient être produits par une ou plusieurs sources, complétées par le ruissellement de surface. Dans certains systèmes karstiques, le ruissellement de surface est considéré comme négligeable. L'hypothèse implicite est que le débit de source représente l'écoulement total du bassin karstique.

La protection et la gestion des eaux dans les aquifères nécessitent la connaissance, tant dans l'espace que dans le temps, des précipitations et des débits. Cette connaissance représente d'ailleurs l'objectif des études sur la structure de ces précipitations et de ces débits, en particulier la relation entre eux. Dans les aquifères karstiques, de par la très forte hétérogénéité du milieu, les systèmes d'écoulement ont des caractéristiques particulières qu'il convient de reconnaître avec précision.

Diverses études sur les bassins versants karstiques ont pour cela été réalisées et décrites dans la littérature pour quantifier la relation pluie-débit. Tout d'abord, les modèles numériques spatio-temporels pour une structure karstique simple, avec un écoulement saturé, ont été développés (Kiraly, 1979; Eisenlohr et al., 1997) et sont basés sur la loi de Darcy. En s'appuyant sur le modèle Volterra, les modèles pluie-débit linéaires et non linéaires ont ensuite été formulés et développés par Labat et al. (1999a). Le degré de relation pluie-débit a été quantifié à travers les échelles temporelles pour la modélisation pluie-débits telles que les analyses corrélatoires et spectrales (Mangin, 1984; Foufoula-Georgiou et Kumar, 1995; Labat et al., 2000a), les analyses en multi-résolution et ondelettes (Labat et al., 1999c, b; Labat et al., 2000b; Labat et al., 2001, 2002a), qui permettent de rendre compte, échelle par échelle, de l'influence entre la pluie et le débit sur un bassin versant karstique. Cependant, le modèle

linéaire ne serait pas vrai satisfaire pour le transfert linéaire de la pluie au débit (Labat et al., 2000a).

Les systèmes karstiques ont des caractéristiques fortes hétérogènes et complexes, la forte variabilité des débits sur une grande gamme d'échelles suggère naturellement l'application de multifractal basée sur l'invariance d'échelle. On postule que la propriété multifractale est reliée à la structure géologique multifractale du karst. Cela aura un impact direct sur la performance des modèles hydrogéologiques karstiques, puis sur la gestion des eaux karstiques. Dans le cadre des multifractals, les caractéristiques statistiques des pluies et débits sont représentées par les paramètres multifractals. L'analyse multifractale permet d'étudier des relations pluie-débit, de chercher à relier les débits aux données de pluie qui sont en général plus nombreuses. Plusieurs auteurs (Tessier et al., 1996; Pandey et al., 1998; Hubert, 1999; Labat et al., 2002b; Bendjoudi et al., 2004; Majone et al., 2004) ont étudié la relation pluie-débit par les analyses multifractales. Les techniques statistiques appliquées pour les pluies et les débits mesurés sur 30 bassins versants en France ont montré leur comportement d'échelle temporelle (Tessier et al., 1996; Hubert, 1999). En basant sur les mêmes statistiques (les mêmes valeurs de α et $C1$) pour les gammes d'échelles correspondantes entre les séries de pluies et celles de débits, Tessier et al. (1996) ont fait les premières approches multifractales du transfert pluie-débit en utilisant uniquement une fonction de transfert linéaire. Cependant, lorsque les caractéristiques statistiques sont significativement différentes, alors aussi bien la fonction de transfert linéaire que la transformation non linéaire des variables est nécessaire.

Il faut souligner que cette méthode génère seulement des séries de même caractéristiques statistiques que la série empirique des débits. Il n'est pas établi que la réalisation réelle de la série de débit puisse être obtenue par cette voie. Tessier et al. (1996) s'attendait à ce qu'une fonction linéaire prenant en compte la distribution spatiale de la pluie puisse convenir pour cette dernière tâche. Cependant des analyses effectuées simultanément sur les pluies et les débits, Bendjoudi et al. (2004) ont montré que, contrairement à Tessier et al. (1996), une fonction de transfert linéaire peut ne pas donner de résultats satisfaisant même pour des cas où les paramètres estimés (α et $C1$) pour les pluies et les débits ont des valeurs proches.

De toute façon, l'étude des aquifères karstiques reste un domaine difficile et délicat. Si on veut effectuer une modélisation pluie-débit, il est nécessaire de bien maîtriser des propriétés d'échelle afin de focaliser le modèle à la question à résoudre. C'est également dans ce cas que les problèmes de non linéarité, de prédictibilité prennent toute leur importance.

6.3. Analyse de la structure de la pluie et du débit

6.3.1. Base des données sur les bassins versants karstiques

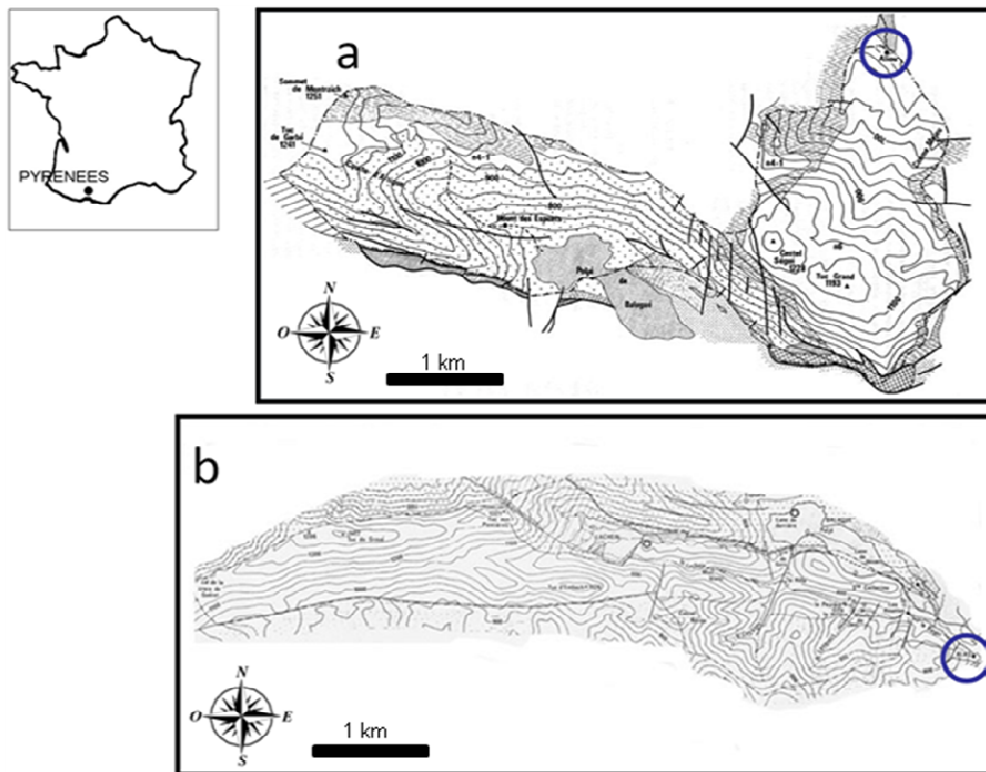


Figure 6-2. Cartes physiographiques présentent la localisation de 2 bassins versants karstiques Aliou (a) et Baget (b) dans le sud de la France. Le cercle indique la position de la station hydrométrique située à la sortie du bassin versant.

Les deux bassins versants étudiés, Aliou et Baget, sont deux petits bassins versants. Ils ont des débits spécifiques similaires de environs 36 l/s/km^2 et des surface similaires autour de 13 km^2 . Les deux bassins versants peuvent être considérés comme représentations du système karstique développé de haut à moyen sous un climat tempéré. Les deux bassins se trouvent

dans la montagne Pyrénéenne (Ariège) de la France (Figure 6-2) et sont caractérisés par une altitude médiane de 950m.

La source Aliou est caractérisée par la variation rapide et inattendue du ruissellement: le débit peut augmenter de 0,1 m³/s à près de 30 m³/s sur environ huit heures, puis diminuer tout aussi rapidement. Deux séries du débit journalier de deux bassins versants sont mesurées sur une grande période ininterrompue de plus de 40 ans, à partir de la fin des années 1960. Une résolution temporelle de 30 minutes est adopté pour les mesures du débit depuis le début des années 1990 pour le bassin versant Aliou et à la sortie du bassin versant Baget. Par ailleurs, le débit à haute résolution de 3 minutes est complété récemment sur la période du 02/2010 au 01/2011 à la sortie du bassin versant du Baget afin de faire face à l'hydrodynamique karstique de haute résolution. Enfin, la pluie avec une résolution de 30 minutes représentant l'entrée des deux bassins versants Aliou et Baget est disponible sur la période du 10/1993 au 04/1996. Certaines statistiques de ces séries sont présentées dans le Tableau 6-1. La visualisation de ces séries est présentée dans l'Annexe D.

Tableau 6-1. Certaines statistiques des données pour les deux bassins versants karstiques Aliou et Baget.

Ordre	Série	Période		Nb_données
		Début	fin	
Pluie de 30 minutes				
1	Pal1	16h30, 10/07/1993	23h30, 22/03/1994	12255
2	Pal2	0h00, 23/03/1994	23h30, 11/01/1995	14160
3	Pal3	0h00, 12/01/1995	12h00, 21/04/1995	4777
4	Pal4	12h30, 21/04/1995	23h30, 08/02/1996	14087
5	Pal5	0h00, 09/02/1996	23h30, 30/04/1996	3936
6	Pal1-5	16h30, 10/07/1993	23h30, 30/04/1996	49215
Débit journalier				
1	bgj	25/04/1968	12/01/2011	15603
2	alj	10/04/1969	12/01/2011	15253
Débit de 30 minutes				
1	bg1	18/12/1996	09/12/2000	69714
2	bg2	11/03/2004	13/01/2011	119979
3	al1	29/11/1991	27/12/1993	36431
4	al2	21/04/1995	27/06/2000	90912
5	al3	27/01/2004	13/01/2011	122125
Débit de 3 minutes				
	bghres	17/02/2010	13/01/2011	157821

Cette base de données permet de fournir une analyse profonde de ces deux bassins versants et d'apporter des améliorations par rapport à des études précédentes (Labat et al., 2002b). Elle constitue, à notre connaissance, les plus longues séries de débit pour les résolutions journalière et de 30 minutes.

6.3.2. Analyse de la structure de la pluie

L'analyse préliminaire sur les séries de pluie situées à côté de deux bassins versants Aliou et Baget permet d'identifier des caractéristiques multifractales. Etant donné que la longueur des séries de pluie est assez courte et variable, par exemple celle de la série Pal5 est seulement de 82 jours (3936 valeurs de 30 minutes), les propriétés des petites échelles sont particulièrement intéressantes à étudier. Ainsi les analyses sont réalisées sur la gamme d'échelle allant de 2^0 à 2^{10} (de 30 minutes à environ 21 jours).

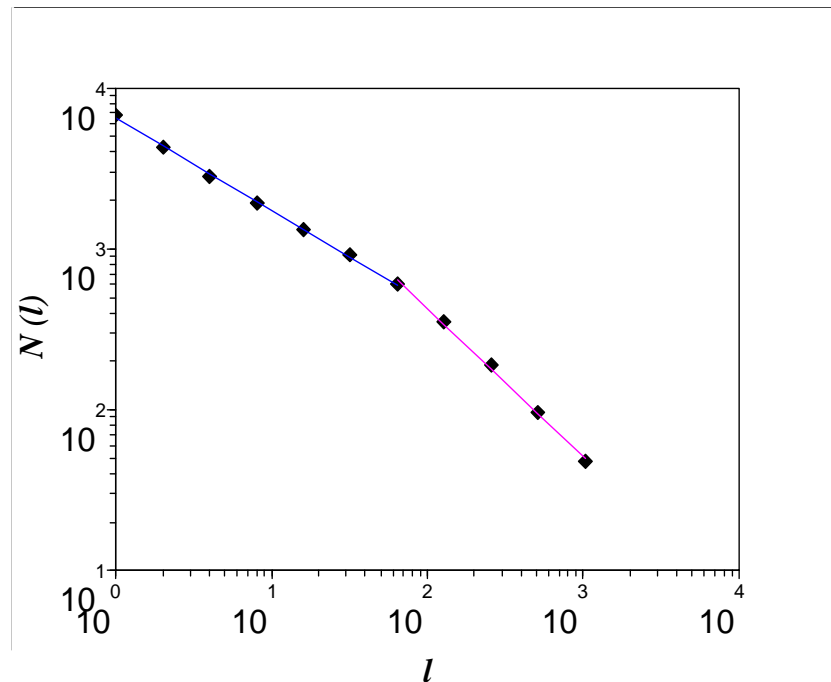


Figure 6-3. Graphique log-log de $N(\ell)$ par rapport à ℓ pour la série de pluie Pal1-5, il montre une rupture d'échelle autour de 32h.

Tout d'abord, l'analyse de la loi d'échelle, basée sur le calcul de dimensions fractale (D_f) par la méthode du comptage de boîtes, montre une rupture d'échelle autour de 32 heures. La Figure 6-3 présente deux zones linéaires correspondant à deux pentes différentes pour la série Pal1-5. La première zone (en haut) est défini par la gamme d'échelle allant de 30 minutes à 32 heures et est caractérisée par la valeur $D_f = 0.57$. Celle de la deuxième zone (en

bas) allant 32 heures à environ 21 jours correspond à la valeur $D_f = 0.92$. On a obtenu le même comportement d'échelle pour les séries de pluie restantes. Ces résultats sont de toutes façons attendus, car ces séries sont dans une même station. Les résultats de D_f sont présentés dans le Tableau 6-2.

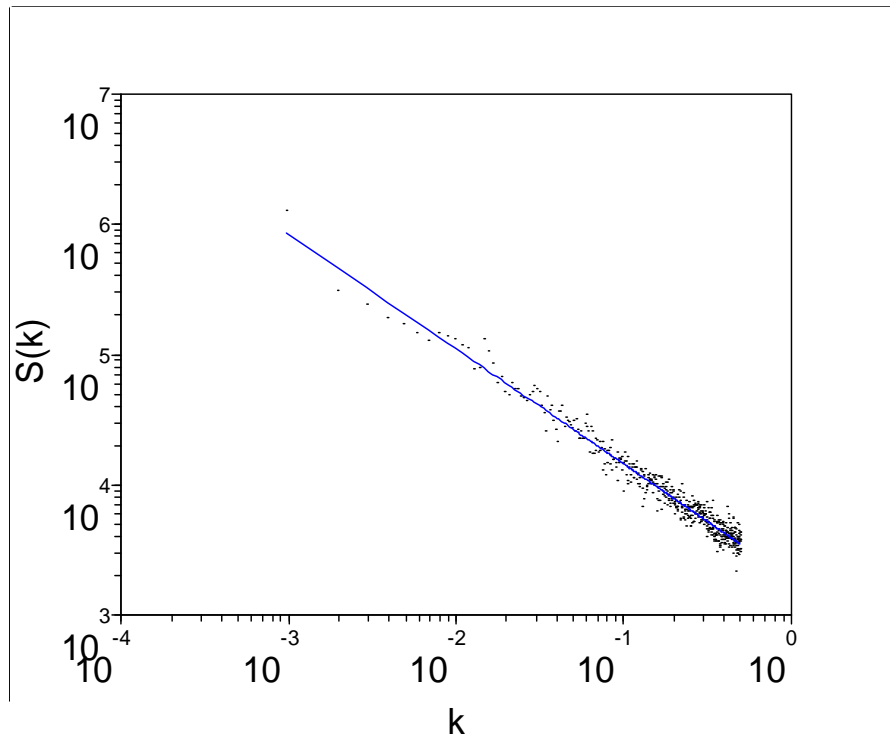


Figure 6-4. Graphique log-log des spectres d'énergie pour la série de pluie Pal1-5, il présente un comportement d'invariance d'échelle assez visible sur la gamme d'échelle d'une heure à environs 21 jours.

Ensuite, l'analyse spectrale pour ces séries de pluie ne montre aucune rupture d'échelle sur la gamme d'échelle allant d'une heure à environ 21 jours. La Figure 6-4 présente le spectre d'énergie pour la série Pal1-5, on trouve un comportement linéaire du spectre, qui présente un seul comportement de loi d'énergie sur la gamme d'échelle d'une heure à environ 21 jours, avec une pente β correspondante de 0.88. Ce comportement linéaire est aussi obtenu sur les séries de pluie restantes. Le Tableau 6-2 présente les résultats de β de ces séries de pluie.

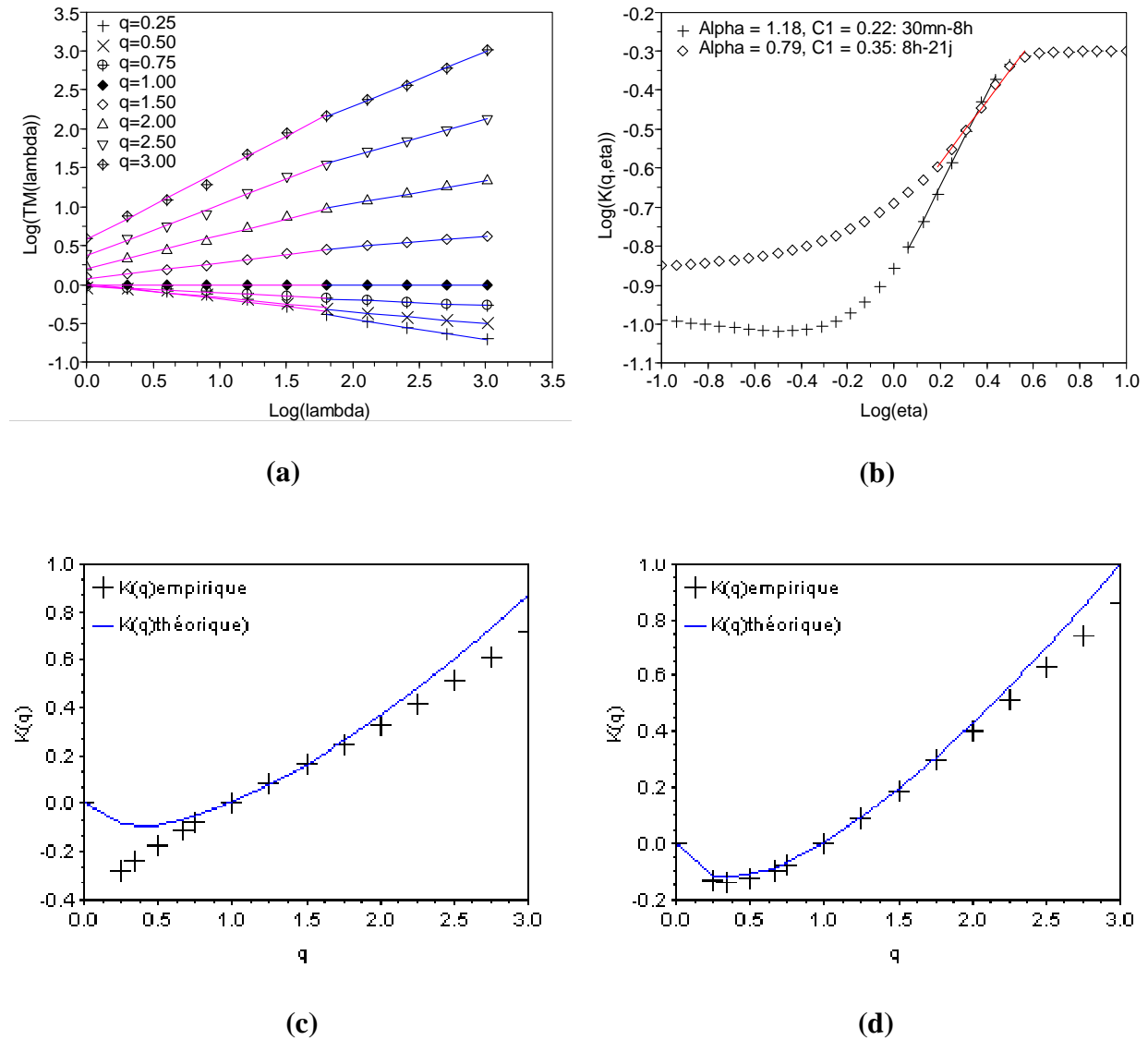


Figure 6-5. Série Pal1-5 : les courbes TM (a) montrent une rupture d'échelle autour de 8 heures; les courbes $K(q, \eta)$ (b) permettent d'estimer α correspondant aux petites et grandes échelles; les courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) pour les petites échelles (c) et les grandes échelles (d);

Les caractéristiques multifractales de pluie sont également étudiées à l'aide des analyses TM et DTM. Le résultat d'analyse sur le comportement des moments statistiques montrent une rupture d'échelle autour de 8 heures. Cependant, comme illustré par la Figure 6-5a pour la série Pal1-5, cette rupture d'échelle n'est pas vraiment claire. La Figure 6-5b présente les courbes $K(q, \eta)$ permettant de déterminer le paramètre de α sur deux gammes d'échelle

correspondantes. Les courbes $K(q)$ empirique et théorique correspondant aux petites et grandes échelles sont présentées respectivement sur la Figure 6-5c et Figure 6-5d.

Tableau 6-2. Résultats des paramètres multifractals pour 2 gammes d'échelle : de 30mn à 8h et de 8h à 21jrs

Série	D_f		30mn - 21j		30mn - 8h			8h - 21js		
	30mn - 32h	32h - 21j	β	H	α	C1	q_D	α	C1	q_D
Pal1	0.58	0.94	0.89	-0.05	0.88	0.22	1.7	0.55	0.38	4.0
Pal2	0.60	0.93	0.98	-0.01	0.95	0.20	1.7	0.68	0.29	1.9
Pal3	0.55	0.89	0.85	-0.07	0.87	0.27	1.8	0.58	0.38	1.9
Pal4	0.53	0.89	0.87	-0.07	1.01	0.26	1.8	0.53	0.44	4.0
Pal5	0.59	0.93	0.71	-0.15	1.33	0.26	2.0	0.73	0.42	2.6
Pal1-5	0.57	0.92	0.88	-0.06	1.18	0.22	1.7	0.79	0.35	1.8

Les paramètres obtenus sont présentés dans le Tableau 6-2. Les valeurs de α sont plus grandes pour les petites échelles que pour les grandes échelles. Cela montre évidemment une plus forte variabilité de la pluie aux petites échelles.

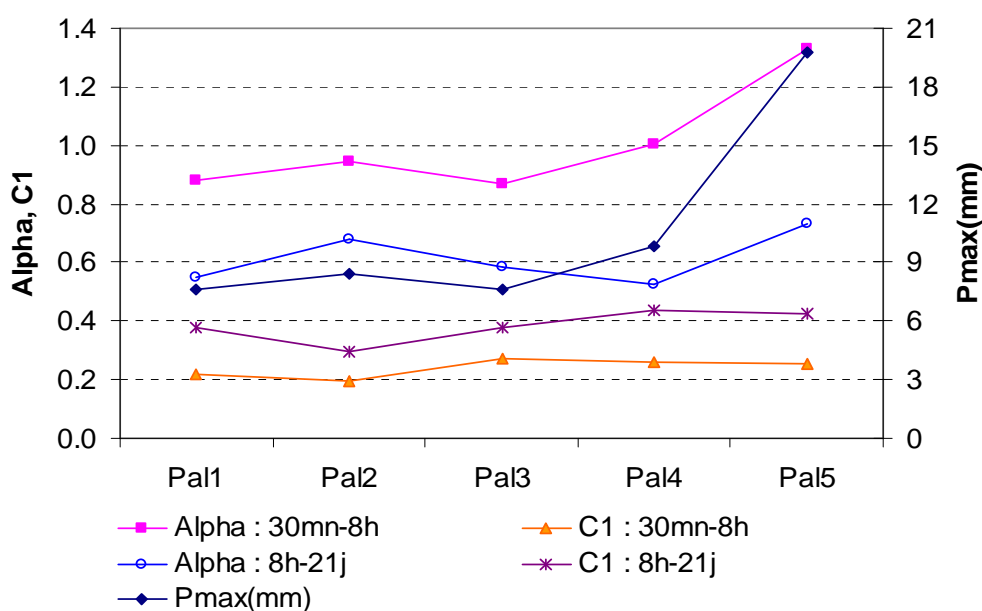


Figure 6-6. Evolution des paramètres de α et C1 pour deux gammes d'échelle : de 30 minutes à 8 heures et de 8 heures à 21 jours. L'évolution de α est bien en accord avec celle de Pmax, surtout pour les petites échelles.

D'autre part, on peut constater une variation assez sensible des valeurs de α sur ces séries mesurées dans le même bassin versant mais pour différentes périodes, tandis que les valeurs de C1 sont assez stables. Cela nous pousse à vérifier cette variation de α au sein de ces séries. Les résultats obtenus montrent que l'évolution de α est bien en accord avec celle de la précipitation maximale (Pmax), en particulier l'évolution de α pour la gamme des petites échelles (Figure 6-6).

Dans la section suivante, les analyses multifractales seront réalisées sur les séries des débits ayant les résolutions différentes (journalière, 30 minutes et 3 minutes). Des résultats obtenus seront ensuite comparés avec ceux sur les séries de pluie.

6.3.3. Analyse de la structure du débit

La définition de l'organisation spatiale de la porosité en micro et macro pores induite par la dissolution reste un défi majeur pour l'hydrogéologue karstique et les enquêtes spéléologiques ne fournissent pas d'informations suffisantes. Afin de déduire les propriétés de la structure karstique, on étudie la variabilité temporelle de la réponse des aquifères karstiques des précipitations qui intègrent fondamentalement l'hétérogénéité hydraulique de l'aquifère. De plus, les propriétés d'échelles sont particulièrement intéressantes. Les analyses multifractales permettraient de répondre ces questions.

6.3.3.1. Les débits journaliers

Les deux séries des débits journaliers (alj et bgj) correspondant à deux bassins versants Aliou et Baget sont enregistrées sur une grande période, plus de 40 ans, de 1968 à 2011. Les analyses sont étudiées sur une gamme d'échelle allant d'un jour à 16 jours.

Tout d'abord, l'analyse spectrale montre une seule loi de puissance du spectre sur la gamme d'échelle de deux jours à 16 jours pour les deux séries. Ce résultat est en accord avec celui obtenu par Kolesnikova et Monin (1965). Le spectre d'énergie est présenté sur la Figure 6-7a pour la série alj, avec l'exposant du spectre $\beta = 1.25$ et la Figure 6-7b pour la série bgj, avec $\beta = 1.89$. Les Figure 6-8 et Figure 6-9 présentent respectivement les résultats de l'analyse TM pour les séries alj et bgj.

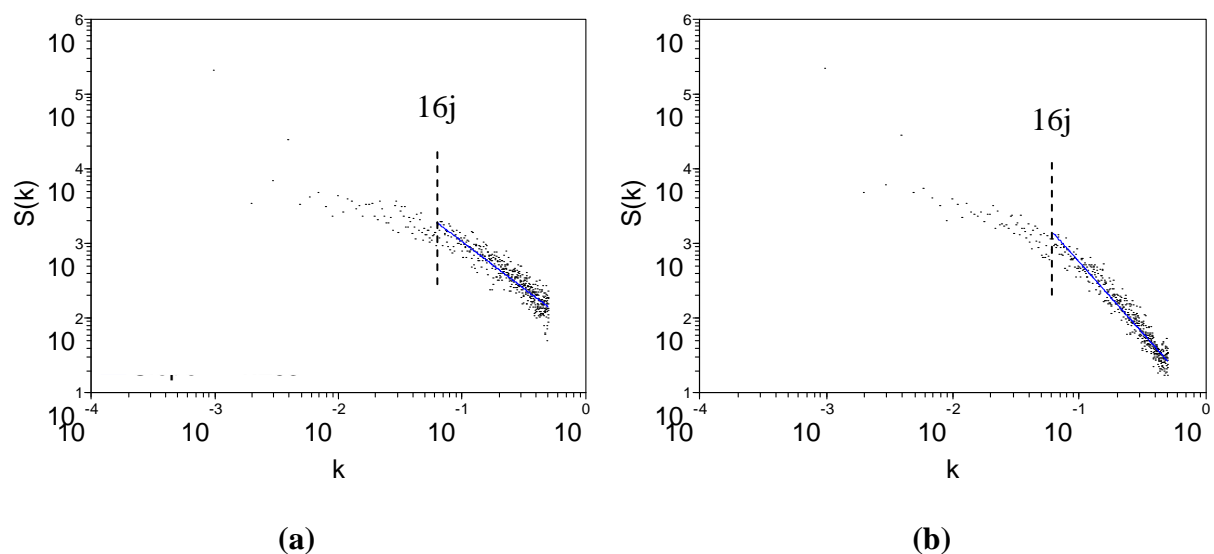


Figure 6-7. Graphiques log-log des spectres d'énergie pour les séries alj (a) et bgj (b). L'exposant du spectre β est estimée sur la gamme d'échelle allant de deux jour à 16 jours.

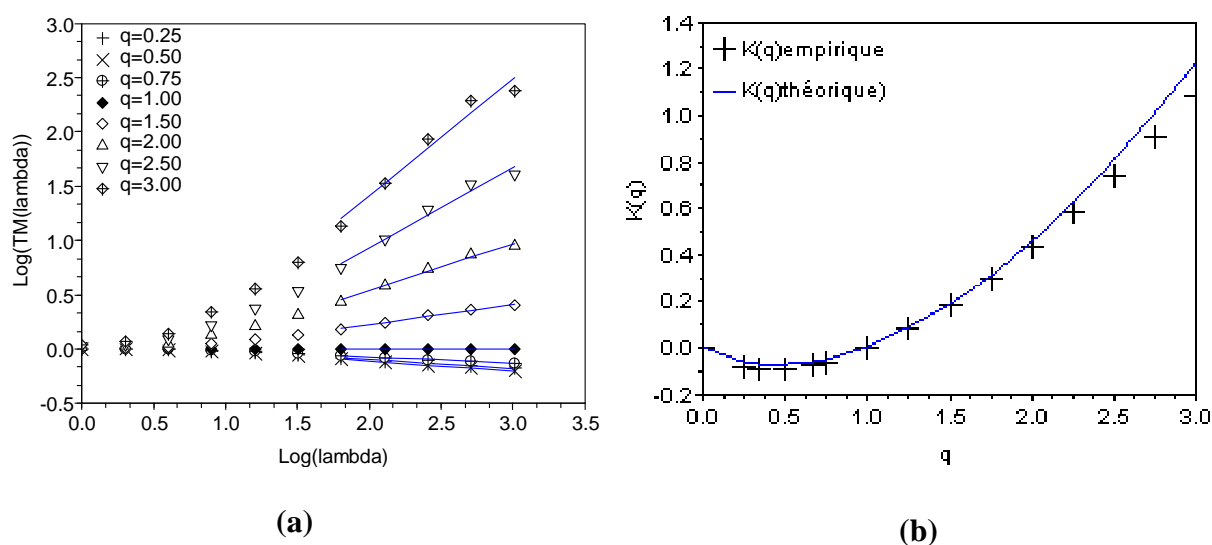


Figure 6-8. Résultats d'analyse TM sur la gamme d'échelle allant d'un jour à 16 jours pour la série alj : (a) Graphiques log-log des Moments Traces ; (b) courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue).

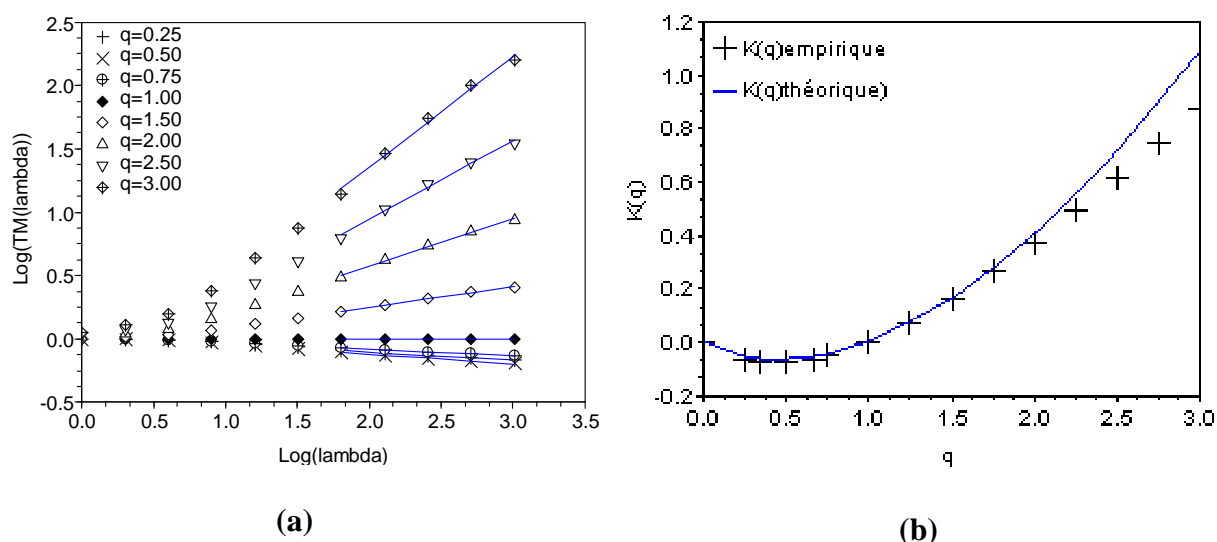


Figure 6-9. De même que la Figure 6-8, mais pour la série bgj.

Les paramètres obtenus sur cette gamme d'échelle sont synthétisés dans le Tableau 6-3. Les paramètres multifractals α et $C1$ sont très proches pour les deux séries (correspondant aux deux bassins versants), avec des valeurs respectivement autour de 1.55 et de 0.25. Ces résultats sont en bien en accord avec les analyses multifractales précédentes sur les séries de débits journaliers, telles que Tessier et al. (1996) qui ont trouvé $\alpha = 1.45 \pm 0.25$ et $C_1 = 0.2 \pm 0.1$; Pandey et al. (1998) qui ont obtenu $\alpha = 1.65 \pm 0.12$ et $C_1 = 0.13 \pm 0.05$; et Zhou et al. (2006) qui ont obtenu $\alpha = 1.63 \pm 0.19$ et $C_1 = 0.11 \pm 0.02$. Ainsi, pour le débit à la résolution journalière, la nature karstique de ces bassins versants ne présente aucune particularité.

Tableau 6-3. Résultats des paramètres pour la gamme d'échelle d'un jour à 16 jrs

Série	β	H	α	C1	q_D
alj	1.25	0.13	1.55	0.27	2.00
bgj	1.89	0.45	1.56	0.24	1.80

6.3.3.2. Les débits de 30 minutes

De même que les séries de pluie de 30 minutes, les analyses multifractales sont également étudiées sur la gamme d'échelle allant de 30 minutes à environs 21 jours pour les séries de débit de 30 minutes.

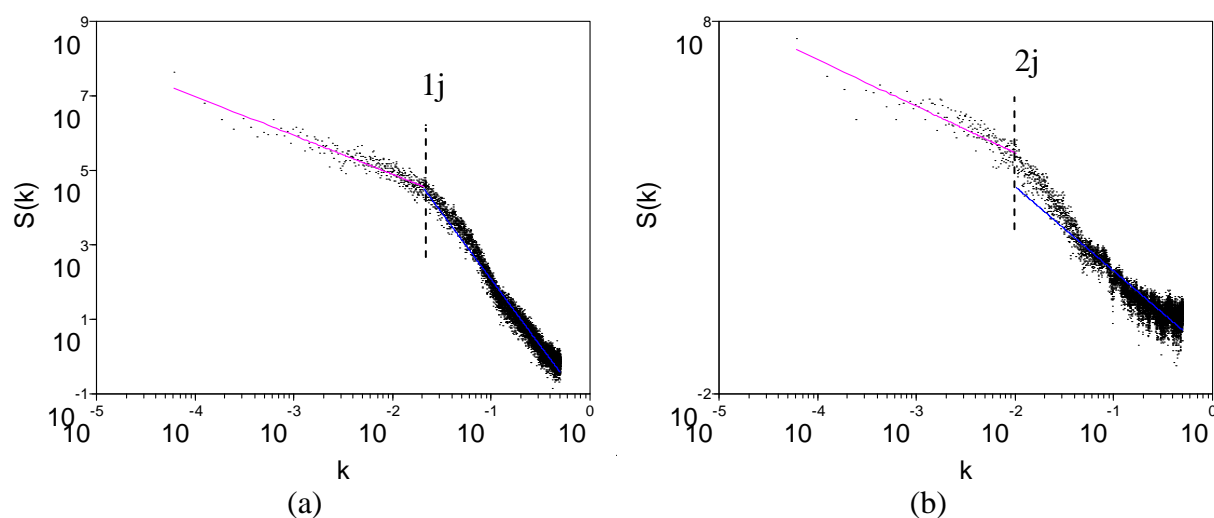


Figure 6-10. Graphiques log-log des spectres d'énergie pour les séries al3 du bassin versant Aliou (a) et bg1 du bassin versant Baget (b). Les deux figures correspondent respectivement à la rupture d'échelle autour d'un jour et deux jours.

Tout d'abord, l'analyse spectrale est réalisée sur les séries de débit des deux bassins versants Aliou et Baget. Les résultats obtenus montrent qu'il y a une rupture d'échelle assez sensible autour d'un jour pour les débits du bassin versant Aliou (comme par exemple la Figure 6-10a qui présente le spectre d'énergie de la série al3) et une rupture d'échelle autour de deux jours pour les débits du bassin versant Baget (comme par exemple la Figure 6-10b pour la série bg1). L'exposant du spectre β est ensuite calculé sur les gammes d'échelle correspondantes. Pour les petites échelles, l'exposant du spectre est obtenu $\beta = 3.47 \pm 0.35$ et 2.23 ± 0.04 respectivement pour les débits des bassins versants Aliou et Baget. Pour les grandes échelles, la valeur obtenue est $\beta = 0.89 \pm 0.15$ et 1.31 ± 0.08 pour les débits des bassins versants Aliou et Baget. Les résultats de β pour chaque série sont disponibles dans le Tableau 6-4.

Tableau 6-4. Résultats de β et H pour les débits de 30 minutes de deux bassins versants

Série	Petites échelles		Grandes échelles	
	β	H	β	H
bg1	2.27	0.63	1.25	0.12
bg2	2.20	0.60	1.37	0.18
al1	3.76	1.38	0.74	-0.13
al2	3.08	1.04	0.90	-0.05
al3	3.56	1.28	1.04	0.02

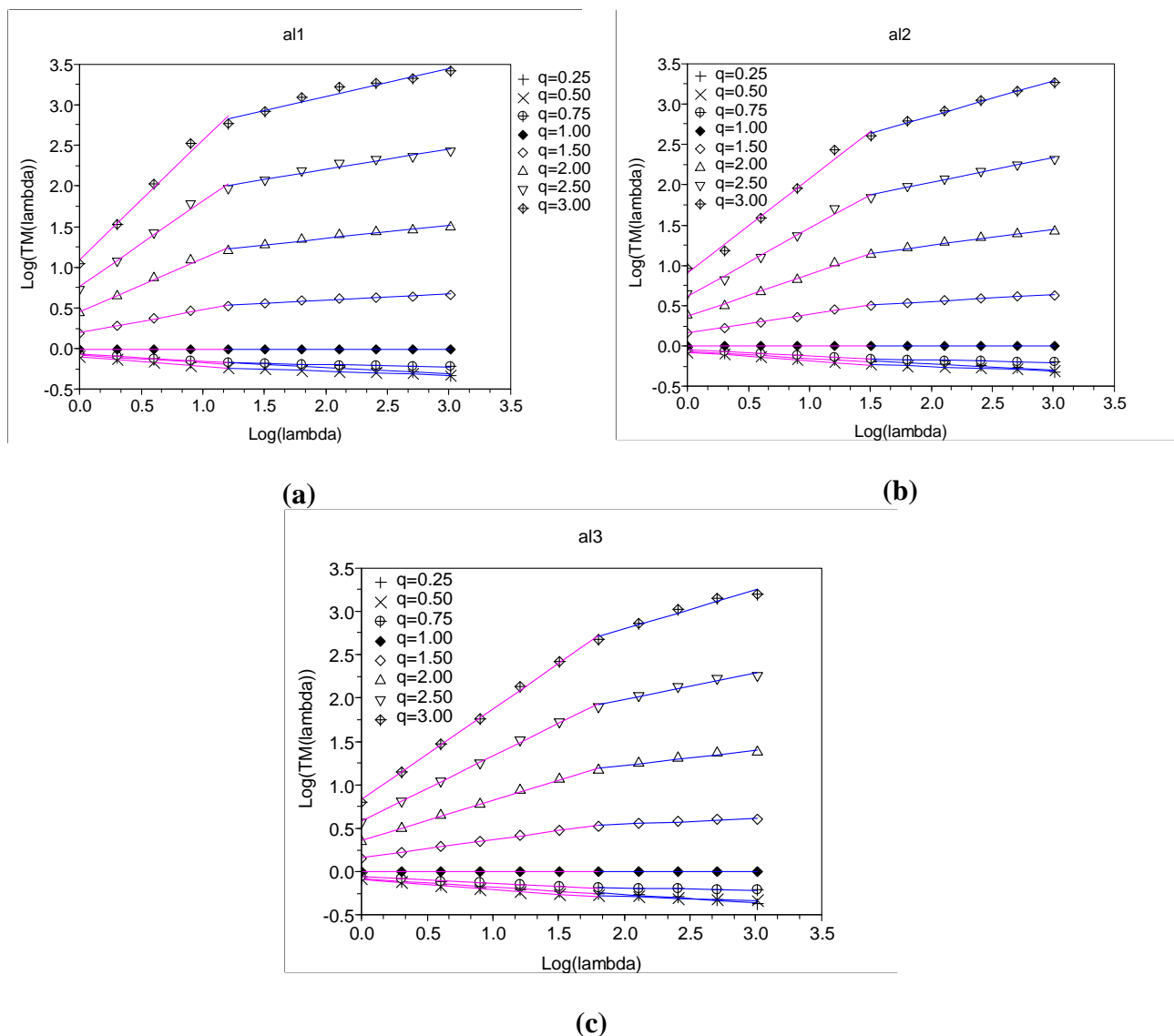


Figure 6-11. Graphiques des Moments Traces des séries de débit de 30 minutes du bassin versant Aliou : les ruptures d'échelle à 32h pour la série al1 (a) ; à 16h pour al2 (b) et à 8h pour al3 (c).

Ensuite, les caractéristiques multifractales des débits de 30 minutes sont étudiées par les analyses TM et DTM. Les résultats obtenus montrent un comportement assez complexe des moments statistiques pour les débits du bassin versant Aliou. Les séries, dans le même bassin versant Aliou, mesurées sur différentes périodes présentent les comportements non identiques. Ainsi les points de rupture ne sont pas à la même échelle pour ces séries. Le point de rupture se trouve à 32 heures pour la série al1 (Figure 6-11a), à 16 heures pour al2 (Figure 6-11b) et à 8 heures pour al3 (Figure 6-11c). Ces points de rupture changent en fonction des périodes.

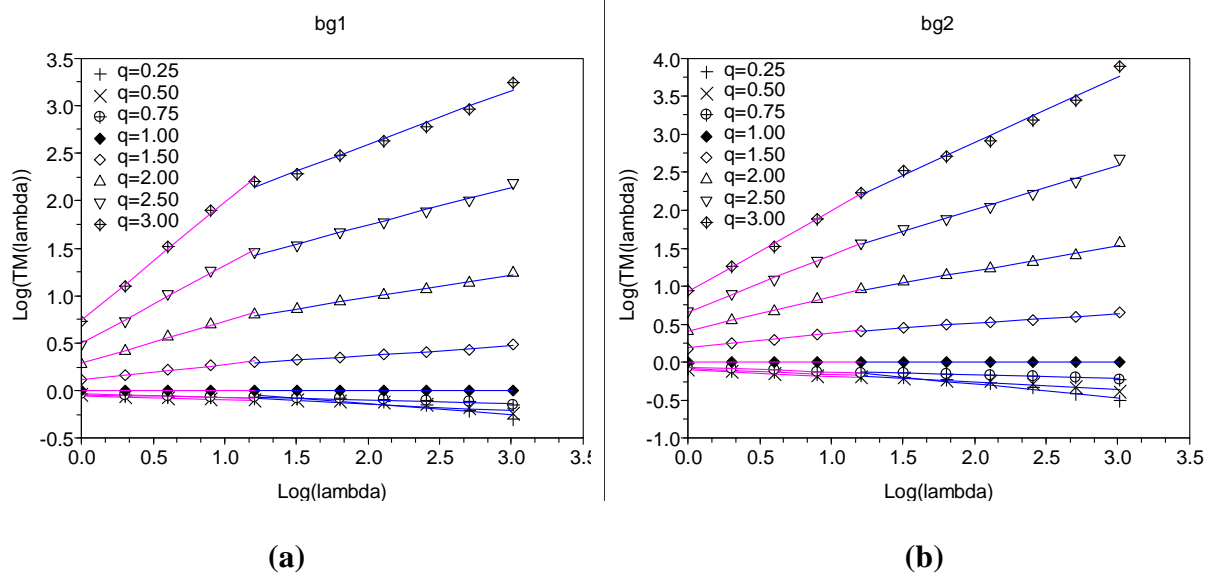


Figure 6-12. Graphiques des Moments Traces des séries de débit de 30 minutes du bassin versant Baget: les deux séries bg1 (a) et bg2 (b) présentent une rupture d'échelle de 32h.

En ce qui concerne les débits du bassin versant Baget, le comportement des moments statistiques des deux séries bg1 et bg2 est caractérisé par une rupture d'échelle de 32h. Néanmoins, cette rupture est plus claire pour la série bg1 (Figure 6-12a) que pour la série bg2 (Figure 6-12b). Ce point de rupture est en assez accord avec celui observable du spectre d'énergie sur la Figure 6-10b.

Les paramètres multifractals sont ensuite déterminés sur les gammes d'échelle correspondantes (celle de petites échelles et de grandes échelles) pour chaque série. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 6-5. On peut remarquer que, pour les petites échelles sur chaque bassin versant, l'évolution de α augmente en fonction du temps de période, tandis que celle de C_1 est assez stable. Ceci correspond à une augmentation des extrêmes du débit. Les débits du bassin versant Aliou sont caractérisée par $\alpha=1.28 \pm 0.21$, $C_1=0.12 \pm 0.01$ et $q_D=2.20 \pm 0.44$ pour les petites échelles et $\alpha=1.31 \pm 0.13$, $C_1=0.37 \pm 0.05$ et $q_D=2.03 \pm 0.06$ pour les grandes échelles. Pour les débits du bassin versant Baget, les paramètres obtenus sont $\alpha=1.42 \pm 0.10$, $C_1=0.18 \pm 0.02$ et $q_D=2.40 \pm 0.42$ pour les petites échelles et $\alpha=1.62 \pm 0.52$, $C_1=0.26 \pm 0.06$ et $q_D=2.30 \pm 0.28$ pour les grandes échelles.

Les courbes $K(q)$ empirique et théorique correspondant aux petites et grandes échelles présentent respectivement sur les Figure 6-13 et Figure 6-14 pour les débits des bassins versants Aliou et Baget.

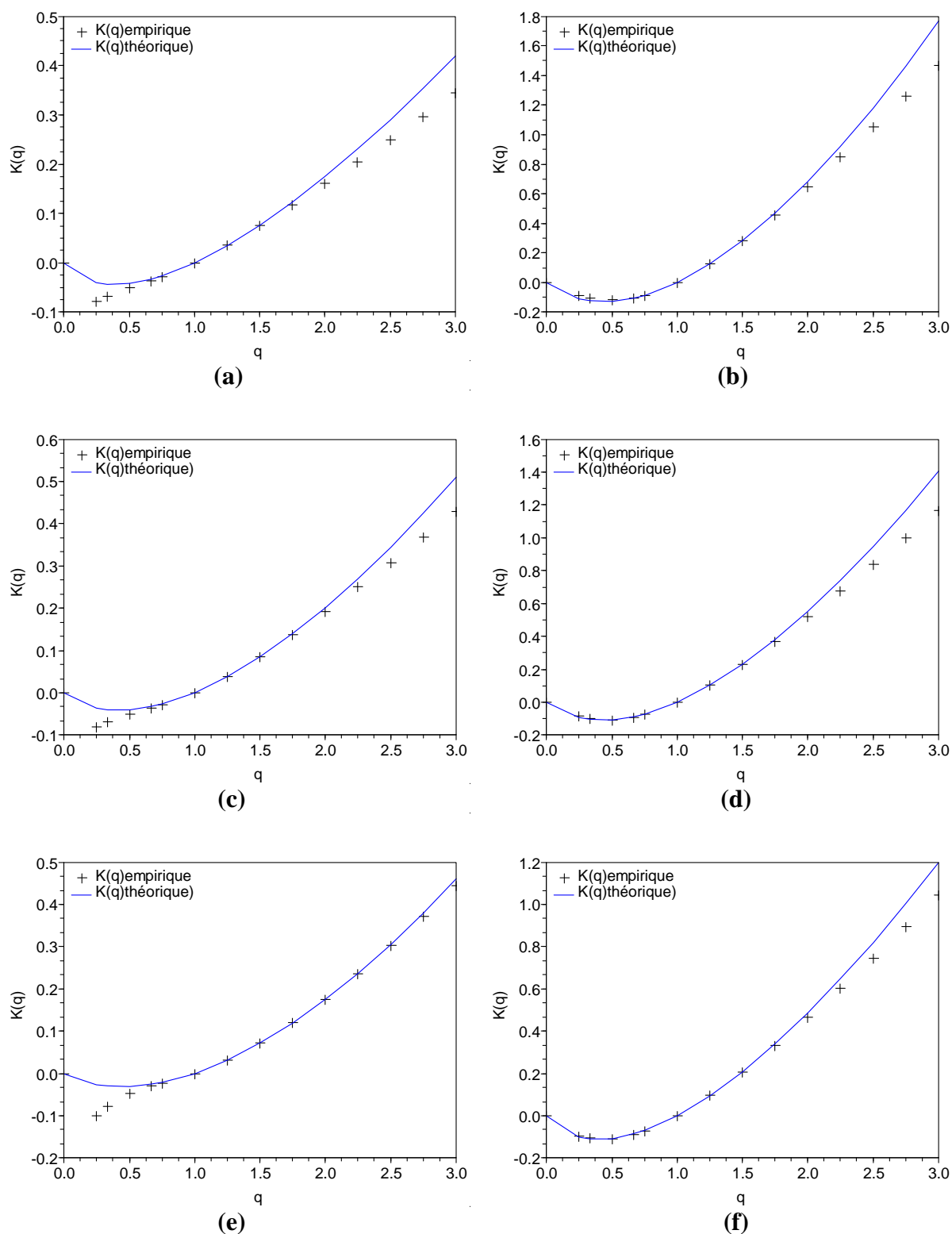


Figure 6-13. Graphiques des courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) correspondant aux petites échelles (à gauche) et grandes échelles (à droite) pour les séries (de haut en bas) al1, al2 et al3 du bassin versant Aliou.

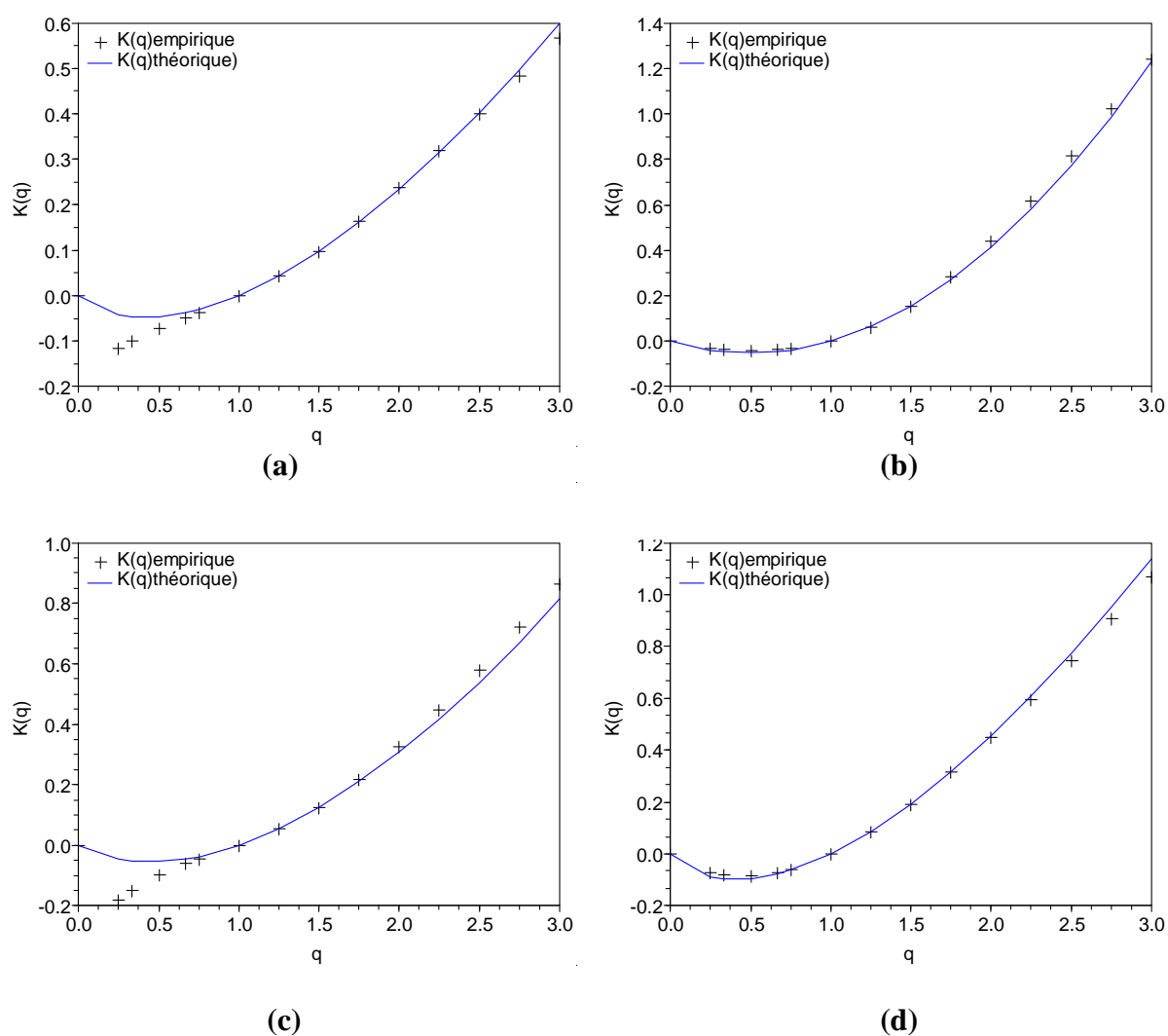


Figure 6-14. De même que la Figure 6-13, mais pour les séries bg1 et bg2 du bassin versant Baget.

Tableau 6-5. Résultats des paramètres multifractals pour les séries de débit de deux bassins versants Baget et Aliou.

Série	Paramètres pour petites échelles				Paramètres pour grandes échelles			
	Gamme d'échelle	α	C1	q_D	Gamme d'échelle	α	C1	q_D
Bg1	30mn-32h	1.35	0.15	2.70	32h-21j	1.98	0.21	2.10
Bg2		1.49	0.19	2.10		1.25	0.30	2.50
Al1	30mn-32h	1.06	0.12	1.90	32h-21j	1.41	0.42	2.10
Al2	30mn-16h	1.31	0.13	2.00	16h-21j	1.35	0.35	2.00
Al3	30mn-8h	1.48	0.11	2.70	8h-21j	1.17	0.33	2.00

6.3.3.3. Les débits de 3 minutes

La série des débits bghres à haute résolution de 3 minutes est mesurée sur la période du 17/02/2010 au 13/01/2011 (environ 11 mois) pour le bassin versant Baget. Le comportement de la loi d'échelle est étudié sur les petites échelles inférieures à environ un mois.

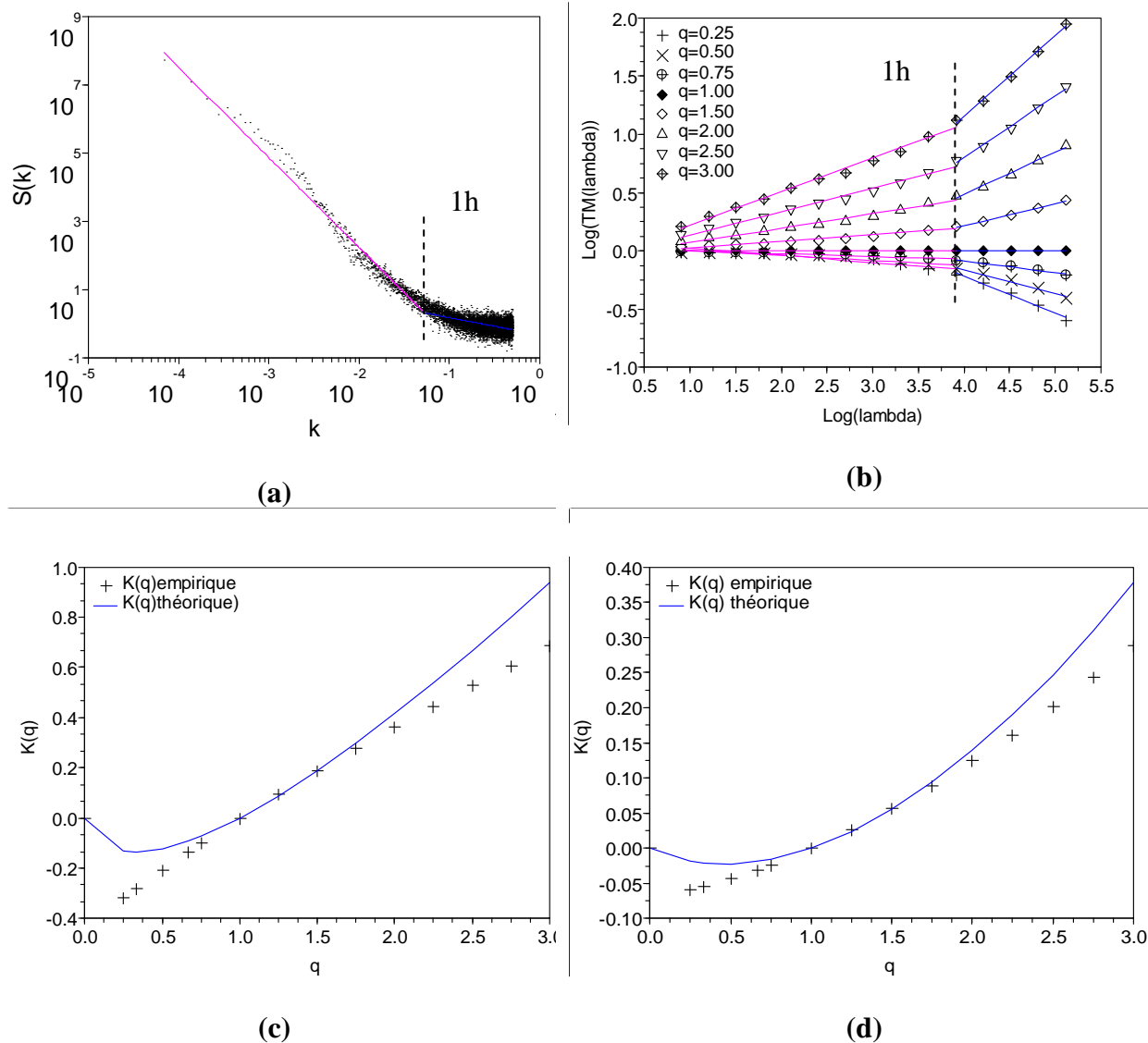


Figure 6-15. Série bghres du bassin versant Baget: Graphiques du spectre d'énergie (a) et des courbes TM (a) montrent une rupture d'échelle autour d'une heure; courbes $K(q)$ empirique (croix) et théorique (ligne continue) pour les petites échelles (c) et les grandes échelles (d).

Le résultat des analyses montre la même rupture d'échelle autour d'une heure pour le comportement du spectre d'énergie, ainsi que des moments statistiques obtenus par les analyses TM et DTM. Comme illustré par la Figure 6-15a, cette rupture d'échelle du spectre

est présentée assez visiblement. Les petites échelles (inférieures à une heure) sont caractérisées par l'exposant spectral $\beta = 0.51$ (correspondant à $H = -0.25$), et $\beta = 2.63$ (correspondant à $H = 0.82$) pour les grandes échelles (supérieures à une heure). La Figure 6-15b présente le comportement des moments traces avec une rupture d'échelle autour d'une heure assez claire. L'estimation des paramètres multifractals sur deux gammes d'échelle correspondantes donnent les résultats suivants: $\alpha = 0.76$, $C1 = 0.32$ et $q_D = 1.8$ pour les petites échelles et $\alpha = 1.62$, $C1 = 0.08$ et $q_D = 1.8$ pour les grandes échelles. Les Figure 6-15c et d présentent respectivement les courbes $K(q)$ empirique et théorique correspondant aux petites et grandes échelles.

6.4. Relation pluie-débit du bassin versant karstique

Les systèmes karstiques constituent des formations géologiques caractérisées par une forte hétérogénéité spatiale, à la fois physiques et dynamiques, qui impliquent un comportement non-linéaire et non-stationnaire. Dans la section précédente, les études ont été réalisées pour les données disponibles sur deux bassins versants karstiques Aliou et Baget. Les séries de pluie à résolution de 30 minutes et les séries de débit correspondant à différentes résolutions (journalières, 30 minutes et 3 minutes) sont disponibles. Les analyses spectrales et multifractales ont été appliquées pour mettre en évidence respectivement les caractéristiques d'échelles de la pluie et du débit. Dans cette section, la relation pluie-débit basé sur leurs caractéristiques sera présentée.

Pour l'analyse spectrale, la pluie de 30 minutes du bassin versant Aliou est caractérisée par une seule loi de puissance du spectre d'énergie sur la gamme d'échelle étudiée allant d'une heure à environ 21 jours.

En ce qui concerne le débit: d'abord pour le débit journalier, une seule loi de puissance du spectre sur la gamme d'échelle de deux jours à 16 jours est alors obtenue pour le débit des deux bassins versants Aliou et Baget. Ensuite, pour le débit de 30 minutes, le spectre est caractérisé par une rupture d'échelle correspondant respectivement aux échelles autour d'un jour pour le débit d'Aliou et de deux jours pour le débit de Baget. Enfin, pour le débit à haute résolution de 3 minutes, l'analyse spectrale a montré une rupture d'échelle d'environ une heure. Les ruptures d'échelles correspondent aux dynamiques différentes des systèmes

karstiques. Les valeurs β obtenues, pour les deux résolutions (30 minutes et 3 minutes), sont significativement différentes entre les petites et grandes échelles.

Tableau 6-6. Résultats des paramètres multifractals pour la pluie et le débit à même résolution de 30 minutes de deux bassins versants Baget et Aliou.

Série	petites échelles (30mn - ~16h)			grandes échelles (~16h – 21j)		
	α	C1	q_D	α	C1	q_D
Pluie_Aliou	1.18	0.22	1.7	0.79	0.35	1.8
Débit_Aliou	1.28 ± 0.21	0.12 ± 0.01	2.20 ± 0.44	1.31 ± 0.13	0.37 ± 0.05	2.03 ± 0.06
Débit_Baget	1.42 ± 0.10	0.18 ± 0.02	2.40 ± 0.42	1.62 ± 0.52	0.26 ± 0.06	2.30 ± 0.28

Pour les analyses multifractales: tout d’abord pour le débit journalier, les analyses ont montré une seule loi de puissance des moments statistiques sur la gamme d’échelle d’un jour à 16 jours. Les paramètres multifractals obtenus sont similaires entre deux bassins versants Aliou et Baget. Par conséquent, ces paramètres apparaissent comme le seul invariant pour ces bassins. En ce qui concerne ensuite la pluie et le débit à même résolution de 30, leurs comportements de la loi de puissance ont été présentés. La pluie d’Aliou est caractérisée par une rupture d’échelle autour de 8 heures. Tandis que, le point de rupture d’échelle se trouve entre 8 heures et 32 heures pour le débit d’Aliou et autour de 32 heures pour le débit de Baget. La différence du comportement de la loi de puissance pourrait être expliquée par des dynamiques différentes des systèmes karstiques. Afin faciliter l’étude de la relation pluie-débit, les paramètres multifractals obtenus sur les gammes d’échelle correspondantes sont remis dans le même Tableau 6-6. On peut noter certains points importants : de même que le débit journalier, le débit de 30 minutes de deux bassins versants Aliou et Baget est également caractérisé par les paramètres multifractals assez similaires. Cela correspond à la similarité de structure du débit entre ces deux bassins versants. Un point suivant, les paramètres multifractals sont assez similaires entre la pluie et le débit pour les petites échelles. Ils correspondent au même degré de l’intermittence entre la pluie et le débit. Ce résultat a été mentionné par Majone et al. (2004) qui ont étudié les systèmes karstiques en Italie. Dans ce cas, les paramètres similaires permettent d’amener un modèle de transfert linéaire pluie-débit (Tessier et al., 1996). Par contre, lorsque les paramètres sont différents entre la pluie et le

débit, comme présenté dans le Tableau 6-6 pour les grandes échelles, la transformation non-linéaire est nécessaire dans le modèle des processus pluie-débit. Enfin, pour le débit à haute résolution de 3 minutes, les analyses multifractales ont montré une rupture d'échelle d'environ d'une heure. Le paramètre α obtenu sur les grandes échelles (d'une heure à environ un mois) est assez proche avec celui du débit de 30 minutes sur la gamme d'échelle correspondante dans le bassin versant Baget. Ceci est de toute façon attendu, car ils sont dans le même bassin versant.

Les résultats obtenus sur les caractéristiques multifractales de la pluie et du débit, et surtout sur leur relation multifractale sont indispensables pour développer des modèles multi-échelle pluie-débit sur le bassin versant karstique.

7. Conclusions et Perspectives

Cette thèse a eu pour objectif la caractérisation de la très forte hétérogénéité spatio-temporelle des pluies et des débits, qui est considérée comme l'obstacle principal à la gestion de la ressource en eau et l'évaluation des risques. Afin d'exploiter les lois d'échelle des précipitations qui caractérisent cette hétérogénéité, il faut un grand nombre des données. Pour cette raison, les travaux de la thèse ont porté sur de grandes bases de données et à forte résolution temporelle. Tout d'abord, cette thèse a abordé le problème de la qualité des données, ainsi que la méthode de quantification de la qualité des données. Ensuite, la théorie multifractale a permis de montrer les influences de la qualité des données sur la loi d'échelle des précipitations et de déterminer les paramètres multifractals qui caractérisent la structure temporelle des précipitations. Les méthodes d'estimation de ces paramètres et leurs incertitudes ont été présentées. L'évolution temporelle des paramètres multifractals a permis d'évaluer les impacts hydrologiques du changement climatique. Enfin, la thèse a abordé l'hydrologie karstique. Les analyses multifractales ont été réalisées sur les données de pluie et débit de deux bassins versants karstiques pour caractériser la structure temporelle de pluie et débit, en particulier pour étudier la relation pluie-débit en se basant sur les caractéristiques multifractales qui pourraient permettre de construire les modèles pluie-débit pour le système karstique.

Tout au long de ces travaux, étant donné le nombre élevés des données à traiter, nous avons mis en place les outils logiciels qui permettent de traiter rapidement et surtout automatiquement les calculs. Ceci présente l'avantage de diminuer considérablement le temps de calcul.

Les résultats obtenus sur la qualité des données ont montré que le déficit des épisodes de haute fréquence cause des ruptures d'invariance d'échelle et des difficultés pour définir les lois d'échelles des précipitations avec plusieurs conséquences pour l'hydrologie opérationnelle. En effet, alors que les méthodes d'invariance d'échelle fournissent des outils puissants, nous avons démontré qu'il faut une attention particulière sur la qualité des données

afin d'interpréter adéquatement les ruptures d'échelle et leurs conséquences sur les estimations hydrologiques.

Dans cette direction, nous avons développé une procédure SERQUAL qui permet de détecter automatiquement la résolution temporelle effective des données. Cette procédure a été programmée en langage Scilab. Son programme et la mode d'emploi sont disponibles dans Annexe E. En l'appliquant pour les 166 séries temporelles des précipitations (Base MF-P5), la procédure SERQUAL a montré que les séries ont souvent une résolution horaire (66% des séries) et rarement celle de 5 minutes (24% des séries). De plus, les séries qui ont une résolution de 5 minutes pour l'ensemble de série, n'ont pas toujours celle-ci pour toutes les années effectives. D'abord, cela soulève de sérieuses préoccupations sur la fiabilité des modèles stochastiques de pluie aux résolutions sub-horaires, qui sont particulièrement désirables pour l'hydrologie opérationnelle. Pour cette raison, la qualité des données doit être vérifiée avant utilisation. Par ailleurs, cette procédure SERQUAL permet de sélectionner les sous-séries ayant une haute qualité, qui seront beaucoup plus fiables pour calibrer et/ou valider des quantiles de courtes durées et les modèles hydrologiques.

Ensuite, nous avons revisté les théories fractales et multifractales, qui permettent d'étudier le comportement d'invariance d'échelle du champ non-linéaire et forte hétérogène, par exemple le champ des précipitations. L'analyse d'invariance d'échelle a mis en évidence l'influence de la qualité des données sur le comportement d'invariance d'échelle des précipitations. Il apparaît que le déficit des épisodes de haute fréquence est une des causes de la rupture d'échelle. Nous avons montré une rupture d'échelle autour d'une heure pour les séries ayant une résolution temporelle horaire. Tandis que cette rupture d'échelle n'apparaît pas sur les séries ayant une haute résolution de 5 minutes. Cela signifie que la gamme d'échelle de l'invariance d'échelle sur laquelle les paramètres multifractals sont estimés est très sensible à la qualité de haute résolution des données. Ne pas faire attention à cette question conduit à une augmentation des incertitudes pour les estimations des paramètres, ainsi que pour les estimations hydrologiques.

Pour cette raison, dans le quatrième chapitre, la thèse ne s'est appuyée que sur les séries sélectionnées à l'aide de la procédure SERQUAL et qui ont réellement une résolution de 5 minutes pour étudier les caractéristiques multifractales des précipitations à haute résolution. Les comportements multifractals (la loi de puissance) ont été mis en évidence pour les

échelles allant de 5 minutes à environ un mois, conclusions qui restent dans la même logique que les différentes études antérieures sur ce sujet. Afin de déterminer les paramètres multifractals α et $C1$ et diminuer des incertitudes d'estimation de ces paramètres, nous avons présenté 4 méthodes, en particulier les améliorations du DTM. En appliquant ces méthodes pour les données réelles et les simulations, il en résulte que la méthode DTM-RR se positionne comme étant une méthode prédominante. Les résultats obtenus permettent de donner une première contribution des paramètres α et $C1$ de la pluie à haute résolution de 5 minutes pour les départements 38 ($\alpha = 0.78 \pm 0.07$ et $C1 = 0.35 \pm 0.01$), 78 ($\alpha = 0.97 \pm 0.09$ et $C1 = 0.37 \pm 0.01$), 83 ($\alpha = 0.75 \pm 0.09$ et $C1 = 0.38 \pm 0.01$) et 94 ($\alpha = 0.70 \pm 0.07$ et $C1 = 0.44 \pm 0.01$) de la France. Ces paramètres caractérisent la structure de la pluie et permettent de calibrer ou/et de valider des modèles statistiques ou stochastiques à haute résolution temporelle.

Dans le cinquième chapitre, nous avons continué à s'appuyer sur les séries sélectionnées pour caractériser les comportements extrêmes des précipitations à haute résolution. Nous avons rapidement rappelé la théorie sur la transition de phase multifractale. Les paramètres de la transition de phase (q_s et q_D) ont été déterminés par les méthodes différentes. Nous avons discuté sur les résultats obtenus et les incertitudes de l'estimation des paramètres, ainsi que sur la détermination de l'ordre de la transition de phase. Une méthode répétitive a été proposée pour déterminer les paramètres de q_s et q_D . Les résultats obtenus sont en accord avec ceux trouvés dans la littérature.

Les impacts hydrologiques du changement climatique ont été évalués par l'évolution des paramètres multifractals. Les résultats obtenus ont montré que l'intermittence moyenne des précipitations est assez stable, tandis que la variabilité des régimes est assez fluctuante en fonction du temps. Par conséquent, il y a une faible baisse de l'exposant pilotant les extrêmes de la pluie des départements 38 sur la période de 1987 à 1995, 78 sur la période de 1972 à 2002 et 83 sur la période de 1989 à 2005. Par contre, la pluie du département 94 présente une faible augmentation des extrêmes sur la période de 1993 à 2008. Du fait que ces variations sont faibles, il semble que l'influence du changement climatique ne soit pas perceptible sur les précipitations pour les périodes étudiées. Cependant, il ne faut pas sous-estimer les conséquences d'une faible variation de cet exposant qui peut être indicatrice de changements pour les grandes périodes de retour.

Dans le sixième chapitre, nous avons abordé l'hydrologie karstique. Notre étude sur deux bassins versants karstiques a permis de montrer les caractéristiques multifractales aussi bien de la pluie que du débit, en particulier la relation pluie-débit. Cette contribution a permis de donner la première détermination des paramètres multifractals des débits karstiques pour la résolution journalière sur une très grande période de 40 ans consécutifs, pour la résolution de 30 minutes sur une période d'environ 15 ans et pour la haute résolution de 3 minutes sur la période récente d'environ 10 mois. Le comportement multifractal de la pluie et du débit karstique est mis en évidence avec une rupture d'échelle entre 8 et 32 heures. Les paramètres multifractals sont assez différents en comparaison de ceux obtenus par Majone et al. (2004), mais cela peut être liés à la fois au climat mais aussi au degré de karstification. Les systèmes karstiques devraient être considérés comme des systèmes complexes avec une large gamme d'échelles temporelles et spatiales pour la sortie.

La réponse karstique est censée être liée à la nature fractale du réseau de drainage des cavernes. Par conséquent, la modélisation des bassins versants karstiques devrait inclure la propriété multifractale bien connue dans le réseau de drainage de surface tels que l'hydrogramme unitaire instantané multifractal (Gaudio et al., 2004) ou l'application de l'intégration fractionnaire (Tessier et al., 1996), qui mériterait d'être explorée dans hydrologie karstique.

Le cadre multifractal constitue à notre point de vue un concept unifié qui propose un choix valable à la complexité apparente, présentant des propriétés invariantes globales. La théorie multifractale est un outil de base pour l'analyse et la simulation des précipitations sur une grande gamme d'échelle, ainsi que la détection et la quantification des impacts hydrologiques du changement climatique.

Le modèle multifractal permet de générer des simulations à haute résolution s'en basant sur le comportement d'invariance d'échelle. Ces simulations à haute résolution permettraient de résoudre mieux les projets concernant la redistribution des courants d'eau et l'amélioration de productivité de la ressource hydro-électrique au Viet Nam. Les projets auxquels j'ai participé avant cette thèse et que je souhaite poursuivre dans le futur.

Le Viet Nam fait parti des 5 pays les plus touchés par le réchauffement climatique et la montée des océans (d'après le rapport de la Banque Mondiale). Chaque année, il y a plusieurs

catastrophes naturelles graves. Par exemple, le 15 décembre 2008, de grandes marées de vive-eau ont atteint un nouveau record depuis les 49 dernières années (1,55 m) dans la ville Ho Chi Minh (qui est une de deux villes les plus grandes du Viet Nam). Ces marées ont provoqué de fortes inondations dans de nombreuses rues de la ville. Le 31/10/2008, la pluie inattendue a eu lieu au nord du Viet Nam, la précipitation mesurée en 24 heures est de 308.4 mm (soit 541 mm en 3 jours) pour le capital Ha Noi et 514.2 mm (soit 812.9 mm en 3 jours) pour la ville Ha Dong (qui se trouve à côté de Ha Noi). Elle a provoqué une inondation urbaine très grave.

La théorie multifractale reste encore, à ma connaissance, assez mal connue au Viet Nam. J'espère donc que, avec les connaissances dont je suis désormais outillé, je pourrai, en collaborant avec des experts, appliquer la théorie multifractale pour l'hydrologie en particulier pour l'hydrologie urbaine au Viet Nam.

Annexes

Annexe A. Qualité des données

* Formation du fichier d'une série de la base de données MF-P5

En tête: 2 lignes, dans l'ordre : numéro INSEE, code fictif, J=5 sur pas de temps 5 min, Coordonnées X et Y, Altitude, année début, année fin, ... , Nom de la station.

\$ Pluvio	Code JP	Coord.x	Coord.y	Alt	ann d	ann f	hiv	ete	Nom
\$13055001	1321 5	848.60	1816.30	75	1918	2005			MARSEILLE-OBS (MARSEILLE)

Puis, une succession de nombre de pas de temps de 5 min, associés à une hauteur d'eau précipitée:

-9106501	→	9 = début d'un mois, un code bidon (2 carac.), de l'année (2 carac.) ici 1965, du mois (2 carac.) ici janvier
1 2		
1 4		
1-999	→	pluie à -999 = lacunes
1 3		
1 10		
1 0		
1 3		
1 7		
12 0	→	nombre de pas de 5 min (4 carac.), pluie tombée sur cette durée en 1/10 mm (4 carac.) . Ici , 12 de pas de 5min, il a plu 0 mm.
48 0		
.....		
....ect		
.....		
9900-999	→	enregistrement commençant par 9900 : fin du mois (4carac.): 9900 si une lacune dans le mois : la pluie mensuelle = -999 (lacune)
-9106502		
1 0		
671 9		
34 0		
.....		
....ect		
.....		
9900 595	→	enregistrement commençant par 9900 : fin du mois (4carac.): 9900 suivi du cumul mensuel : 59,5 mm
-9106503		
.....		

Tableau Ann- 1. Qualité des données pour les 166 séries de la base de données MF-P5

n	Nom	nb_ans	Période	Pr_5mn	Prmax	Pdt (Prmax)	R<0 (%)	Qté_Pr	Qté_R ²	Qté_Mq
1	30edf001	14	85 - 98	0	100	12	9.94	0	0	A1
2	30edf002	15	84 - 98	0	100	12	22.92	0	0	A2
3	30edf003	12	87 - 98	0	100	12	2.92	0	0	A1
4	38tpg001	9	87 - 95	36.31	36.31	1	19.12	A2	A2	A1
5	38tpg002	9	87 - 95	40.58	40.58	1	30.36	A2	A2	A2
6	38tpg003	9	87 - 95	37.87	37.87	1	35.56	A2	A2	A2
7	38tpg004	9	87 - 95	38.94	38.94	1	42.49	A2	A2	A3
8	38tpg005	9	87 - 95	40.7	40.7	1	25.96	A2	A1	A2
9	38tpg007	9	87 - 95	39.1	39.1	1	52.73	A2	A2	A3
10	38tpg008	9	87 - 95	41.08	41.08	1	54.83	A2	A2	A3
11	38tpg009	9	87 - 95	39.55	39.55	1	48.2	A2	A2	A3
12	38tpg010	9	87 - 95	42.34	42.34	1	37.88	A2	A2	A2
13	38tpg011	9	87 - 95	39.28	39.28	1	26.73	A2	A2	A2
14	38tpg012	9	87 - 95	35.72	35.72	1	32.16	A2	A2	A2
15	38tpg014	9	87 - 95	37.61	37.61	1	24.51	A2	A2	A2
16	38tpg018	9	87 - 95	39.94	39.94	1	56.53	A2	A1	A3
17	38tpg020	9	87 - 95	43.79	43.79	1	41.61	A2	A1	A3
18	38tpg097	9	87 - 95	35.41	35.41	1	32.95	A2	A2	A2
19	38villar	8	94 - 01	0	100	12	0	0	0	A1
20	48edf001	11	88 - 98	0	100	12	9.78	0	0	A1
21	48edf002	15	84 - 98	0	100	12	2.54	0	0	A1
22	48edf003	18	81 - 98	0	100	12	1.31	0	0	A1
23	73desert	8	93 - 00	0	100	12	0.32	0	0	A1
24	73lansle	6	96 - 01	0	100	12	0	0	0	A1
25	78orge07	30	72 - 02	37.57	37.57	1	0.02	A2	A1	A1
26	78orge09	31	72 - 02	37.55	37.55	1	0.02	A2	A1	A1
27	78orge14	31	72 - 02	37.07	37.07	1	0.02	A2	A1	A1
28	78orge16	34	69 - 02	37.3	37.3	1	0	A2	A1	A1
29	78orge28	31	72 - 02	35.55	35.55	1	0.02	A2	A1	A1
30	78orge35	16	87 - 02	40.32	40.32	1	0.1	A2	A1	A1
31	4049001	22	82 - 03	3.29	41.03	12	2.44	0	0	A1
32	30269009	23	69 - 91	0.09	99.81	12	3.25	0	0	A1
33	30321009	25	72 - 96	0.15	99.7	12	3	0	0	A1
34	30322009	23	69 - 91	0.01	99.9	12	2.76	0	0	A1
35	30334009	11	72 - 82	0.02	99.85	12	0.89	0	0	A1

36	30339001	22	82 - 03	0.1	82.75	12	49.26	0	0	A3
37	30339009	21	64 - 84	0.04	99.79	12	0.49	0	0	A1
38	31069001	22	82 - 03	2.8	42.78	12	3.3	0	0	A1
39	31157001	22	82 - 03	4.07	47.92	12	30.76	0	0	A2
40	33281001	22	82 - 03	2.24	44.97	12	5.51	0	0	A1
41	33529001	22	82 - 03	6.9	39.78	12	10.9	0	0	A1
42	34154001	22	82 - 03	5.52	38.83	12	6.67	0	0	A1
43	34172001	21	20 - 40	4.55	24.42	3	0.13	C3	A1	A1
44	34200003	38	58 - 95	0.63	10.85	6	81.98	0	0	0
45	35228001	22	82 - 03	4.16	49.51	12	20.61	0	0	A2
46	35281001	22	82 - 03	8.06	40.94	12	9.46	0	0	A1
47	37179001	22	82 - 03	6.1	47.25	12	16.5	0	0	A1
48	38384001	11	93 - 03	0.1	92.3	12	1.35	0	0	A1
49	38421001	19	81 - 99	5.6	36.91	12	25.88	0	0	A2
50	40088001	22	82 - 03	8.07	36.76	12	13.1	0	0	A1
51	40192001	22	82 - 03	7.53	37.6	12	9.41	0	0	A1
52	43046001	22	82 - 03	5.63	72.93	12	42.55	0	0	A3
53	44020001	22	82 - 03	3.09	51.09	12	16.56	0	0	A1
54	44103001	13	91 - 03	0.07	80.12	12	2.77	0	0	A1
55	45055001	22	82 - 03	2.54	52.74	12	24.35	0	0	A2
56	46127001	22	82 - 03	3.2	39.77	12	0.72	0	0	A1
57	47091001	20	84 - 03	1.41	44.91	12	3.02	0	0	A1
58	48051009	27	63 - 89	0.11	99.8	12	9.6	0	0	A1
59	48148009	32	60 - 91	0.06	99.86	12	20.36	0	0	A2
60	49015002	18	82 - 99	4.79	32.01	12	13.78	0	0	A1
61	50209001	22	82 - 03	4.75	51.73	12	19.32	0	0	A1
62	51183001	22	82 - 03	3.65	43.34	12	10.58	0	0	A1
63	51500004	20	83 - 02	9.37	22.34	4	0.82	0	0	A1
64	52269001	22	82 - 03	2.3	46.32	12	5.2	0	0	A1
65	52448001	22	82 - 03	5.7	47.11	12	12.65	0	0	A1
66	54526001	22	82 - 03	3.08	52.17	12	15.16	0	0	A1
67	56185001	22	82 - 03	5.56	38.74	12	10.51	0	0	A1
68	57039001	22	82 - 03	3.44	51.64	12	14.66	0	0	A1
69	57168001	22	82 - 03	1.97	58.26	12	24.87	0	0	A2
70	58106002	20	83 - 02	10.51	21.07	4	0.97	0	0	A1
71	58160001	22	82 - 03	2.67	46.62	12	10.56	0	0	A1
72	59343001	22	82 - 03	19.82	32.3	12	1.74	0	0	A1
73	60639001	22	82 - 03	6.05	37.56	12	2.9	0	0	A1

74	61001001	21	83 - 03	3.22	48.2	12	11.57	0	0	A1
75	61344002	20	83 - 02	9.81	22.51	4	1.34	0	0	A1
76	62298001	22	82 - 03	2.4	68.89	12	39.21	0	0	A2
77	62826001	22	82 - 03	5.45	62.09	12	34.63	0	0	A2
78	63113001	22	82 - 03	2.62	57.36	12	29.09	0	0	A2
79	64024001	22	82 - 03	8.18	38.48	12	8.99	0	0	A1
80	64549001	22	82 - 03	2.87	39.44	12	6.11	0	0	A1
81	65344001	22	82 - 03	3.8	44.59	12	13.54	0	0	A1
82	66022009	25	66 - 90	8.91	10.54	2	79.1	B3	A1	0
83	66049001	25	66 - 90	8.1	11.38	2	9.66	B3	A1	A1
84	66093009	26	65 - 90	8.44	10.06	2	1.35	B3	A1	A1
85	66136001	22	82 - 03	5.24	37.89	12	9.4	0	0	A1
86	67124001	22	82 - 03	1.98	45.45	12	3.75	0	0	A1
87	68205001	22	82 - 03	3.65	44.76	12	11.86	0	0	A1
88	68247003	9	94 - 02	0	100	12	3.27	0	0	A1
89	68297001	22	82 - 03	3.51	41.19	12	6.82	0	0	A1
90	69029001	22	82 - 03	6.99	38.75	12	6.88	0	0	A1
91	69299001	22	82 - 03	5.8	41.21	12	11.03	0	0	A1
92	70473001	22	82 - 03	1.06	67.56	12	34.5	0	0	A2
93	71105001	22	82 - 03	7.68	37.56	12	7.58	0	0	A1
94	72181001	22	82 - 03	5.52	43.37	12	3.99	0	0	A1
95	73054001	22	82 - 03	2.77	44.94	12	4.08	0	0	A1
96	73329001	22	82 - 03	0.48	64.7	12	28.22	0	0	A2
97	75114001	22	82 - 03	3.17	52.7	12	13.66	0	0	A1
98	76116001	16	88 - 03	0.1	71.45	12	12.03	0	0	A1
99	76302002	20	83 - 02	11.36	21.86	4	0.41	0	0	A1
100	76540001	20	83 - 02	10.73	21.27	4	0.41	0	0	A1
101	78551002	20	83 - 02	9.78	22.89	4	0.6	0	0	A1
102	78621001	9	93 - 01	0	100	12	21.49	0	0	A2
103	78640001	23	81 - 03	6.28	37.41	12	9.01	0	0	A1
104	78646001	20	83 - 02	5.77	27.05	4	6.11	0	0	A1
105	80001001	22	82 - 03	0.79	56.11	12	16.22	0	0	A1
106	83031001	22	82 - 03	7.99	39.19	12	10.5	0	0	A1
107	83043051	23	66 - 88	6.04	11.19	12	3.64	0	0	A1
108	83043052	40	66 - 05	55.64	55.64	1	5.18	A1	A1	A1
109	83043053	23	66 - 88	5.76	13.57	12	8.17	0	0	A1
110	83043054	40	66 - 05	52.37	52.37	1	10.46	A1	A1	A1
111	83043055	23	66 - 88	4.99	10.94	12	11	0	0	A1

112	83043056	40	66 - 05	55.66	55.66	1	8.77	A1	A1	A1
113	83043057	40	66 - 05	54.82	54.82	1	9.68	A1	A1	A1
114	83043058	40	66 - 05	56.59	56.59	1	7.62	A1	A2	A1
115	83043059	16	66 - 81	11.24	11.24	1	7.46	A3	A3	A1
116	83043060	40	66 - 05	55.84	55.84	1	7.44	A1	A1	A1
117	83043061	30	66 - 95	36.95	36.95	1	5.69	A2	A2	A1
118	83043062	40	66 - 05	56.23	56.23	1	10.38	A1	A1	A1
119	83043063	23	66 - 88	7.59	10.91	12	10.96	0	0	A1
120	83043064	40	66 - 05	56.02	56.02	1	6.94	A1	A1	A1
121	83043065	38	66 - 05	54.98	54.98	1	11.02	A1	A1	A1
122	83043066	38	66 - 05	56.12	56.12	1	9.74	A1	A1	A1
123	83043067	40	66 - 05	54.15	54.15	1	11.28	A1	A1	A1
124	83043068	40	66 - 05	52.38	52.38	1	10.17	A1	A1	A1
125	83043069	40	66 - 05	55.41	55.41	1	5.24	A1	A1	A1
126	83043070	40	66 - 05	53.97	53.97	1	7.23	A1	A1	A1
127	83043071	40	66 - 05	57.55	57.55	1	18.26	A1	A2	A1
128	83043072	20	66 - 85	6.82	13.07	12	14.06	0	0	A1
129	83043073	26	66 - 91	21.36	21.36	1	8.5	A3	A3	A1
130	83043074	40	66 - 05	51.49	51.49	1	7.79	A1	A1	A1
131	83061001	22	82 - 03	10.89	37.23	12	19.46	0	0	A1
132	83137001	22	82 - 03	3.2	43.19	12	6.6	0	0	A1
133	84031001	17	87 - 03	0.88	56.5	12	1.61	0	0	A1
134	84087001	14	90 - 03	0.29	75.71	12	14.42	0	0	A1
135	86027001	22	82 - 03	3.12	43.89	12	3.35	0	0	A1
136	87085006	22	82 - 03	1.98	44.35	12	0.95	0	0	A1
137	88136001	10	93 - 02	0	100	12	1.7	0	0	A1
138	88212001	20	83 - 02	10.2	21.33	4	0.46	0	0	A1
139	89346001	22	82 - 03	2.13	45.71	12	4.89	0	0	A1
140	91027002	22	82 - 03	5.44	49.42	12	25.34	0	0	A2
141	91103001	22	82 - 03	9.51	38.06	12	5.19	0	0	A1
142	95088001	22	82 - 03	0.97	64.1	12	31.31	0	0	A2
143	95203001	20	83 - 02	10.7	21.14	4	0.57	0	0	A1
144	95527001	22	82 - 03	1.51	48.58	12	9.66	0	0	A1
145	97402240	9	93 - 01	0	100	12	1.37	0	0	A1
146	97404540	9	93 - 01	0	100	12	0.68	0	0	A1
147	97406220	9	93 - 01	0	99.99	12	0.91	0	0	A1
148	97407520	9	93 - 01	0	100	12	0.32	0	0	A1
149	97408580	9	93 - 01	0	100	12	2.72	0	0	A1

150	97410238	9	93 - 01	0	99.98	12	1.68	0	0	A1
151	97411123	9	93 - 01	0	100	12	0	0	0	A1
152	97412336	9	93 - 01	0	100	12	2.01	0	0	A1
153	97413524	9	93 - 01	0	100	12	0.69	0	0	A1
154	97415535	9	93 - 01	0	100	12	7.76	0	0	A1
155	97415590	9	93 - 01	0	100	12	0.65	0	0	A1
156	97416480	9	93 - 01	0	100	12	0.47	0	0	A1
157	97417360	9	93 - 01	0	100	12	0.64	0	0	A1
158	97419350	9	93 - 01	0	100	12	2.1	0	0	A1
159	97421210	9	93 - 01	0	99.95	12	0.53	0	0	A1
160	97422440	9	93 - 01	0	100	12	1.33	0	0	A1
161	97424410	9	93 - 01	0	100	12	0.72	0	0	A1
162	29075001	14	90 - 03	0.02	71.36	12	11.31	0	0	A1
163	30189009	19	72 - 90	0.04	99.95	12	10.37	0	0	A1
164	20172002	23	72 - 94	13.29	15.08	3	30.7	C3	A1	A2
165	20111001	35	62 - 96	6.17	9.98	6	79.67	0	0	0
166	13055001	86	18 - 05	5.66	30.23	12	7.9	0	0	A1

*** Notes :**

- + Nom : le code de la série correspondant à chaque station de mesure.
- + nb-ans (ans): le nombre d'année effectif de la série
- + Période : la période de mesure effective de la série
- + Pr_5mn (%) : la probabilité des épisodes correspond à la durée de 5 minutes
- + Prmax (%): la probabilité maximale mesurée
- + Pdt (Prmax) (* 5minutes) : la durée correspond à la probabilité maximale
- + R<0 (%) : le pourcentage des données manquantes
- + Qté_Pr : la qualité de la résolution temporelle effective
- + Qté_R² : la qualité du coefficient de détermination R²
- + Qté_Mq : la qualité d'observation

Annexe B. Résultats des paramètres

Tableau Ann- 2. Résultats des paramètres D_f et β pour les séries de la base de données MF-P5

Série	D_f	β	Série	D_f	β
38tpg001	0.70	0.90	83043052	0.79	0.95
38tpg002	0.70	0.90	83043054	0.81	0.97
38tpg003	0.70	0.87	83043056	0.79	1.01
38tpg004	0.70	0.89	83043057	0.78	0.99
38tpg005	0.72	0.86	83043058	0.78	0.98
38tpg007	0.70	0.88	83043060	0.76	0.96
38tpg008	0.68	0.84	83043061	0.88	0.99
38tpg009	0.70	0.82	83043062	0.80	0.97
38tpg010	0.70	0.88	83043064	0.81	0.98
38tpg011	0.69	0.83	83043065	0.77	0.98
38tpg012	0.70	0.94	83043066	0.82	0.95
38tpg014	0.70	0.83	83043067	0.78	0.93
38tpg018	0.70	0.90	83043068	0.84	0.98
38tpg020	0.71	0.95	83043069	0.79	0.92
38tpg097	0.70	0.89	83043070	0.78	0.98
Moyenne	0.70 ± 0.01	0.88 ± 0.04	83043071	0.79	0.88
78 orge07	0.85	0.46	83043074	0.80	0.94
78orge09	0.84	0.54	Moyenne	0.80 ± 0.03	0.96 ± 0.03
78orge14	0.84	0.55			
78orge16	0.84	0.49			
78orge28	0.82	0.62			
78orge35	0.79	0.73			
Moyenne	0.83 ± 0.02	0.56 ± 0.09			

Tableau Ann- 3. Résultats des paramètres D_f et β pour les séries de la base de données CG-94

Série	D_f	β	Série	D_f	β
ARCU36	0.50	0.82	NOIS17	0.49	0.75
BOIS25	0.49	0.77	ORLY20	0.48	0.64
CACH15	0.50	0.79	QUEU09	0.50	0.64
CHAM23	0.48	0.78	QUEU33	0.50	0.74
CHEV21	0.50	0.79	RUNG19	0.49	0.81
CRET13	0.50	0.69	SANT08	0.49	0.68
FONT05	0.50	0.82	SMAN31	0.50	0.80
FRES34	0.49	0.68	SMFO26	0.49	0.81
IVRY01	0.49	0.77	SUCY29	0.50	0.81
IVRY16	0.49	0.77	VALE06	0.49	0.66
JOIN10	0.49	0.73	VILL14	0.50	0.89
LHAY35	0.50	0.75	VITR02	0.49	0.79
MAIS32	0.49	0.67	VITR22	0.49	0.73
MAND30	0.49	0.72	Moyenne	0.50 ± 0.01	0.75 ± 0.05

Tableau Ann- 4. Résultats des paramètres α et C1 par les méthodes TM1, TM2, DTM-IP et DM-RR pour la base de données MF-P5

Série	TM1		TM2		DTM-IP		DTM-RR	
	α	C1	α	C1	α	C1	α	C1
38tpg001	0.75	0.36	0.44	0.37	0.86	0.35	0.83	0.35
38tpg002	0.65	0.36	0.41	0.37	0.77	0.35	0.73	0.35
38tpg003	0.55	0.37	0.39	0.38	0.74	0.36	0.69	0.36
38tpg004	0.75	0.37	0.48	0.38	0.83	0.36	0.79	0.36
38tpg005	0.60	0.34	0.40	0.35	0.83	0.32	0.79	0.33
38tpg007	0.65	0.37	0.41	0.38	0.79	0.36	0.76	0.36
38tpg008	0.50	0.38	0.34	0.39	0.74	0.37	0.71	0.37
38tpg009	0.60	0.36	0.38	0.37	0.77	0.35	0.73	0.35
38tpg010	0.70	0.34	0.35	0.36	0.90	0.33	0.87	0.33
38tpg011	0.50	0.36	0.31	0.37	0.82	0.34	0.80	0.34
38tpg012	0.75	0.34	0.36	0.35	0.93	0.32	0.91	0.32
38tpg014	0.75	0.36	0.44	0.37	0.89	0.35	0.89	0.35
38tpg018	0.65	0.36	0.42	0.37	0.74	0.36	0.69	0.36
38tpg020	0.65	0.36	0.41	0.37	0.75	0.35	0.71	0.36
38tpg097	0.65	0.37	0.43	0.38	0.81	0.36	0.79	0.36
Moyenne	0.65 ± 0.08	0.36 ± 0.01	0.40 ± 0.04	0.37 ± 0.01	0.81 ± 0.06	0.35 ± 0.01	0.78 ± 0.07	0.35 ± 0.01
78orge07	1.10	0.38	1.03	0.38	1.11	0.37	1.11	0.37
78orge09	0.90	0.38	0.96	0.37	1.05	0.37	1.01	0.37
78orge14	0.80	0.38	0.94	0.37	1.04	0.36	0.98	0.37
78orge16	0.90	0.38	0.92	0.38	1.03	0.38	0.99	0.38
78orge28	0.85	0.38	0.84	0.38	0.94	0.38	0.90	0.38
78orge35	0.85	0.37	0.70	0.38	0.86	0.37	0.82	0.37
Moyenne	0.90 ± 0.09	0.38 ± 0.004	0.90 ± 0.10	0.38 ± 0.01	1.00 ± 0.08	0.37 ± 0.01	0.97 ± 0.09	0.37 ± 0.004
83043052	0.55	0.39	0.50	0.40	0.76	0.38	0.70	0.38
83043054	0.60	0.40	0.58	0.40	0.70	0.39	0.76	0.39
83043056	0.55	0.38	0.46	0.38	0.76	0.36	0.75	0.36
83043057	0.55	0.39	0.47	0.39	0.73	0.38	0.69	0.38

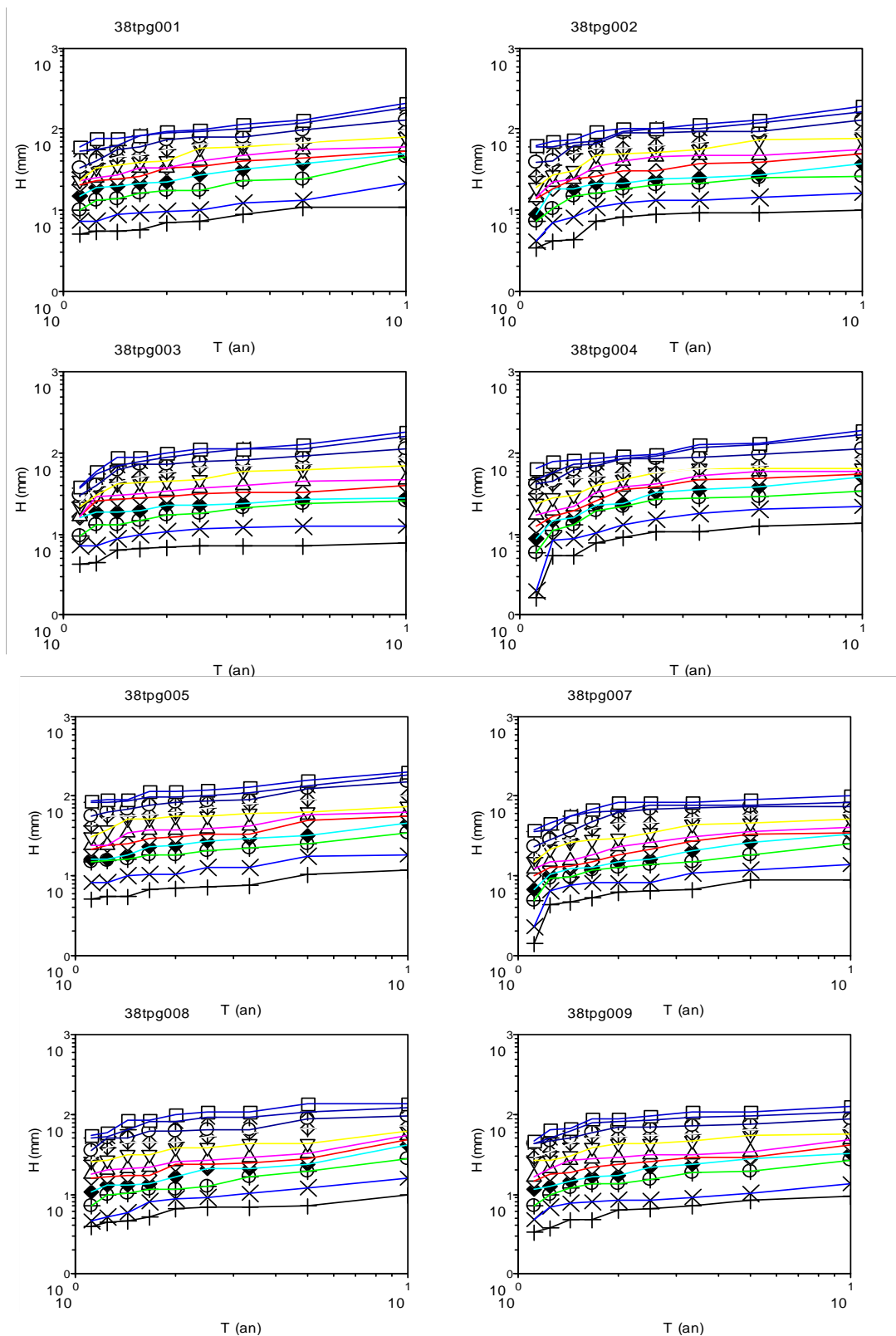
83043058	0.45	0.40	0.44	0.39	0.64	0.38	0.63	0.38
83043060	0.55	0.39	0.43	0.40	0.66	0.38	0.69	0.38
83043061	0.65	0.40	0.90	0.39	0.82	0.39	1.00	0.37
83043062	0.55	0.38	0.51	0.38	0.78	0.36	0.73	0.37
83043064	0.45	0.38	0.48	0.37	0.70	0.36	0.70	0.36
83043065	0.65	0.39	0.48	0.40	0.71	0.39	0.72	0.39
83043066	0.60	0.40	0.62	0.40	0.75	0.38	0.82	0.38
83043067	0.60	0.41	0.53	0.41	0.72	0.40	0.72	0.40
83043068	0.70	0.41	0.76	0.41	0.80	0.40	0.94	0.39
83043069	0.50	0.39	0.48	0.39	0.70	0.37	0.70	0.37
83043070	0.60	0.41	0.53	0.41	0.74	0.40	0.71	0.40
83043071	0.50	0.38	0.41	0.39	0.68	0.37	0.75	0.36
83043074	0.70	0.42	0.66	0.43	0.75	0.42	0.82	0.41
Moyenne	0.57 ± 0.07	0.39 ± 0.01	0.54 ± 0.12	0.40 ± 0.01	0.73 ± 0.05	0.38 ± 0.02	0.75 ± 0.09	0.38 ± 0.01

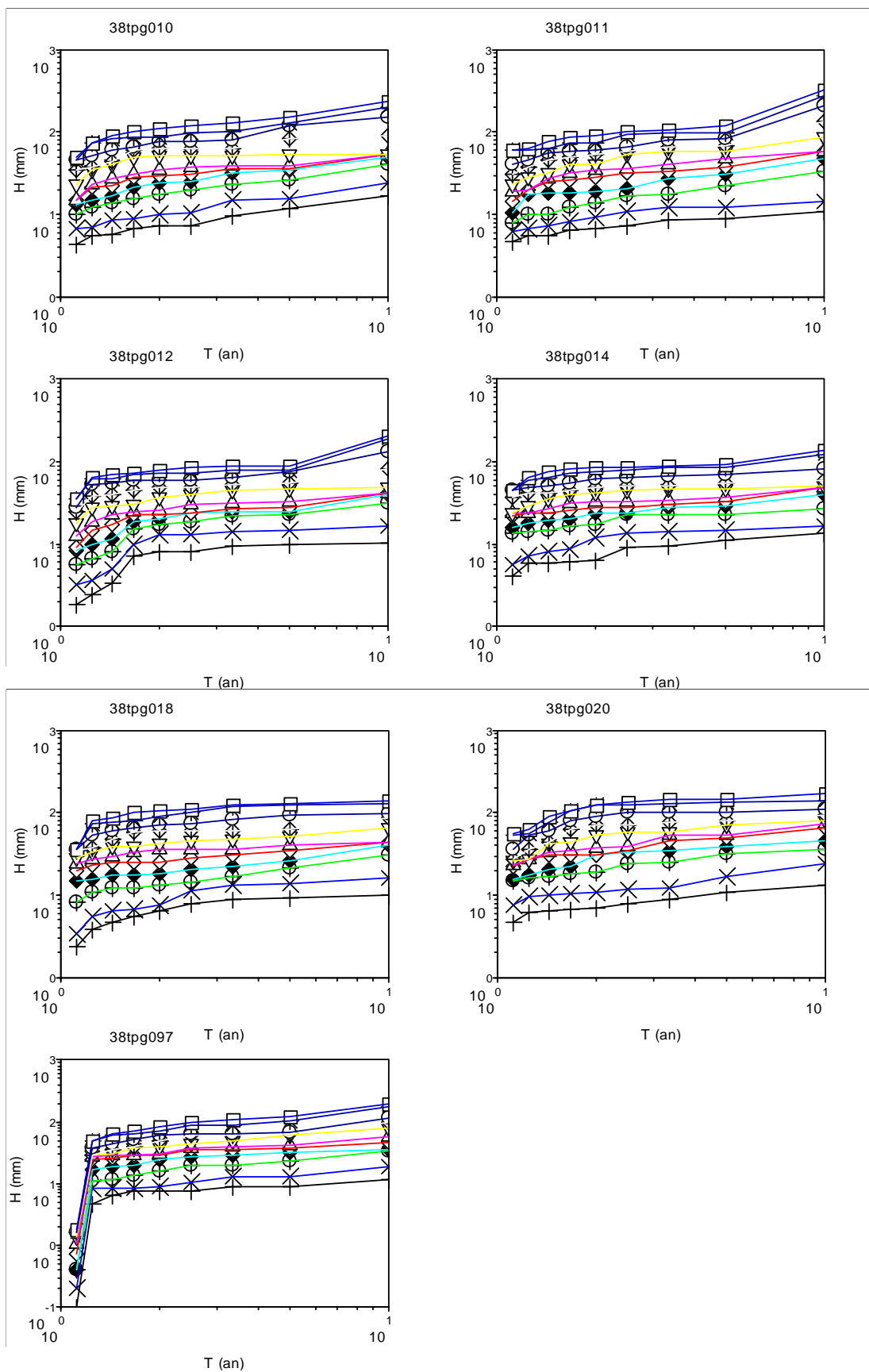
Tableau Ann- 5. Résultats des paramètres α et C1 par les méthodes TM1, TM2, DTM-IP et DM-RR pour la base de données CG-94

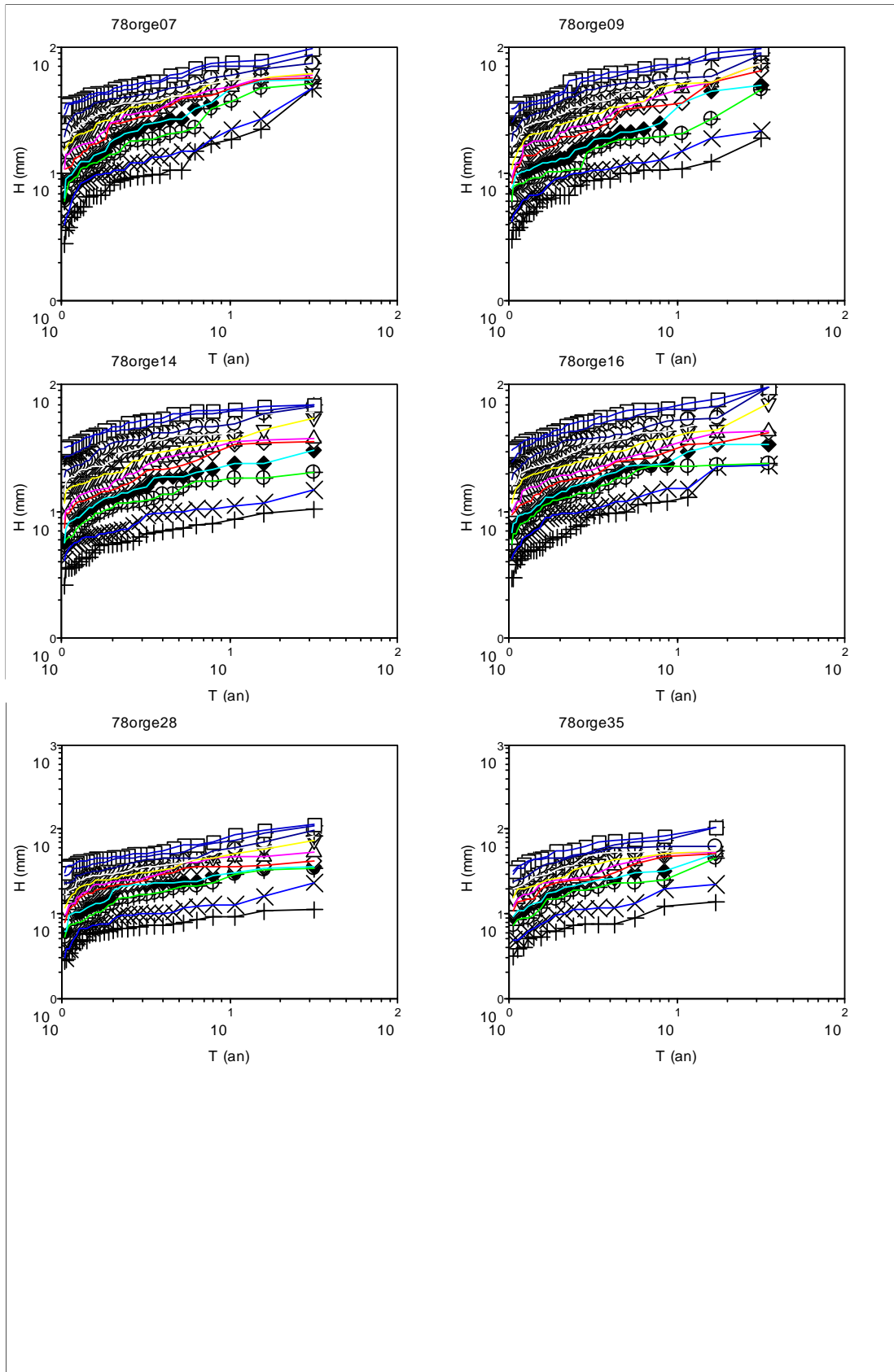
Série	TM1		TM2		DTM-IP		DTM-RR	
	α	C1	α	C1	α	C1	α	C1
ARCU36	0.65	0.44	0.21	0.47	0.64	0.45	0.64	0.45
BOIS25	0.60	0.45	0.22	0.47	0.62	0.45	0.62	0.45
CACH15	0.70	0.45	0.22	0.48	0.65	0.45	0.64	0.45
CHAM23	0.65	0.45	0.19	0.48	0.63	0.45	0.63	0.45
CHEV21	0.45	0.45	0.19	0.46	0.61	0.43	0.59	0.44
CRET13	0.65	0.45	0.21	0.47	0.73	0.44	0.77	0.43
FONT05	0.85	0.43	0.26	0.47	0.74	0.44	0.77	0.44
FRES34	0.80	0.44	0.22	0.48	0.76	0.44	0.79	0.44
IVRY01	0.65	0.46	0.23	0.49	0.65	0.46	0.69	0.45
IVRY16	0.65	0.45	0.19	0.48	0.67	0.45	0.67	0.45
JOIN10	0.60	0.44	0.18	0.47	0.68	0.44	0.68	0.44
LHAY35	0.80	0.42	0.20	0.46	0.78	0.42	0.87	0.42
MAIS32	0.45	0.46	0.17	0.47	0.67	0.44	0.67	0.44
MAND30	0.70	0.45	0.23	0.48	0.64	0.46	0.63	0.46
NOIS17	0.70	0.43	0.20	0.47	0.64	0.44	0.64	0.44
ORLY20	0.75	0.44	0.20	0.48	0.70	0.45	0.76	0.44
QUEU09	0.80	0.43	0.23	0.47	0.76	0.43	0.81	0.43
QUEU33	0.60	0.44	0.21	0.47	0.63	0.44	0.63	0.44
RUNG19	0.70	0.44	0.20	0.47	0.66	0.44	0.66	0.44
SANT08	0.65	0.44	0.20	0.47	0.68	0.44	0.68	0.44
SMAN31	0.65	0.44	0.20	0.47	0.70	0.43	0.73	0.43
SMFO26	0.75	0.44	0.21	0.48	0.68	0.45	0.72	0.45
SUCY29	0.75	0.43	0.21	0.46	0.71	0.43	0.74	0.43
VALE06	0.70	0.45	0.23	0.47	0.60	0.46	0.57	0.46
VILL14	0.80	0.43	0.22	0.47	0.68	0.45	0.73	0.44
VITR02	0.65	0.44	0.19	0.48	0.64	0.45	0.64	0.45
VITR22	0.85	0.45	0.28	0.49	0.75	0.46	0.83	0.45
Moyenne	0.69 \pm 0.10	0.44 \pm 0.01	0.21 \pm 0.02	0.47 \pm 0.01	0.68 \pm 0.05	0.44 \pm 0.01	0.70 \pm 0.07	0.44 \pm 0.01

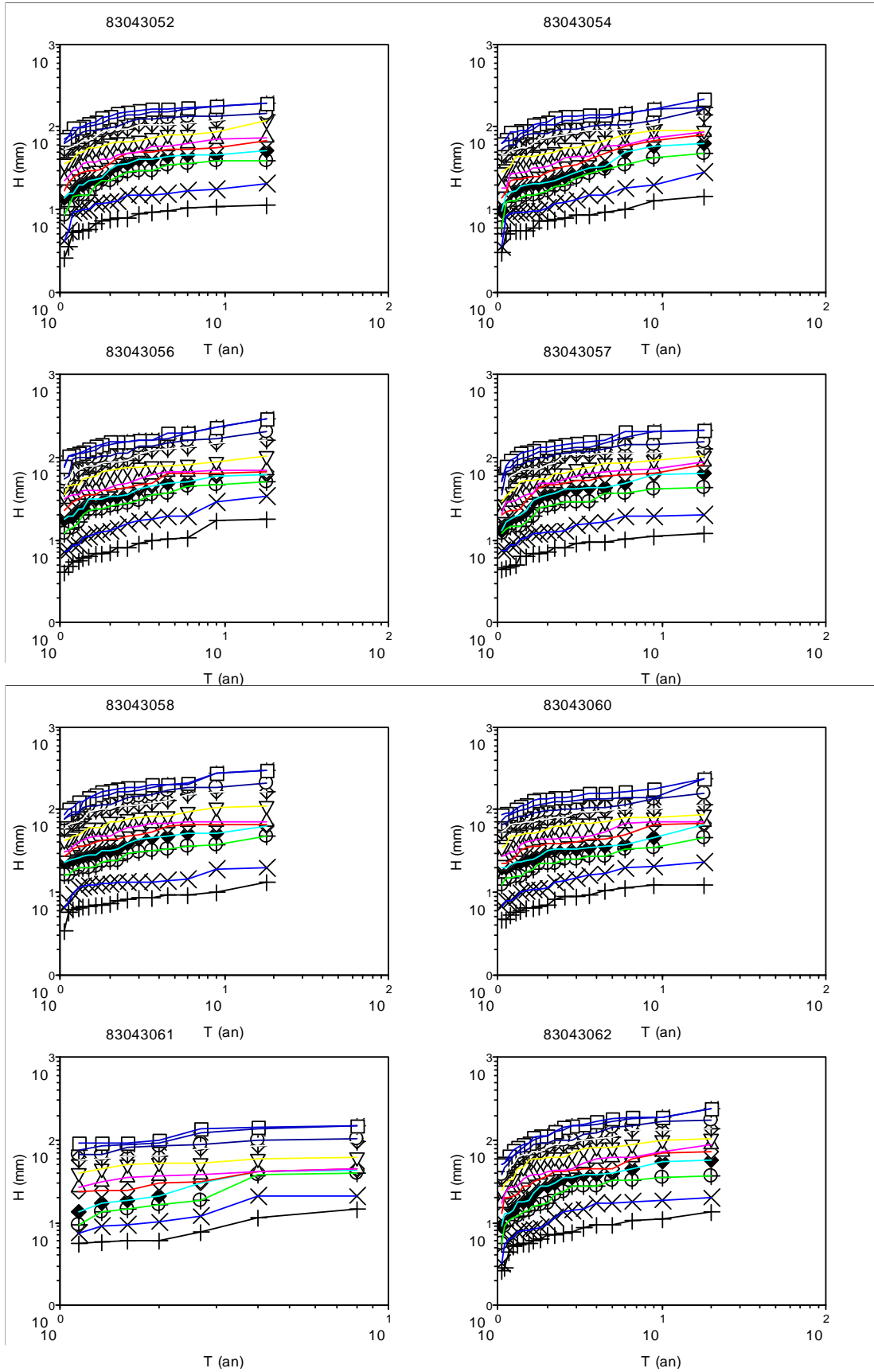
Annexe C. Résultats du comportement extrême

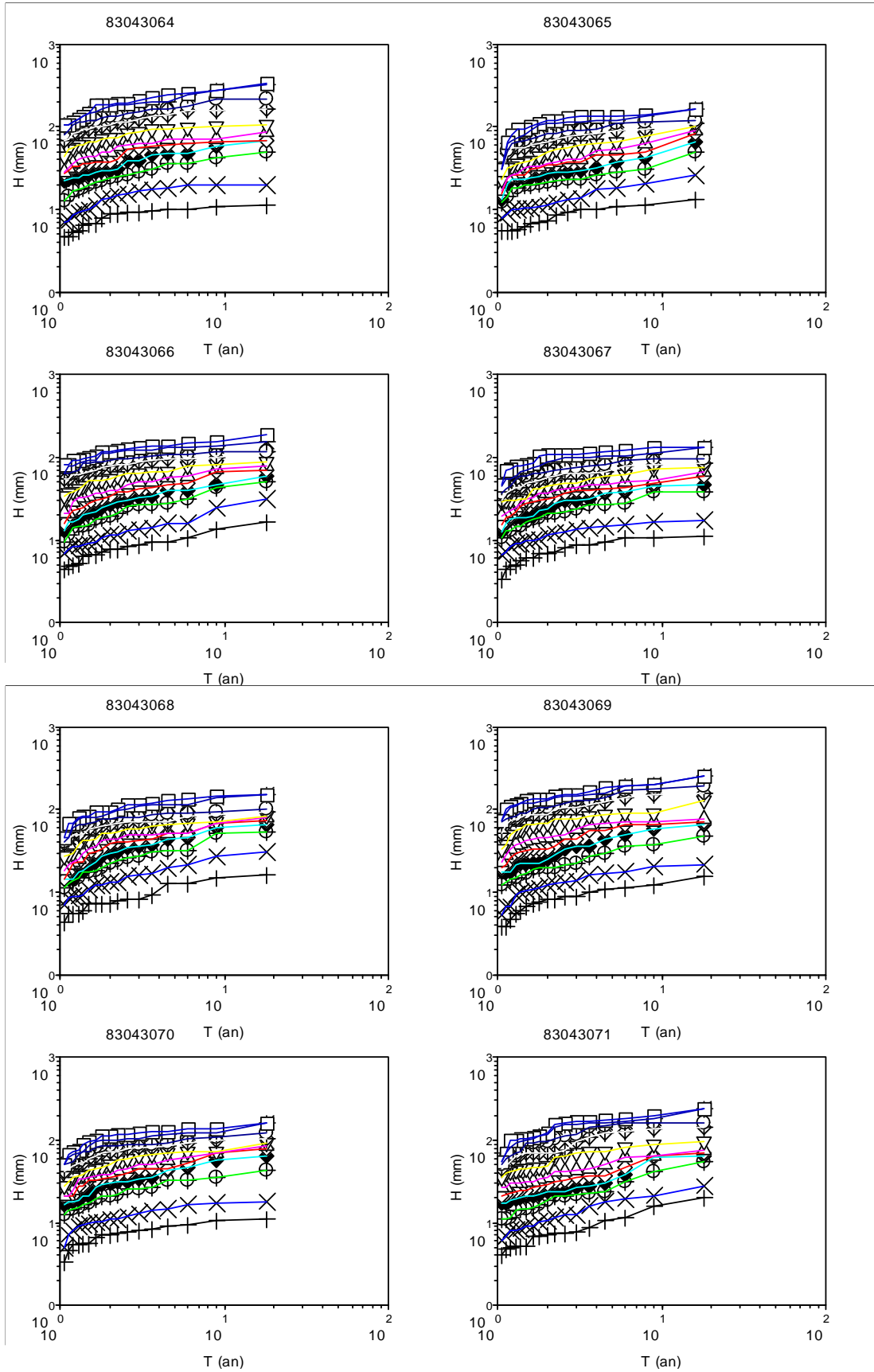
C.1. Courbes HDF correspondant aux différentes durées (5mn, 10mn, 30mn, 1h, 2h, 3h, 6h, 12h, 1j, 2j et 3j : de bas en haut sur chaque figure)

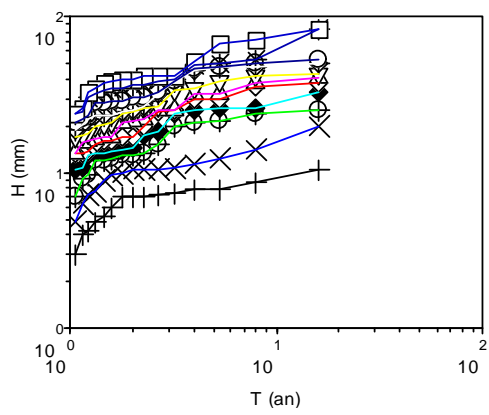
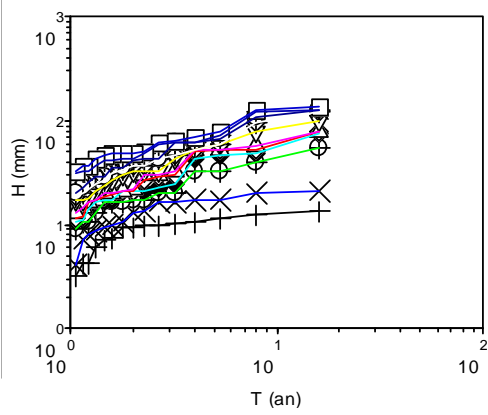
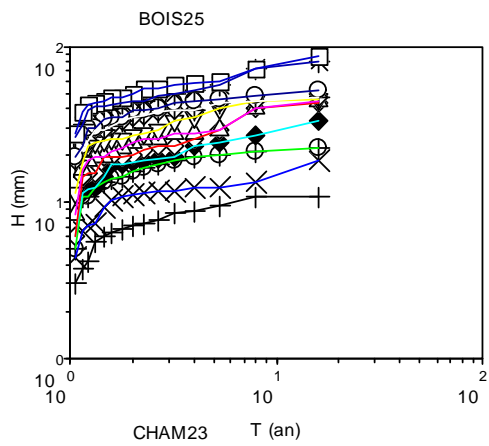
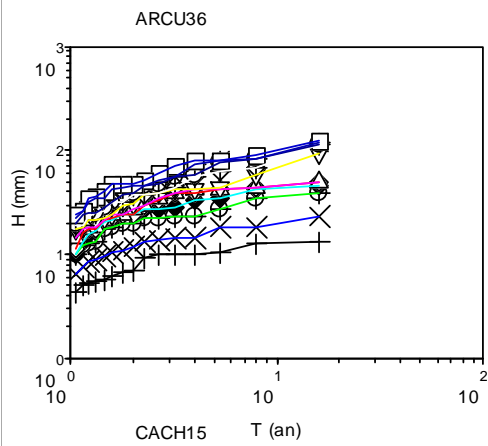
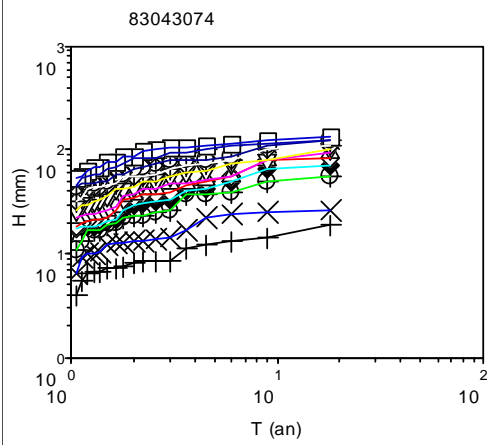


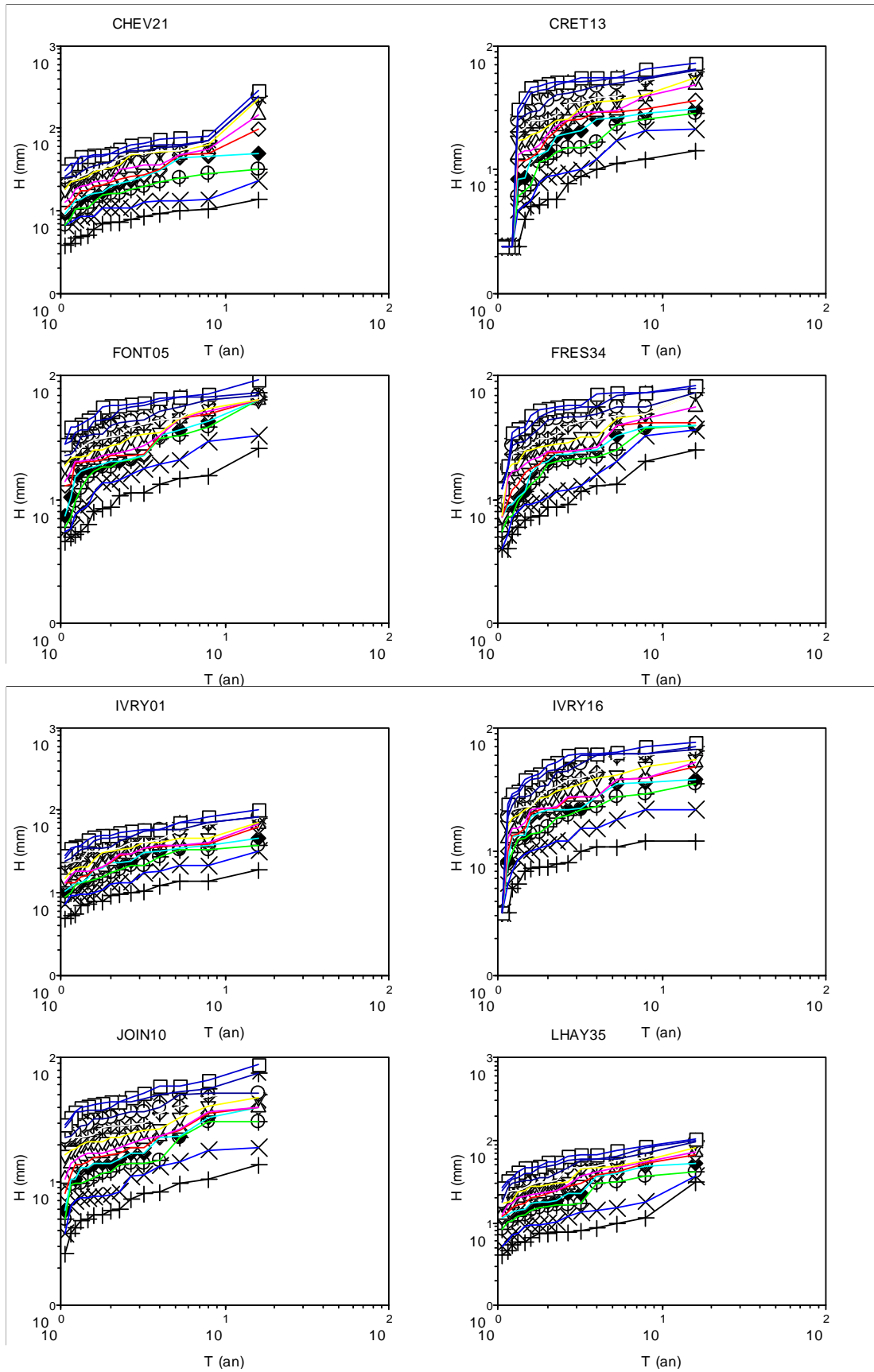


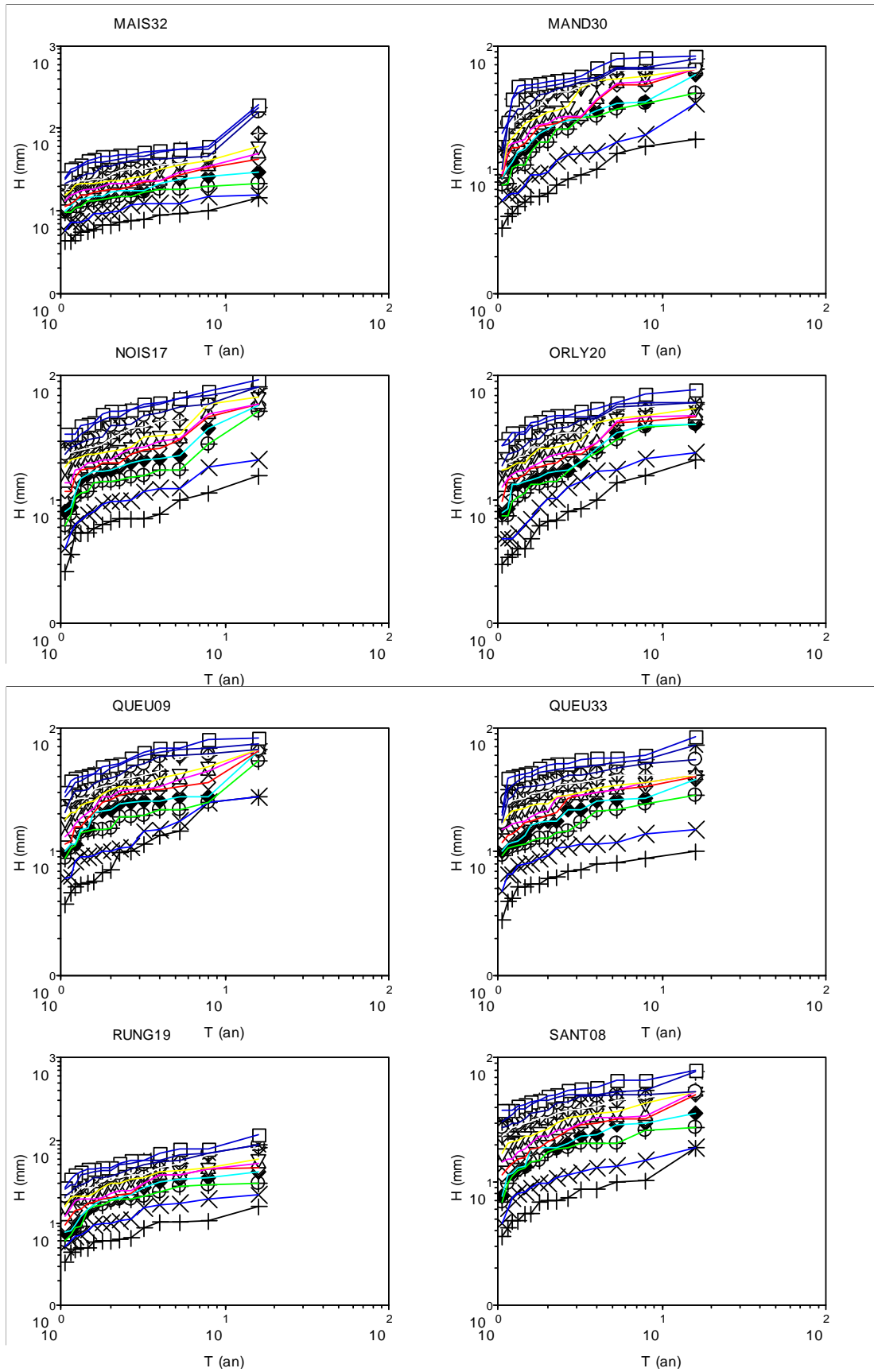


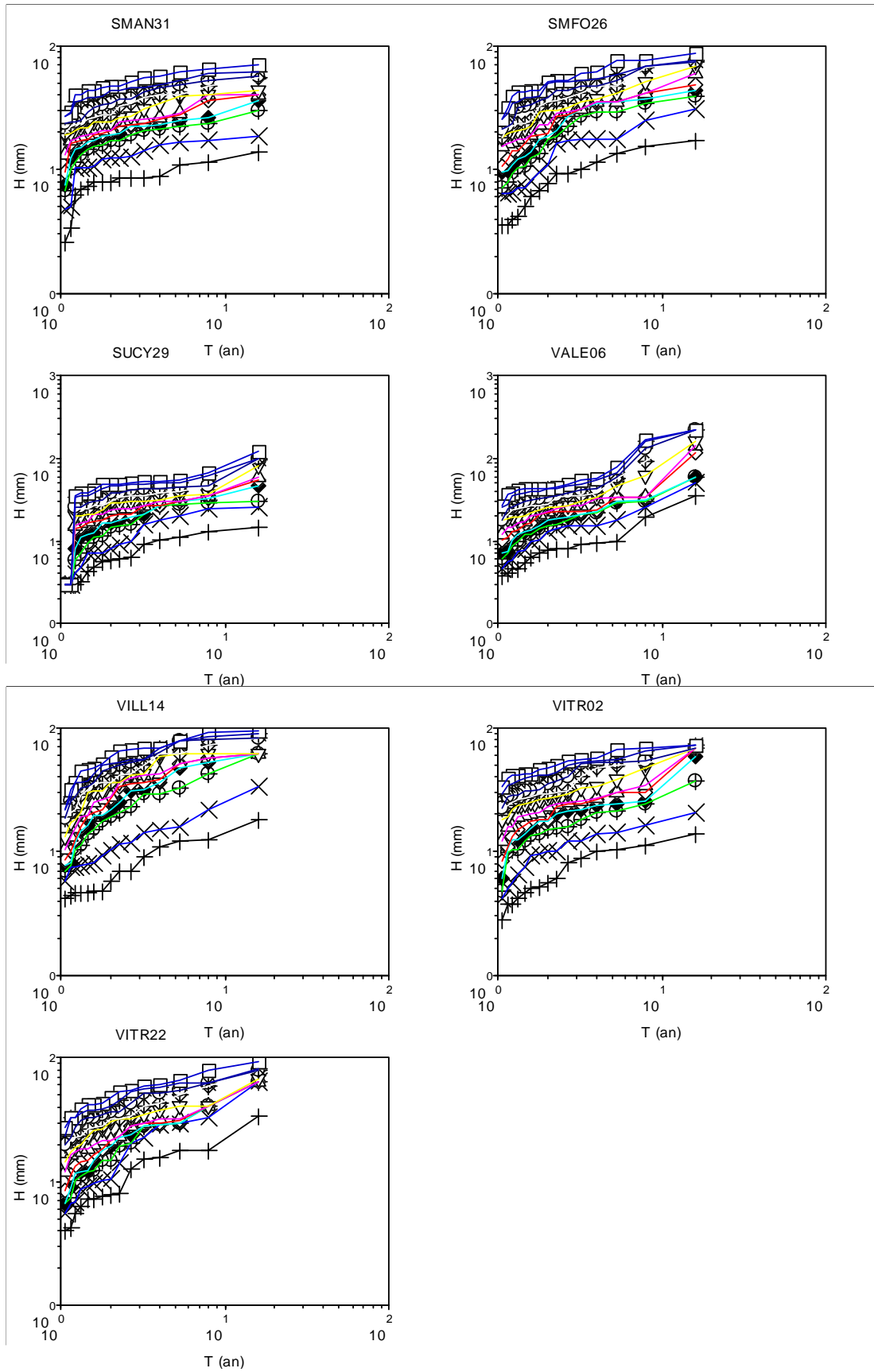












C.2. Résultats de qD

Tableau Ann- 6. Résultats de q_D calculés en se basant sur la distribution de probabilité pour la base de données MF-P5

Série	Pour les pluies maximales annuelles				Pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes
	5mn	1h	1j	3j	
38tpg001	3.42	2.32	2.68	1.90	3.46
38tpg002	6.45	3.23	3.47	2.60	4.04
38tpg003	11.65	6.77	3.95	2.74	7.53
38tpg004	5.02	3.14	5.37	2.79	2.91
38tpg005	2.77	2.62	2.49	2.69	4.15
38tpg007	4.47	1.98	10.85	7.46	4.21
38tpg008	4.10	1.92	3.28	4.44	3.88
38tpg009	3.72	3.38	7.19	4.66	3.12
38tpg010	1.98	2.32	2.08	2.15	2.95
38tpg011	3.35	1.97	2.83	3.02	4.08
38tpg012	5.31	2.66	2.18	2.12	3.19
38tpg014	3.34	3.09	5.57	3.80	3.19
38tpg018	5.55	2.96	4.82	6.14	3.11
38tpg020	2.63	3.87	10.12	6.05	3.85
38tpg097	3.65	4.24	2.59	2.03	3.20
78orge07	2.44	2.91	4.53	4.60	2.12
78orge09	3.49	2.04	4.37	4.57	3.88
78orge14	4.76	3.97	4.22	8.08	4.08
78orge16	3.66	4.18	4.34	4.37	2.95
78orge28	4.26	4.10	2.71	2.71	5.31
78orge35	2.48	2.41	10.59	3.95	3.20
83043052	7.50	7.28	10.06	9.02	6.28
83043054	3.02	2.47	3.70	4.13	3.83
83043056	2.37	4.82	4.20	2.98	3.29
83043057	5.87	3.45	6.42	4.66	5.56
83043058	3.90	5.17	5.75	3.68	5.83
83043060	4.68	3.07	4.57	4.23	4.65
83043061	2.97	2.06	6.33	4.22	3.22
83043062	4.14	3.87	4.43	4.78	4.65
83043064	9.08	4.00	4.73	4.39	8.68
83043065	5.34	2.66	5.64	7.67	3.63
83043066	2.64	3.07	8.55	5.05	3.53
83043067	7.01	4.06	6.63	7.90	4.34
83043068	4.12	3.24	7.59	6.31	3.33
83043069	3.73	3.54	4.09	3.82	4.04
83043070	4.67	2.64	6.11	6.37	5.22
83043071	2.15	2.35	7.13	4.93	2.77
83043074	3.06	2.63	3.68	6.67	3.62

Tableau Ann- 7. Résultats de q_D calculés en se basant sur la distribution de probabilité pour la base de données CG-94

Série	Pour les pluies maximales annuelles				Pour les pluies de 5 minutes elles-mêmes
	5mn	1h	1j	3j	
ARCU36	4.06	3.33	2.23	3.02	3.54
BOIS25	5.97	3.74	7.21	3.85	4.77
CACH15	5.83	2.52	1.96	2.00	3.95
CHAM23	5.05	5.82	6.18	4.55	4.90
CHEV21	3.36	3.44	4.20	4.93	4.08
CRET13	4.10	4.38	4.68	5.69	3.32
FONT05	2.22	2.09	4.66	4.51	2.57
FRES34	1.95	3.38	4.34	4.51	2.17
IVRY01	3.11	3.23	3.60	2.96	3.55
IVRY16	8.41	5.02	7.11	6.17	3.69
JOIN10	2.89	2.30	4.57	3.39	3.50
LHAY35	3.10	3.65	2.83	3.57	2.84
MAIS32	2.96	4.85	6.84	6.44	4.10
MAND30	2.75	2.18	6.24	7.48	2.57
NOIS17	2.37	3.55	3.16	3.48	3.24
ORLY20	2.54	3.40	6.04	3.96	2.25
QUEU09	6.02	5.98	7.49	6.02	2.04
QUEU33	5.31	3.40	5.84	4.41	5.62
RUNG19	3.23	4.29	2.82	2.88	3.69
SANT08	4.87	3.76	11.90	4.68	3.27
SMAN31	4.12	3.75	4.77	5.99	3.96
SMFO26	5.09	5.32	3.15	4.31	2.91
SUCY29	4.31	2.61	8.85	5.23	3.13
VALE06	3.52	2.10	2.11	2.17	1.81
VILL14	2.82	2.80	4.28	4.54	2.59
VITR02	3.55	5.36	4.32	5.63	3.27
VITR22	3.32	2.55	3.52	3.41	2.22

C.3. Résultats d'analyse de sensibilité de q_{crit} et q_{crit}

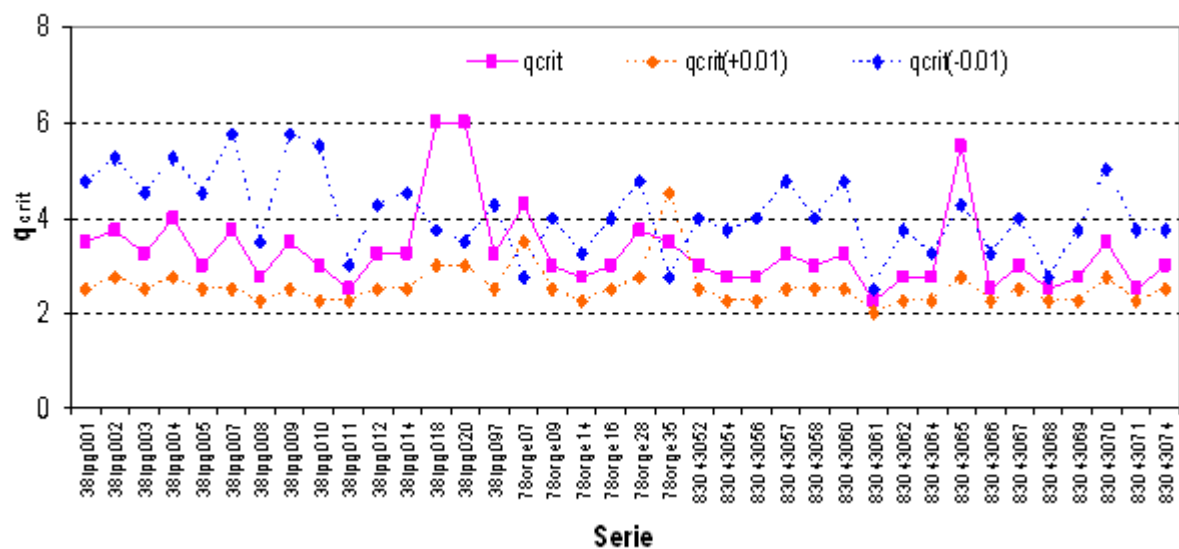


Figure Ann-1. Résultats d'analyse de sensibilité de q_{crit} pour les séries de la base MF-P5, $q_{crit}(+0.01)$ correspondant à toutes les deux α et C1 qui augmentent une valeur $\delta = +0.01$, $q_{crit}(-0.01)$ correspondant à la valeur $\delta = -0.01$.

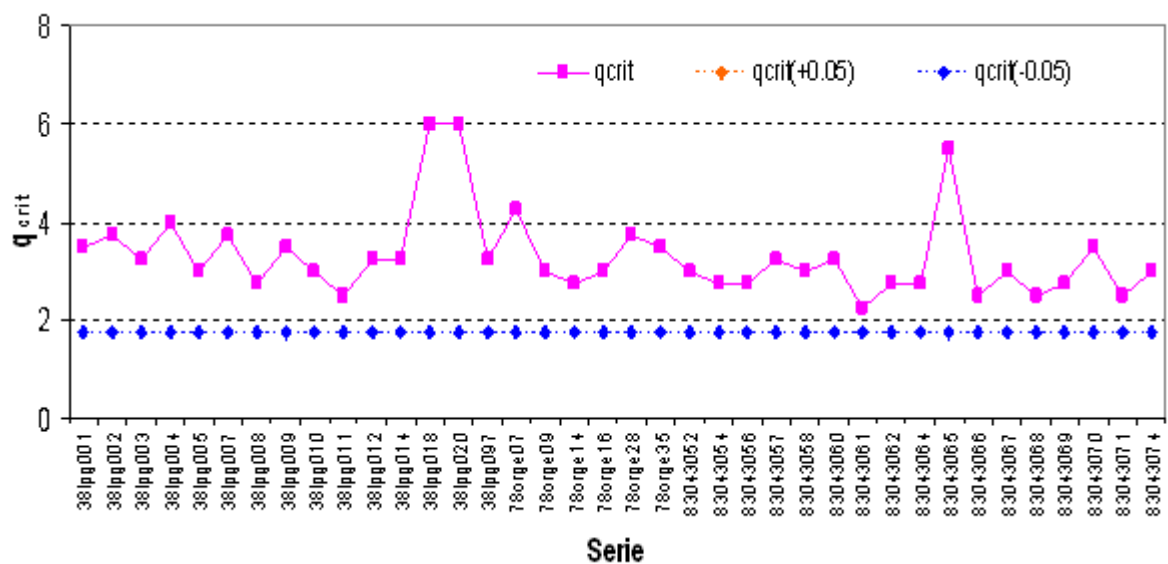


Figure Ann-2. De même que la Figure Ann-1, mais pour la valeur $\delta = \pm 0.05$.

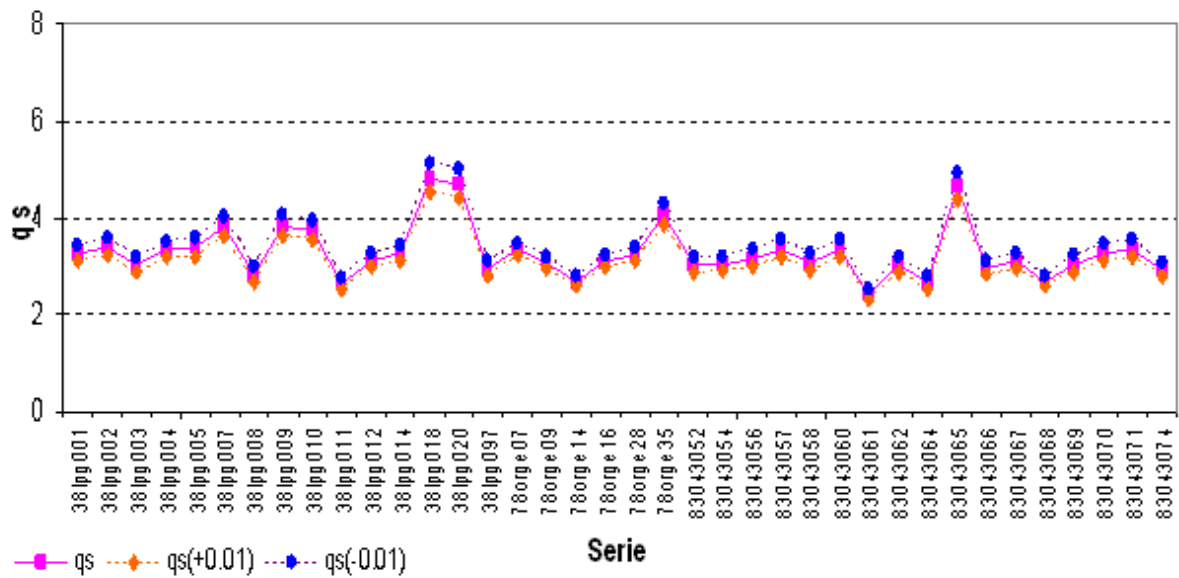


Figure Ann-3. Résultats d'analyse de sensibilité de q_s pour les séries de la base MF-P5, $q_s(+0.01)$ correspondant à toutes les deux α et C1 qui augmentent une valeur $\delta = + 0.01$, $q_s(-0.01)$ correspondant à la valeur $\delta = - 0.01$.

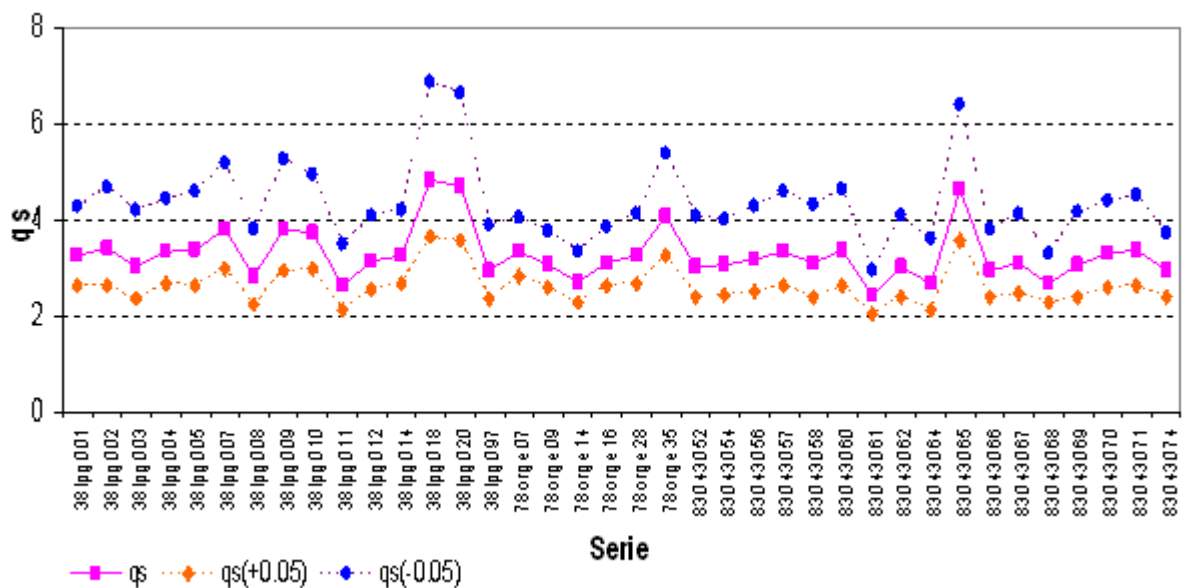


Figure Ann-4. De même que la Figure Ann-3, mais pour la valeur $\delta = \pm 0.05$.

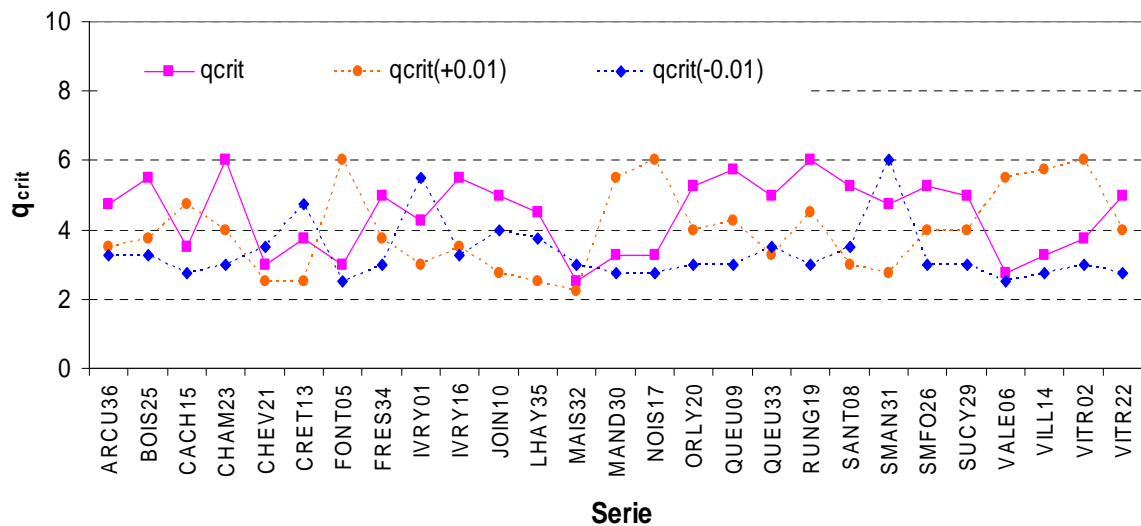


Figure Ann-5. Résultats d'analyse de sensibilité de q_{crit} pour les séries de la base CG-94, $q_{crit}(+0.01)$ correspondant à toutes les deux α et C1 qui augmentent une valeur $\delta = + 0.01$, $q_{crit}(-0.01)$ correspondant à la valeur $\delta = - 0.01$.

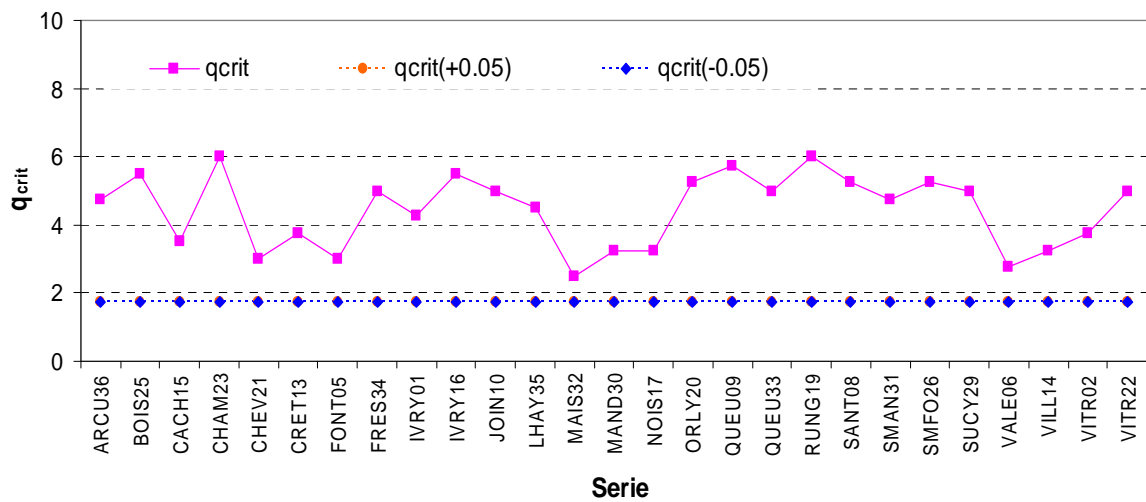


Figure Ann-6. De même que la Figure Ann-5, mais pour la valeur $\delta = \pm 0.05$.

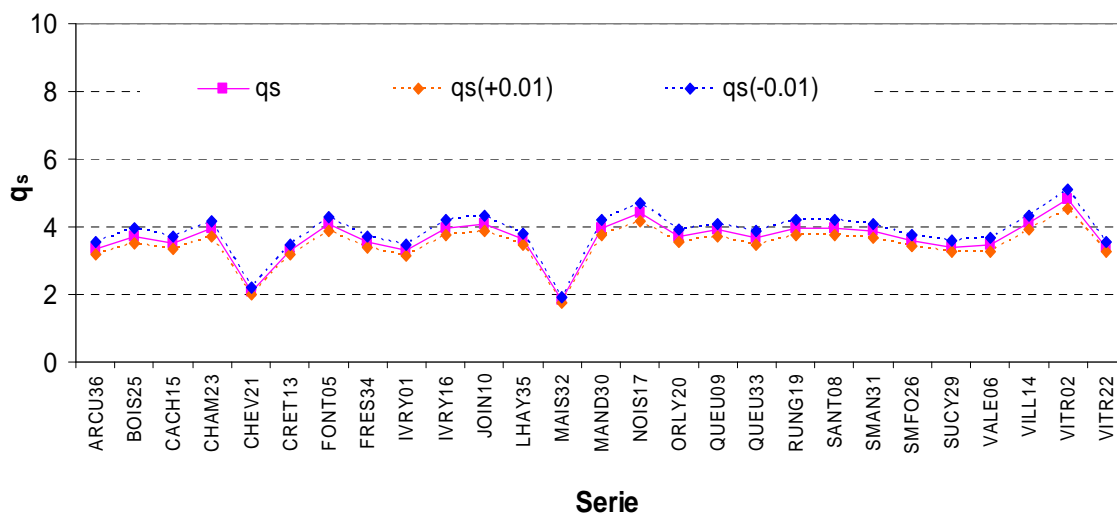


Figure Ann-7. Résultats d'analyse de sensibilité de q_s pour les séries de la base CG-94, $q_s(+0.01)$ correspondant à toutes les deux α et C1 qui augmentent une valeur $\delta = + 0.01$, $q_s(-0.01)$ correspondant à la valeur $\delta = - 0.01$.

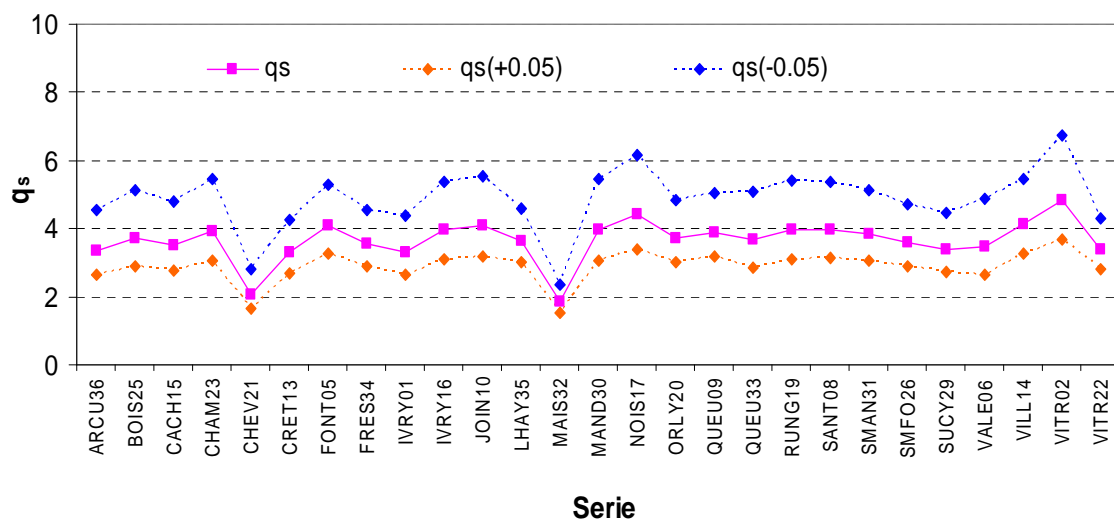
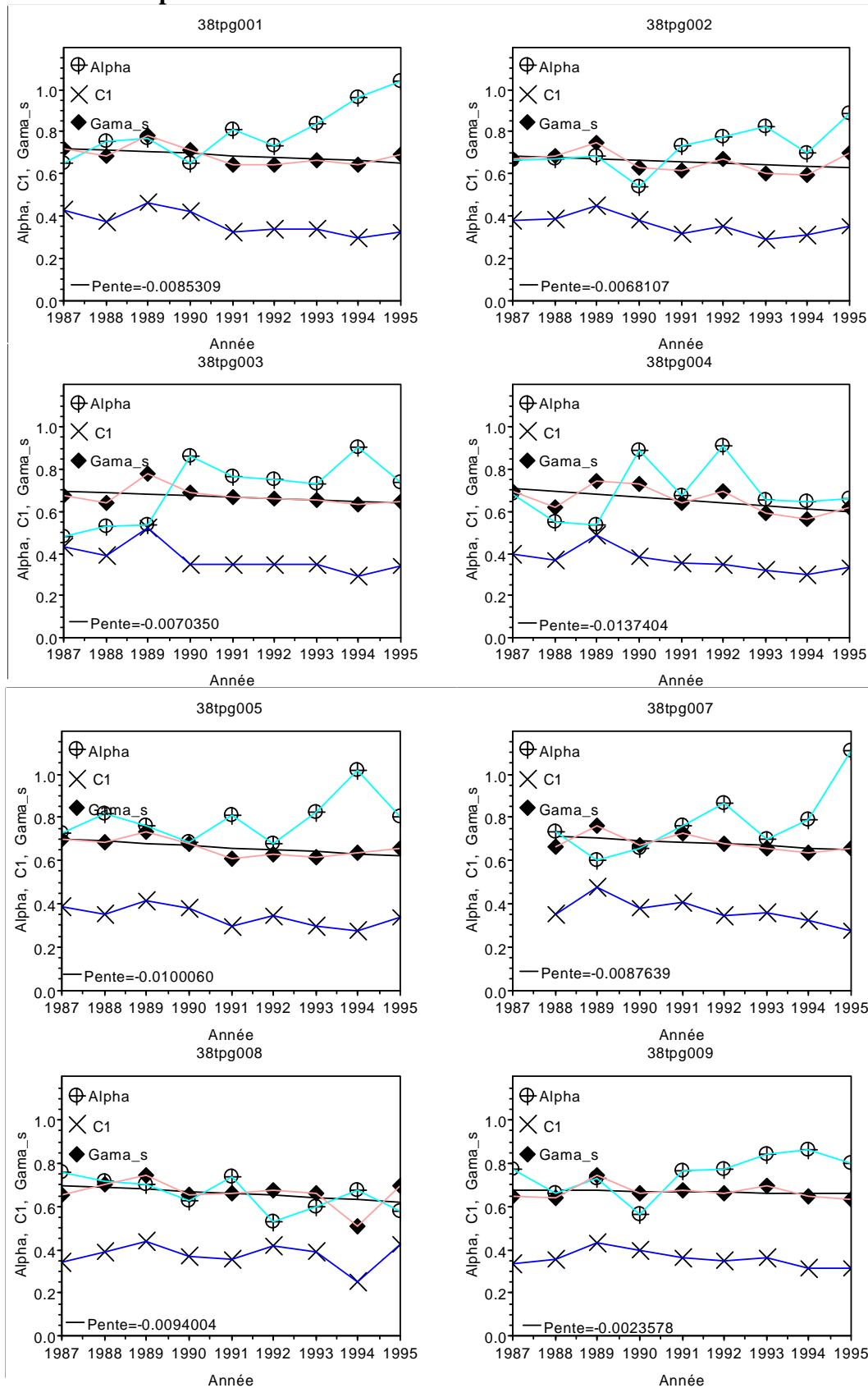
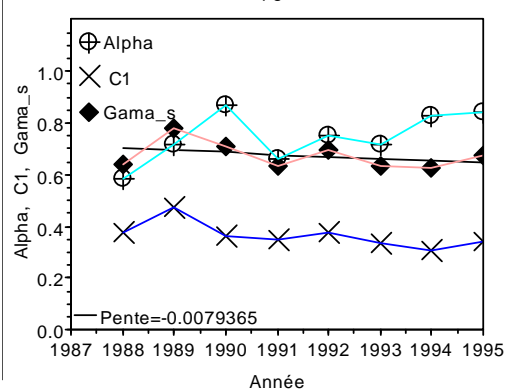
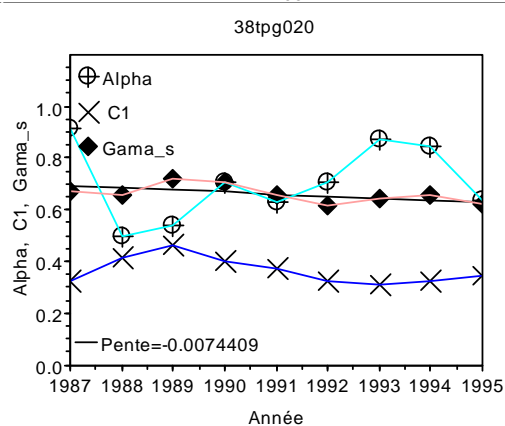
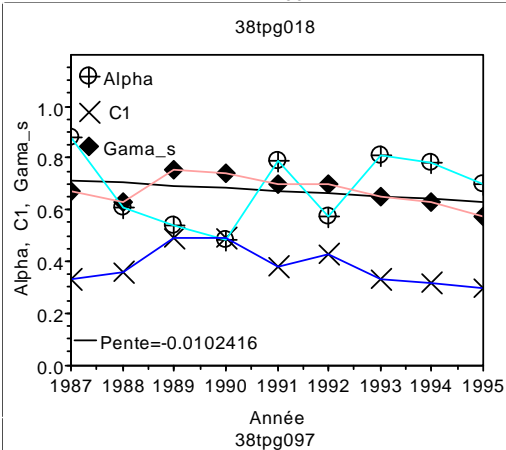
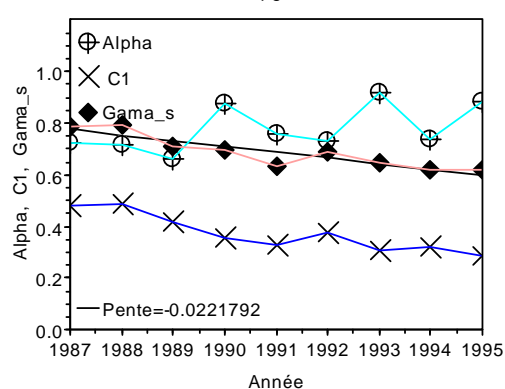
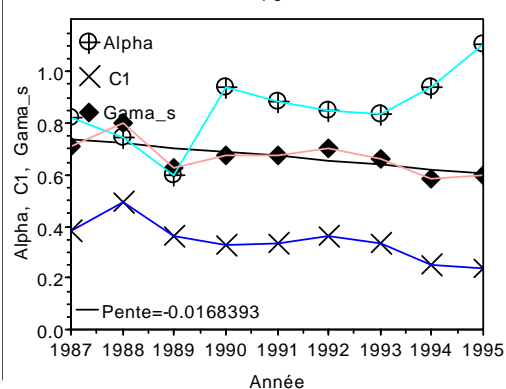
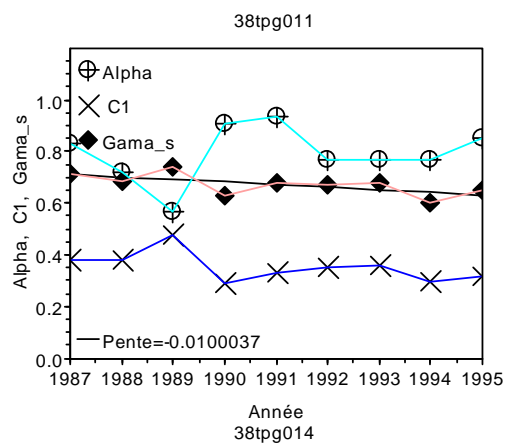
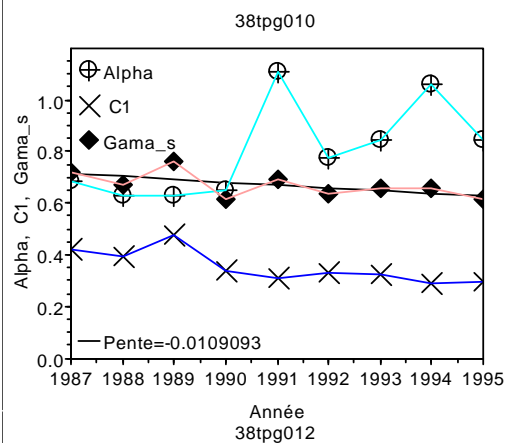


Figure Ann-8. De même que la Figure Ann-7, mais pour la valeur $\delta = \pm 0.05$.

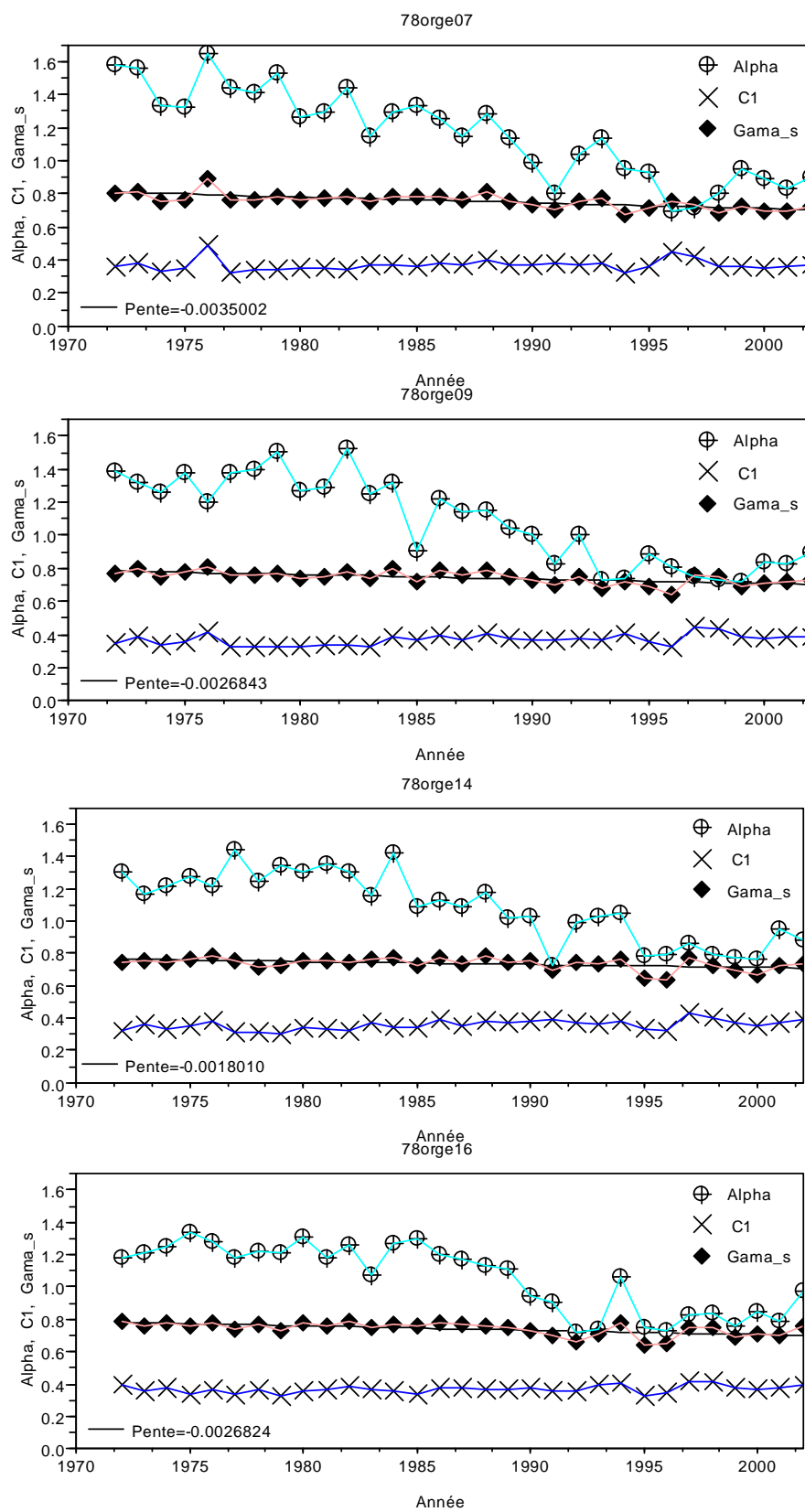
C.4. Résultats de l'évolution temporelle des paramètres multifractals

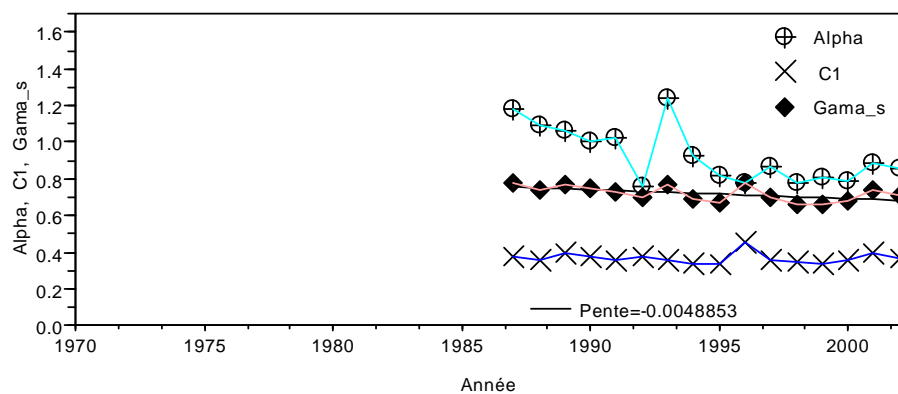
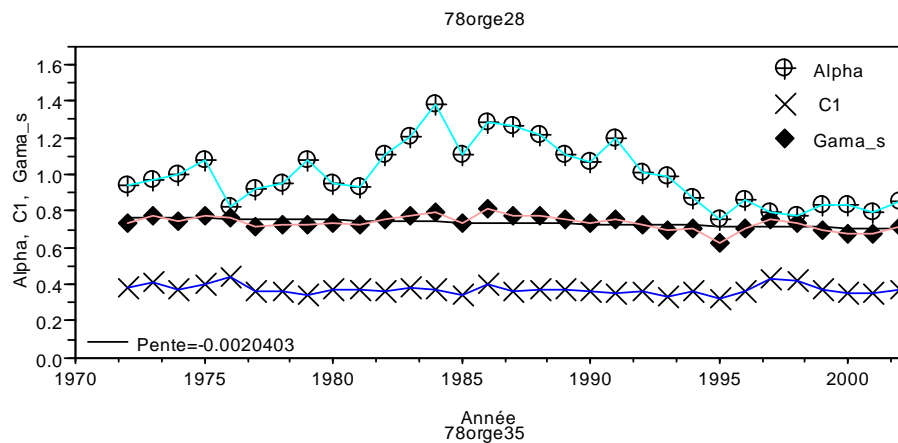
+ Les séries du département 38



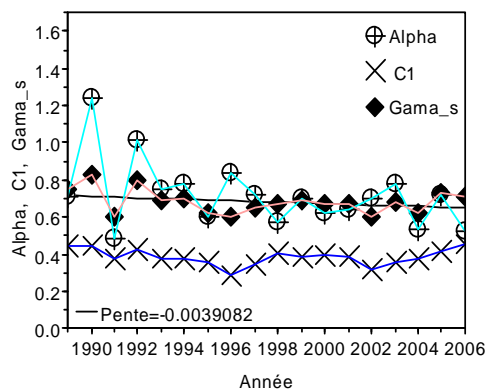
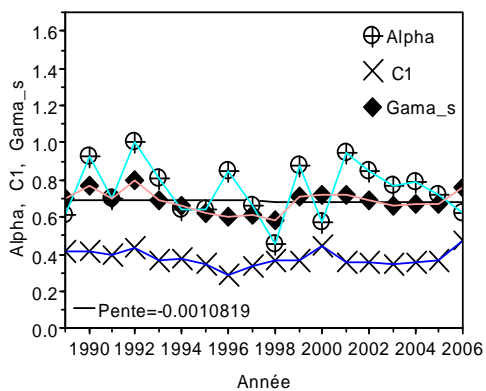
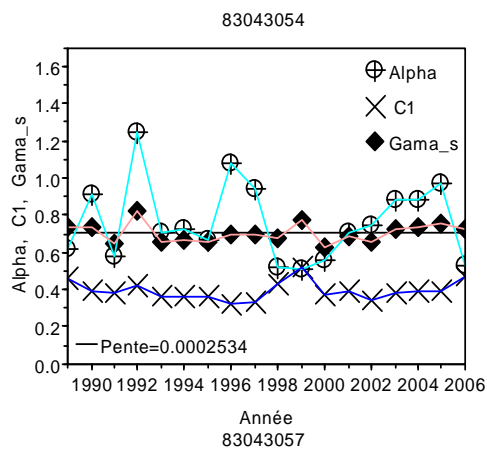
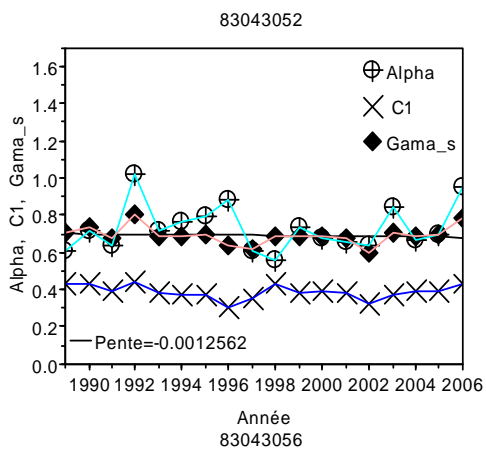


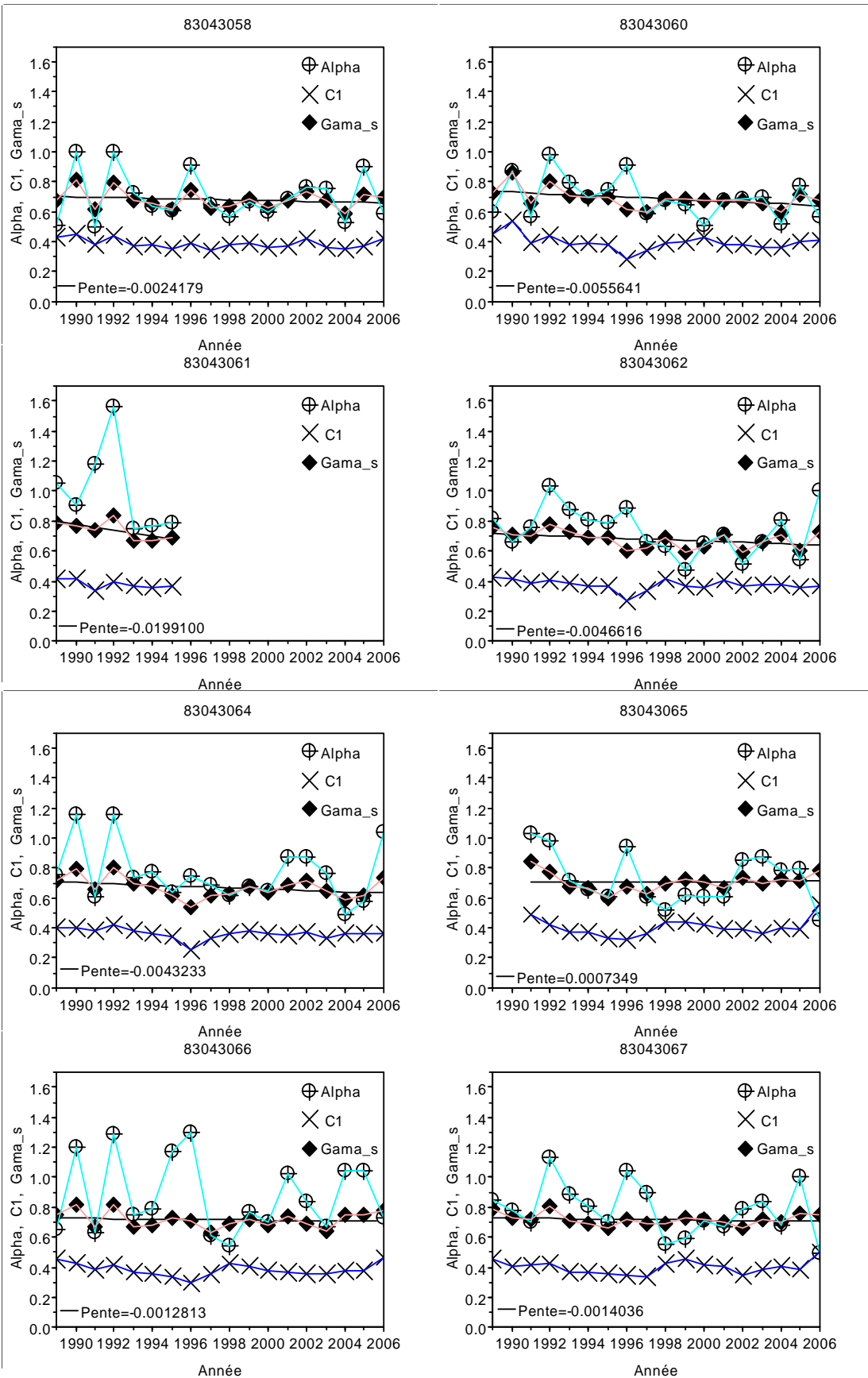
+ Les séries du département 78

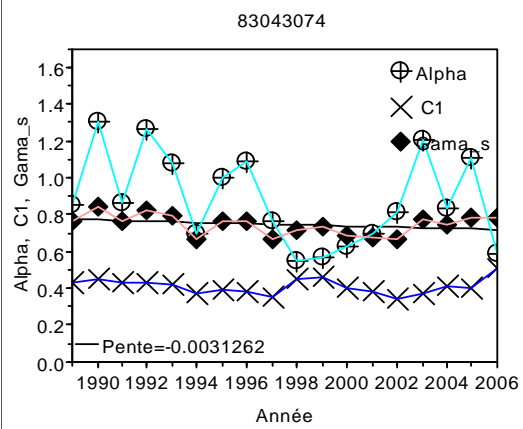
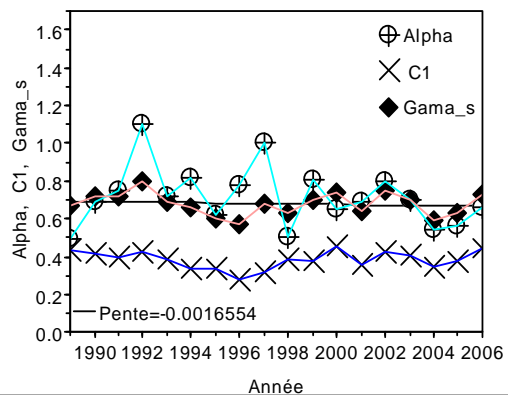
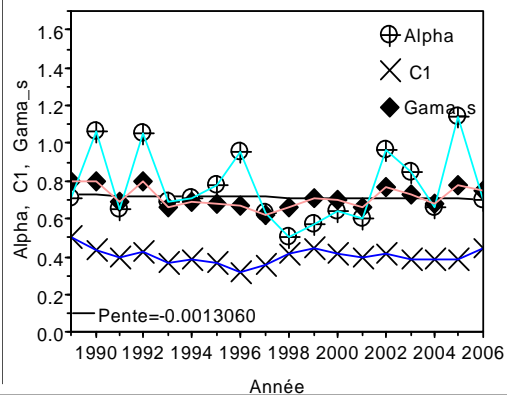
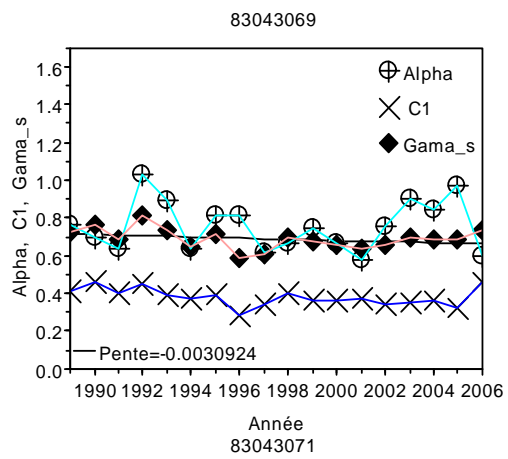
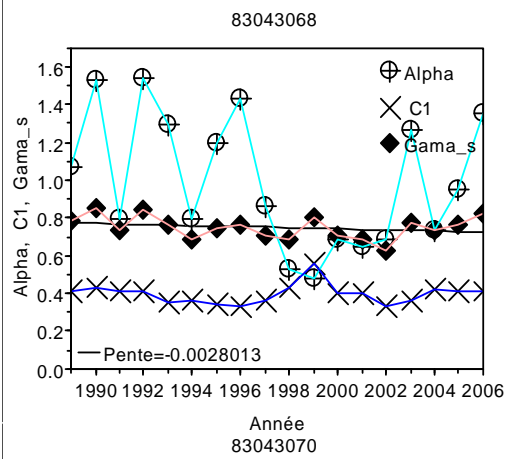




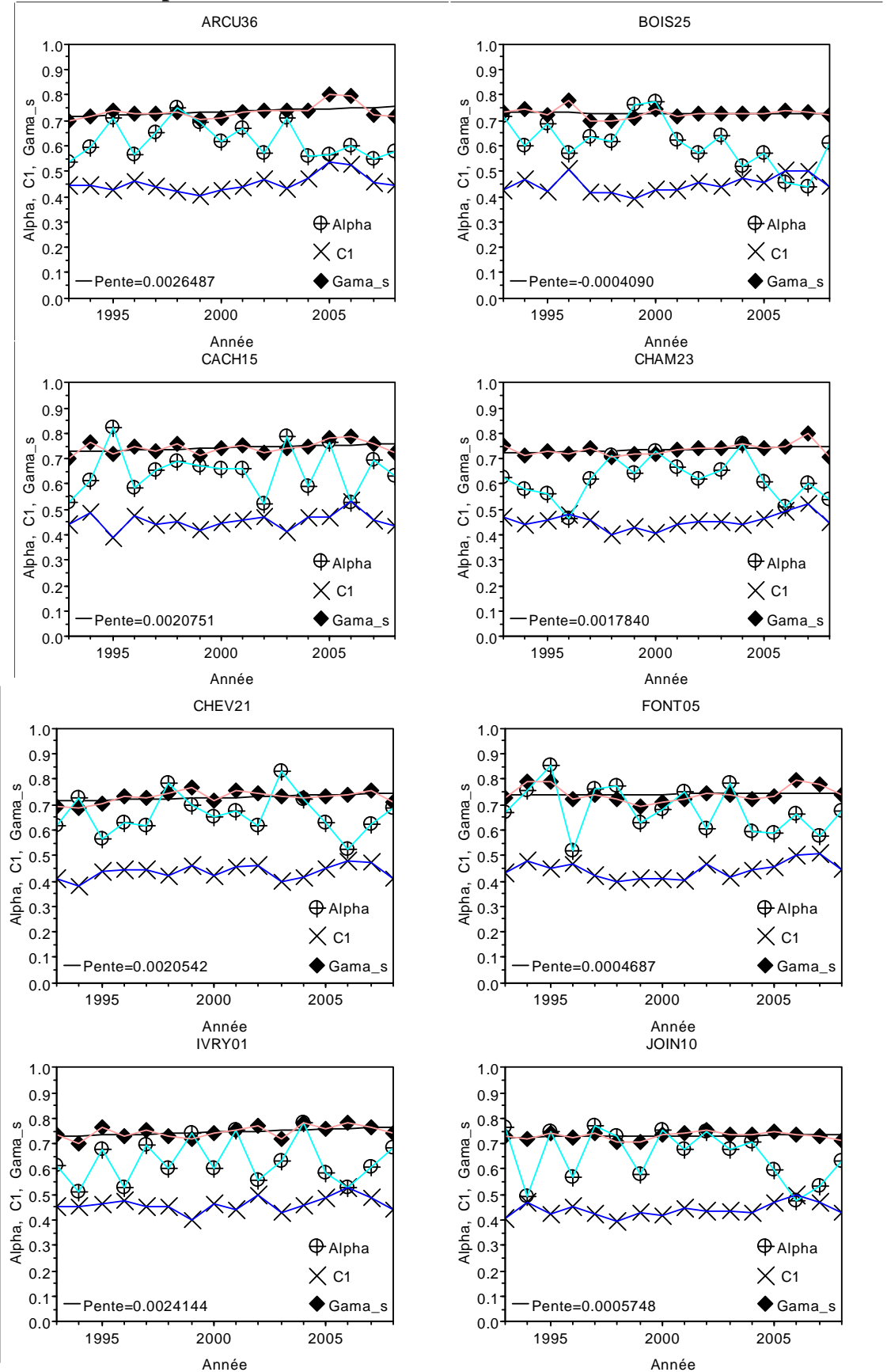
+ Les séries du département 83

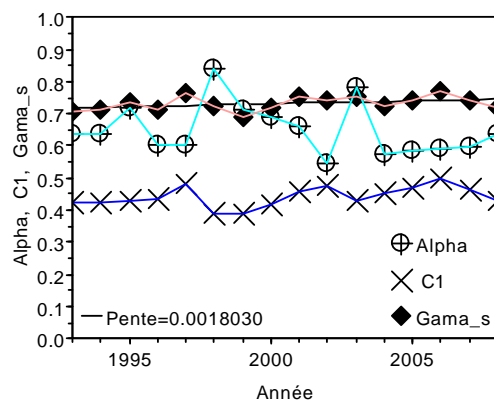
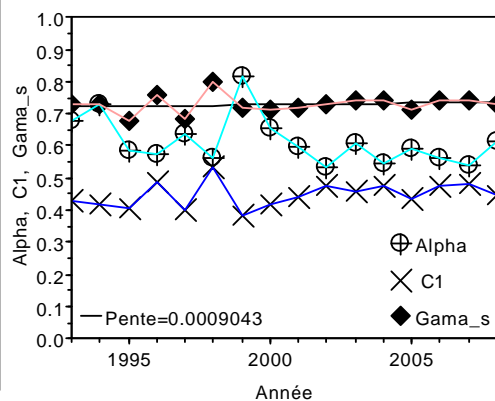
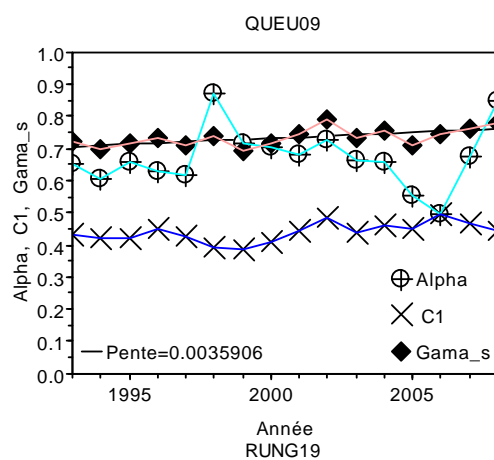
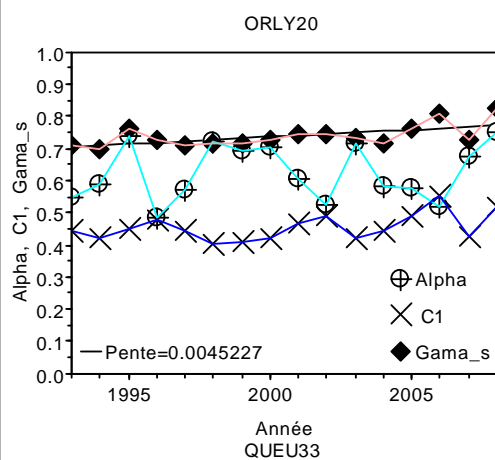
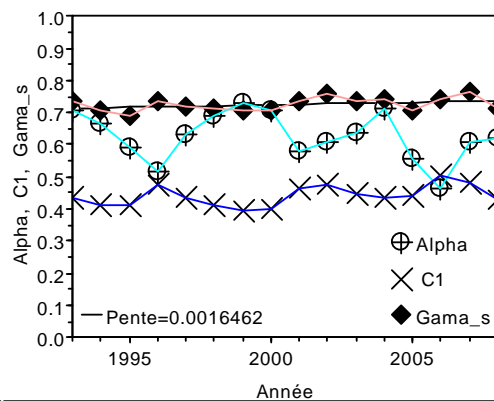
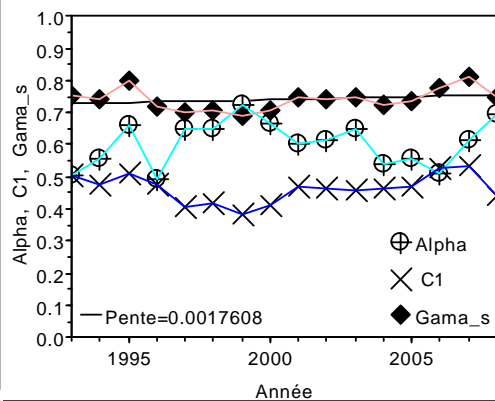
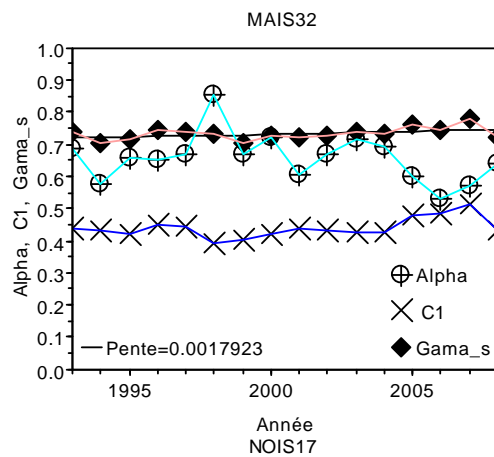
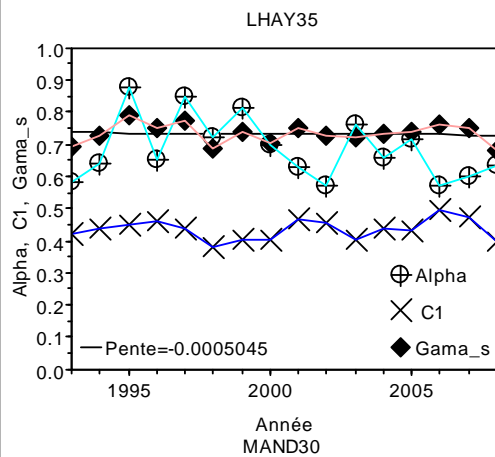


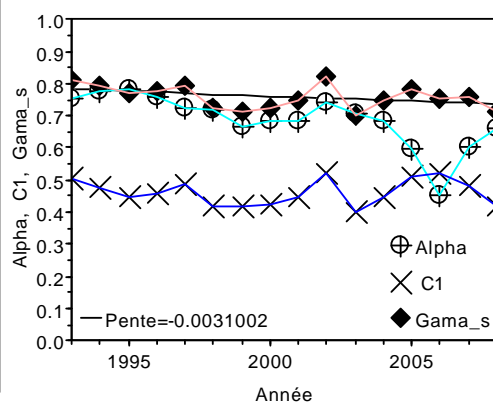
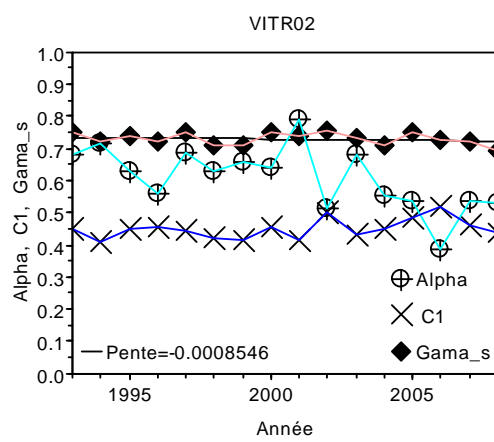
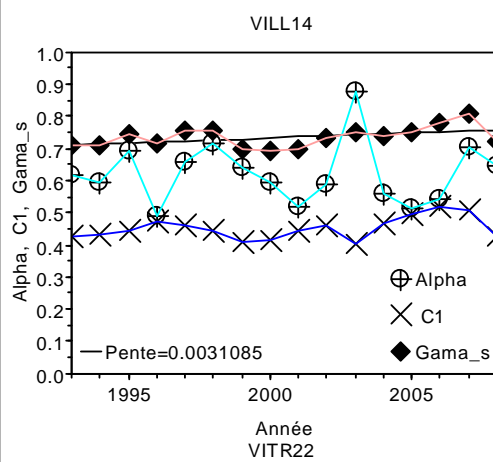
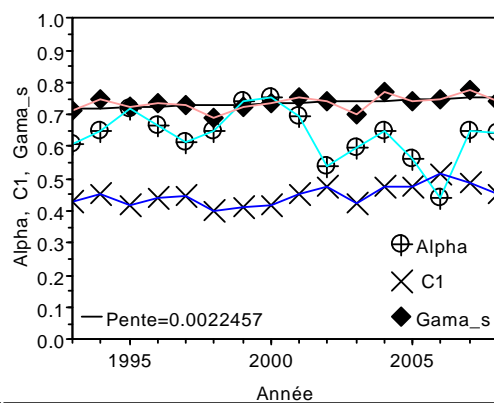
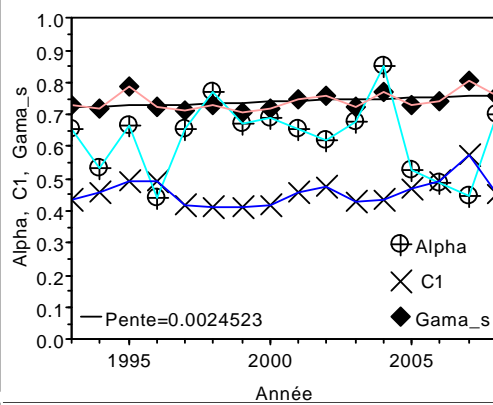
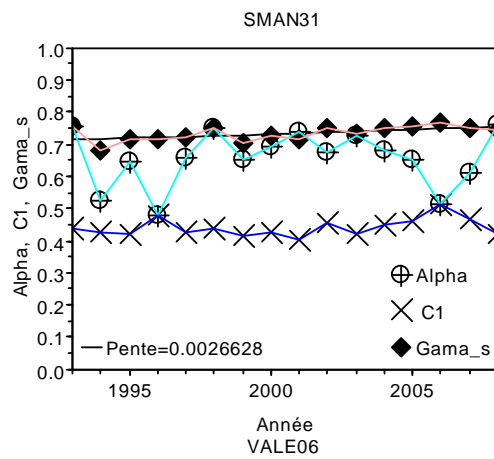
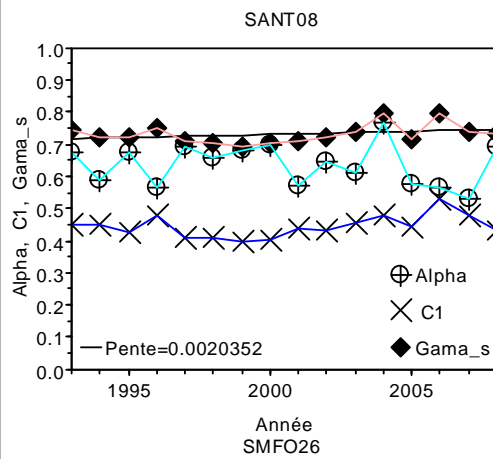




+ Les séries du département 94

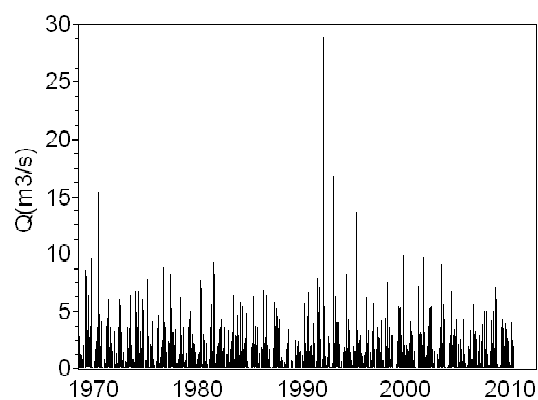




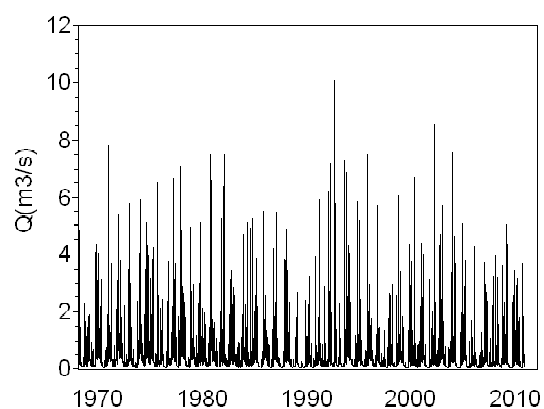


Annexe D. Données de deux bassins versants karstiques

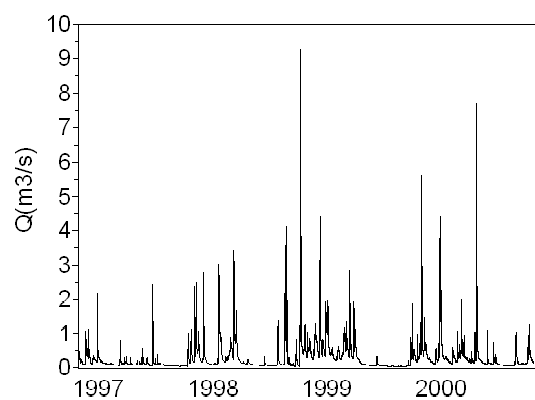
*** Visualisation des séries de la pluie et du débit sur deux bassins versants karstiques Aliou et Baget**



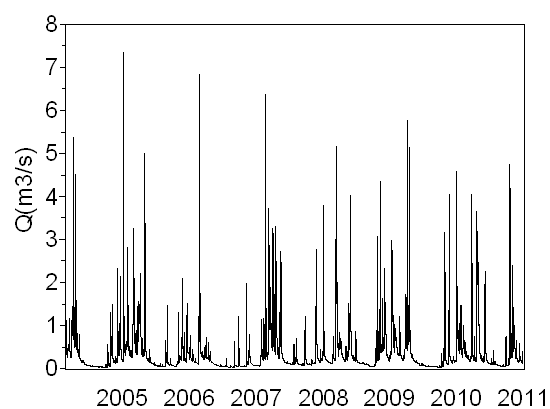
Série alj



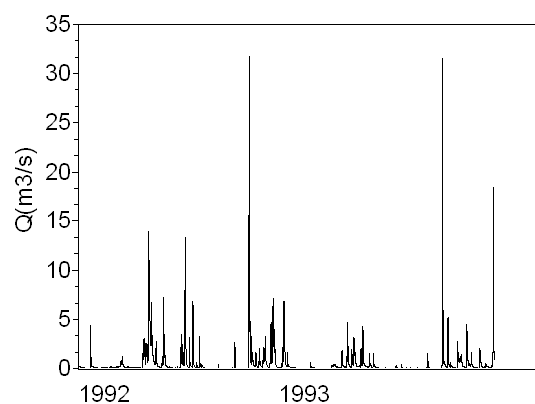
Série bgj



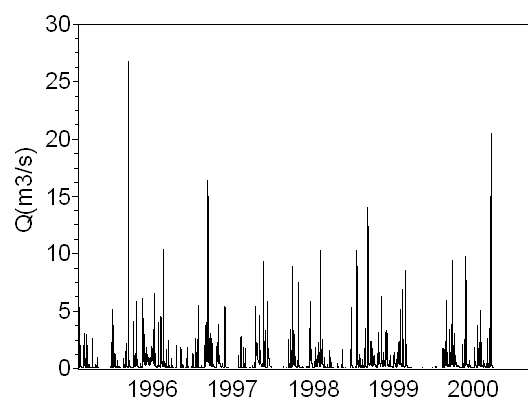
Série bg1



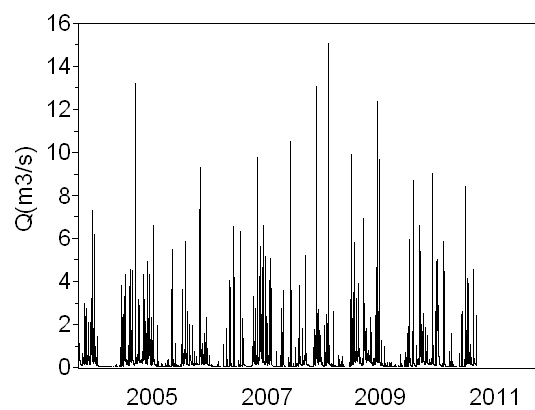
Série bg2



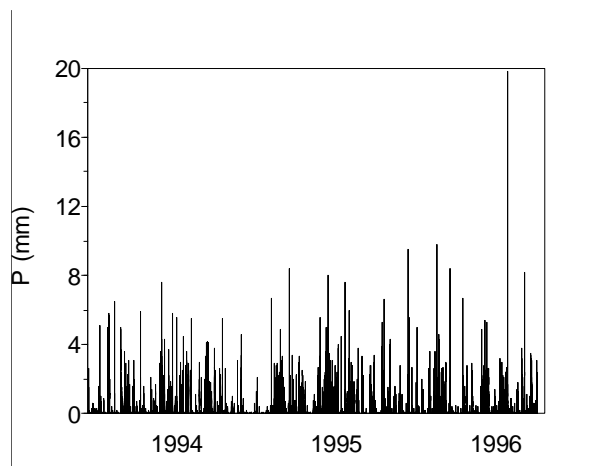
Série al1



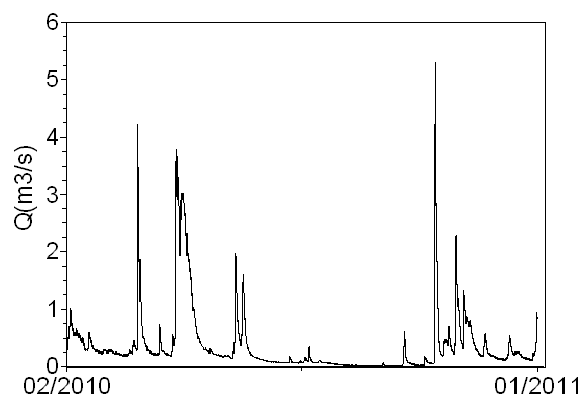
Série al2



Série al3



Série Pal1-5



Série bghres

Annexe E. Programme SERQUAL

E.1. Présentation de programme

Ce programme est utilisé pour quantifier la qualité des données. Tous les codes sont écrits dans le langage SCILAB. Notons que ce programme est désigné aux ceux qui ont de certains connaissances sur le langage SCILAB.

Ce programme est développé en se basant sur la procédure SERQUAL pour appliquer à des séries de données, dont la formation du fichier est présentée dans l'annexe A. Néanmoins, afin de pouvoir l'utiliser à d'autres types de données, une modification de code d'entrée est nécessaire pour s'adapter à lire et à traiter les entrées des données. Ce programme permet de quantifier la qualité des données selon les critères donnés, puis d'extraire les données ayant la qualité acquise. Il est structuré en trois fichiers suivants:

- Le premier fichier est dénommé « Principal.sci »: l'exécution de l'analyse est commencée à partir de ce fichier. Il contient les fonctions permettant de choisir les répertoires où contiennent les fichiers d'entrée, les codes de programme et les résultats qui seront sortis ; de charger les codes de programme ; de choisir les paramètres initiaux ; d'entrer une série ou à la fois plusieurs séries à analyser ; de sortir les résultats synthétiques des séries analysées.
- Le deuxième fichier « Titre_fichiers.sci » : Le nom sans son extension de chaque des fichiers contenant les séries est entré dans ce fichier afin de lire rapidement et automatiquement, surtout à la fois plusieurs fichiers à analyser.
- Le troisième fichier « Test_qualite.sci »: Ce fichier contient les codes principaux. Il permet d'analyser la série de données choisie. En sortie, il produit dans un répertoire préalablement choisi, les fichiers contenant les résultats et les graphiques de l'analyse globale et celle année par année, ainsi que un fichier contenant les données sélectionnées qui la qualité acquise pour des études à suivre.

E.2. Programme en langage SCILAB

```
***** Principal.sci *****

clear;
stacksize(10^8);
Path_ressource="D:\Données\";
Path_programme="D:\Programme\";
Path_sortie="D:\Résultats\";

getf(Path_programme+"Titre_fichiers.sci");
getf(Path_programme+"Test_qualite.sci");
[titre]=Titre_fichiers();
///// paramètres initiaux des critères //////////
txt=['Paramètre 1 ','Paramètre 2 ','Paramètre 3 '];
Critere_Pr=['50';'30';'5'];
sig=x_mdialog(['Critère de la qualité de la résolution'],txt,Critere_Pr);
Cr_Pr=evstr(sig);      //transformation en valeur du choix

Critere_R2=['0.8';'0.65';'0.5';'2';'30'];
txt1=['Paramètre 1 ','Paramètre 2 ','Paramètre 3 ','Gamme d échelle 1';'Gamme d échelle 1'];
sig=x_mdialog(['Critère de la Qualité du R2';'Gamme d échelle'],txt1,Critere_R2);
Cr_R2b=evstr(sig);   Cr_R2=Cr_R2b(1:3); place_scale=Cr_R2b(4:5);

Critere_mq=['20';'40';'60'];
sig=x_mdialog(['Critère de la Qualité de observation'],txt,Critere_mq); Cr_mq=evstr(sig);
//////////
fw=mopen(Path_sortie+'Qualité total.p5','w');
fprintf(fw,"%s\n","Ordre  Série  nb_ans  Période  Pr_5mn  Pr_max  pdt(Pr_max)  R<0(%)  Qté_Pr  Qté_R2  Qté_Mq");
Qté_Pr Qté_R2 Qté_Mq");

for serie=[1:10]
fi_donnee=Path_ressource+string(titre(serie))+".p5";
test_qualite(fi_donnee,Cr_Pr,Cr_R2,Cr_mq,place_scale);

xs2emf(serie,Path_sortie+string(titre(serie))+".1.emf");   xdel(serie);
xs2emf(serie+1000,Path_sortie+string(titre(serie))+".2.emf"); xdel(serie+1000);
end;
mclose(fw);

***** Titre_fichiers.sci *****

function [titre]=Titre_fichiers();

titre(1)="30edf001"; titre(2)="30edf002"; titre(3)="30edf003"; //.....
titre(166)="13055001";

endfunction
```

```

***** Test_qualite.sci *****
function test_qualite(fi_entree,Cr_Pr,Cr_R2,Cr_mq,place_scale)
prnttime(); printf(" Démarrage ....."); print(%io(2),return);
print(%io(2),serie);
ieee(1);
[N_lignes,A_debut,M_debut]=Cal_nb_ligne(fi_entree);
//print(%io(2),A_debut,M_debut,N_lignes);

////////////////////////////////////
fr=mopen(fi_entree,'r');
v=mgetl(fr,2);
A(:,1)=A_debut; n=1; n1_total=0; n1_an=0; nb_an=1;
totalpdt=0; T_manq=0; Tpluie=0;
T_manq1=zeros(1,100); Tpluie1=zeros(1,100); totalpdt1=zeros(1,100);

while n<N_lignes+1
    v2=mgetl(fr,1)
    [nn,v1(1),v1(2)]=msscanf(v2,"%4e %4e");

    if v1(1)<0 then
//    [nn,v1(1),At,M]=msscanf(v2,"%4e %2e %2e"); // utilisé s'il n'y a pas de faute du fichier
original

//////////////////////////////////// à traiter, à cause d'une faute du fichier original //////////////////////////////////
        if v1(2) < 13 then At =0;
        elseif v1(2) < 113 then At =1;
        elseif v1(2) < 213 then At =2;
        elseif v1(2) < 313 then At =3;
        elseif v1(2) < 413 then At =4;
        elseif v1(2) < 513 then At =5;
        elseif v1(2) < 613 then At =6;
        elseif v1(2) < 713 then At =7;
        elseif v1(2) < 813 then At =8;
        elseif v1(2) < 913 then At =9;
        else [nn,v1(1),At,M]=msscanf(v2,"%4e %2e %2e");
        end;
////////////////////////////////////

        if At <> A(:,nb_an) then
            nb_an=nb_an+1;
            n1_an=0;
            A(:,nb_an)=At;
        end;
    end;

    if v1(1)>0 then
        if v1(1)<>9900 then

```

```

        totalpdt= totalpdt + v1(1);
        if v1(2)<0 then R5bis=0; else R5bis=v1(2)*0.1/v1(1); end; // pour choisir les
années de 5mn
        R5(nb_an,totalpdt1(nb_an)+1:totalpdt1(nb_an)+v1(1))=R5bis; // pour choisir
les années de 5mn
        totalpdt1(nb_an)=totalpdt1(nb_an)+v1(1);

        if v1(2)<0 then
            T_manq=T_manq + v1(1); // calcul de durée manquante pour toute la
série
            T_manq1(nb_an)=T_manq1(nb_an) + v1(1); // calcul de durée manquante pour
chaqu'année
        end;

        if v1(2)/v1(1)>0.005 then
            Tpluie=Tpluie + v1(1); // calcul de durée pluie pour toute la série
            Tpluie1(nb_an)=Tpluie1(nb_an) + v1(1); // calcul de durée pluie pour chaque année
        end;

        if v1(2)>0 then // Compte la Pluie vraie (R>0) or presentes (R>=0)
            n1_total=n1_total+1; N(n1_total,1)=v1(1); N(n1_total,2)=v1(2)*0.1/v1(1);
// pour toute la série
            n1_an= n1_an+1; NA_an(n1_an,nb_an)=v1(1); // pour
chaqu'année
        end; // Neu chi xet den Pluie (R>0) or presentes (R>=0)
    end;
end;

n=n+1; v2=[]; v1=[];
end
fclose(fr);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

//// Estimation de nombres de jours, de mois et de ans de la série
nbjour=totalpdt*5/(60*24);
nbmois=nbjour/30.4;
nbans=nbjour/365;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

fw1=mopen(Path_sortie+"Qté_"+string(titre(serie))+'.p5','w');
mfprintf(fw1,"%s\n"," Période Pr_5mn Pr_max pdt(Pr_max) R<0(%) Qté_Pr Qté_R2
Qté_Mq");
fw2=mopen(Path_sortie+"Fré_"+string(titre(serie))+'.text','w');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Analyse globale de la série %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

mfprintf(fw2,"%s %8.f %s %3.f\n"," Toute la série :",A(:,1),"-",A(:,length(A)));
[n5,nfois,Pr]=Cal_Frequence(N(:,1));

```

```

mfprintf(fw2,"%6.f %8.f %8.2f\n",n5,nfois,Pr);
graph_normal(n5,Pr,titre(serie));
[Prmax,index]=max(Pr);

if n5(index)<=3 then
    if min(n5)<=3 then
        if length(n5(n5<=30))>= 3 then
            graph_log(n5,Pr,titre(serie));
            if min(n5)>=2 then place_scale(1)=1; else place_scale(1)=2; end;
        place_scale(2)=length(n5(n5<=30));
        [pente,R2,xx,yy1]=Calcul_Pente(n5',Pr',place_scale);
        plot2d(10^xx,10^yy1,[2]);
        legends("Pente = "+string(pente)+ " ; R^2 = "+string(R2)+"",[2],opt=1);
    end;
    else R2=0;
end;
else R2=0;
end;

if n5(1)==1 then Pr_5mn=Pr(1); else Pr_5mn=0; end;
dureemanq=T_manq*100/totalpdt;
//dureepluie=Tpluie*100/(totalpdt-T_manq);
[qualite]=TestQualite(n5,Pr,R2,dureemanq,Cr_Pr,Cr_R2,Cr_mq);

mfprintf(fw,"%3.f %10s %3.f %5.f %s %2.f %6.2f %6.2f %5.f %11.2f %5s %6s
%6s\n",serie,titre(serie),length(A),A(:,1),"-
",A(:,length(A)),Pr_5mn,Prmax,n5(index),dureemanq,qualite(1),qualite(2),qualite(3));
mfprintf(fw1,"%s %6.2f %6.2f %5.f %11.2f %5s %6s %6s\n", " Série
",Pr_5mn,Prmax,n5(index),dureemanq,qualite(1),qualite(2),qualite(3));
//////////////////////////////////////////////////////////////////

////////// Analyse année par année //////////
//if length(NA_an(1,:))<length(A) then NA_an(:,length(A))=0; end; // éviter la cas où l'année
dernière a 100% manquante

totalR5=[]; to_pdt=0;

for i=1:length(A)

    mfprintf(fw2,"%s %8.f\n", "année : ",A(:,i));
    // titreA="année : "+string(A(:,i))+"";
    [n5,nfois,Pr]=Cal_Frequence(NA_an(:,i));
    mfprintf(fw2,"%6.f %8.f %8.2f\n",n5,nfois,Pr);
    ////graph_normal(n5,Pr,titreA); // fermeture si pas besoin de
    graphs de chaque année
    [Prmax,index]=max(Pr);

    if n5(index)<=3 then

```

```

    if min(n5)<=3 then
        if length(n5(n5<=30))>= 3 then
            /// graph_log(n5,Pr,titreA); // fermeture si pas besoin de
graphs de chaque année
            if min(n5)==2 then place_scale(1)=1; else place_scale(1)=2; end;
place_scale(2)=length(n5(n5<=30));
            [pente,R2,xx,yy1]=Calcul_Pente(n5',Pr',place_scale);
            /// plot2d(10^xx,10^yy1,[29]); // fermeture si pas besoin
de graphs de chaque année
            /// legends(" Pente = " +string(pente)+ " ; R^2 = "+string(R2)+"",[29],opt=1); //
fermeture si pas besoin de graphs de chaque année
        end;
        else R2=0;
        end;
    else R2=0;
    end;

    if n5(1)==1 then Pr_5mn=Pr(1); else Pr_5mn=0; end;
    dureemanq=T_manq1(i)*100/totalpdt1(i);
    [qualite]=TestQualite(n5,Pr,R2,dureemanq,Cr_Pr,Cr_R2,Cr_mq);

    if n5==[] then
        fprintf(fw1,"%5.f %s %11.2f %5s %6s %6s\n",A(:,i)," - - -
",dureemanq,qualite(1),qualite(2),qualite(3));
    else
        fprintf(fw1,"%5.f %9.2f %6.2f %5.f %11.2f %5s %6s
%6s\n",A(:,i),Pr_5mn,Prmax,n5(index),dureemanq,qualite(1),qualite(2),qualite(3));
    end;

    ////////// Extraire les années à résolution de 5mn //////////
    if n5(index)==1 then
        if A(:,i)<10 then AAAA(:,i)=2000+A(:,i); else AAAA(:,i)=1900+A(:,i); end;
        // if AAAA(:,i)>1994 then // si on veut fixer à partir de quelle année
        totalR5(to_pdt+1:to_pdt+totalpdt1(i))=R5(i,1:totalpdt1(i));
        to_pdt=to_pdt+totalpdt1(i);
        // end; // si on veut fixer à partir de quelle année
    end;

end;

////////////////////////////////////
fprintfMat(Path_sortie+string(titre(serie))+ "_R5choix.p5",totalR5,'%7.3f');

fclose(fw1);
fclose(fw2);
N=[]; NA_an=[]; A=[]; Tpluie1=[]; T_manq1=[]; totalpdt1=[]; R5=[];
prnttime(); printf(' FINI'); print(%io(2),return);
endfunction
function prnttime()

```



```

time=getdate();
printf(' (hh,mm,ss)= ')
printf(sci2exp(time(7:9)));
endfunction

```

```

function [Nb_lignes,AA,MM]=Cal_nb_ligne(fi_entree);
fr=mopen(fi_entree,'r');
vo1=mgetl(fr,3);
[nn,code,AA,MM]=msscanf(vo1(3),"%4e %2e %2e");
vo2=mgetl(fr); dim=size(vo2);
Nb_lignes=dim(1)+1; vo2=[];
mclose(fr);
endfunction

```

```

function [n5,nfois,Pr]=Cal_Frequence(pdt);
n5=[]; nfois=[]; Pr=[];
count=0;
for i=1:8928
    nb=length(pdt(pdt==i));
    if nb>0 then
        count=count+1;
        n5(count)=i; nfois(count)=nb;
    end;
end
Pr=nfois*100/sum(nfois);
endfunction

```

```

function graph_normal(x,y,titre)
scf(serie);
frame=[0,0,50,100]
plot2d3(x,y,[2],rect=frame);
xtitle(titre,"Durée(*5 mn) "," Pr ");
endfunction

```

```

function graph_log(x,y,titre)
scf(serie+1000);
frame=[1,10^(-2),100,100]
plot2d("oll",x,y,[-2],rect=frame);
xtitle(titre,"Durée(*5mn)"," Pr ");
endfunction

```

```

function [Qte]=TestQualite(n5,Pr,R2,T_mq,Cr_Pr,Cr_R2,Cr_mq)
Qte=[];
[Prmaxi,indexm]=max(Pr);
//// Qualité de la résolution effective
if n5(indexm)==1 then
    if Pr(1)>= Cr_Pr(1) then Qte(1)="A1" ;
    elseif Pr(1)>= Cr_Pr(2) then Qte(1)="A2";

```

```

        else Qte(1)="A3";
    end;
elseif n5(indexm)==2 then
    if max(Pr)>= Cr_Pr(1) then Qte(1)="B1" ;
        elseif max(Pr)>= Cr_Pr(2) then Qte(1)="B2";
            else Qte(1)="B3";
        end;
elseif n5(indexm)==3 then
    if max(Pr)>= Cr_Pr(1) then Qte(1)="C1" ;
        elseif max(Pr)>= Cr_Pr(2) then Qte(1)="C2";
            else Qte(1)="C3";
        end;
    else Qte(1)="0";
end;

//// Qualité du R2
if R2 >= Cr_R2(1) then Qte(2)="A1";
    elseif R2 >= Cr_R2(2) then Qte(2)="A2";
        elseif R2 >= Cr_R2(3) then Qte(2)="A3";
            else Qte(2)="0";
        end;
end;

//// Qualité d'observation
if T_mq <= Cr_mq(1) then Qte(3)="A1";
    elseif T_mq <= Cr_mq(2) then Qte(3)="A2";
        elseif T_mq <= Cr_mq(3) then Qte(3)="A3";
            else Qte(3)="0";
        end;
if n5==[] then Qte(1)="0"; Qte(2)="0"; Qte(3)="0"; end;
endfunction

function [pente,R2,xx,yy1]=Calcul_Pente(x,y,place_scale);
xx=[]; yy=[]; yy1=[];
xx=log10(x(place_scale(1):place_scale(2)));
yy=log10(y(place_scale(1):place_scale(2)));
[pente,b,sig]=reglin(xx,yy); pente=floor(pente*1000)/1000;
yy1=pente*xx+b;
R2=Calcul_R2(xx,yy);
endfunction

function R=Calcul_R2(x1,y1);
R=((((x1-mean(x1))*(y1-mean(y1)))/((sum((x1-mean(x1))^2)^0.5)*(sum((y1-mean(y1))^2)^0.5)))^2;
R=floor(R*1000)/1000;
if abs(y1(2)-y1(length(y1)))<0.00000001 then R=1; end
endfunction
*****

```

Références bibliographiques

- Andrieu, H., 1986. Interpretation de mesures du radar Rodin de Trappes pour la connaissance en temps réel des précipitations en Seine-Saint-Denis et Val-de-Marne. Interet pour la gestion automatisée d'un réseau d'assainissement. PhD Thesis, Ecole des Ponts et Chaussées, Paris (France), 190 pp.
- Arnaud, P. et Lavabre, J., 1999. Using a stochastic model for generating hourly hyetographs to study extreme rainfalls., *Hydrological Sciences Journal*, 44(3): 433-446.
- Aronica, G. T. et Freni, G., 2005. Estimation of sub-hourly DDF curves using scaling properties of hourly and sub-hourly data at partially gauged site. *Atmospheric Research* 77(1-4): 114–123.
- Atkinson, T. C., 1977. Diffuse flow and conduit flow in limestone terrain in the Mendip Hills, Somerset (Great Britain). *Journal of Hydrology*, 35(1-2): 93-110.
- Barnsley, M., 1993. *Fractal everywhere*. Accademy Press Professional, San Diego, CA, USA, 394 pp.
- Bendjoudi, H., Hubert, P., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1997. Interprétation multifractale des courbes intensité-durée-fréquence des précipitations. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science*, 325(5): 323-326.
- Bendjoudi, H. et Hubert, P., 1998. A propos de la distribution statistique des cumuls pluviométriques annuels. Faut-il en finir avec la normalité. *Revue des sciences de l'eau*, 11(4): 617-630.
- Bendjoudi, H., Ducharme, A., Hubert, P., Larcheveque, M., Schertzer, D. et Tchiguirinskaia, I., 2004. Programme Risque-Inondations 2. Prédétermination multifractale des précipitations et des crues, Ministère de l'Ecologie et du Développement Durable, Paris, 73 pp.
- Berggren, K., 2007. Urban drainage and climate change—impact assessment. Licentiate Thesis, Luleå University of Technology, LIC, 40 pp.
- Bergström, S. et Graham, L. P., 1998. On the scale problem in hydrological modelling. *Journal of Hydrology*, 211(1-4): 253-265.
- Bernardara, P., Lang, M., Sauquet, E., Schertzer, D. et Tchiguirinskaia, I., 2007. Analyse multifractale en Hydrologie, Application aux séries temporelles. Quae, 54 pp.
- Berndtsson, R. et Niemczynowicz, J., 1988. Spatial and temporal scales in rainfall analysis -- Some aspects and future perspectives. *Journal of Hydrology*, 100(1-3): 293-313.
- Berne, A., Delrieu, G., Creutin, J.-D. et Obled, C., 2004. Temporal and spatial resolution of rainfall measurements required for urban hydrology. *Journal of Hydrology*, 299(3-4): 166-179.
- Biaou, A. C., 2004. De la méso-échelle à la micro-échelle: Désagrégation spatio-temporelle multifractale des précipitations. PhD Thesis, Ecole de Mine de Paris, Paris, 197 pp.

- Bourel, L., 1994. Recherches méthodologiques sur l'estimation des précipitations par radar sur un bassin versant en région montagneuse en vue de la prévision des crues. PhD Thesis, Toulouse, FRANCE, 174 pp.
- Burlando, P. et Rosso, R., 1996. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. *Journal of Hydrology*, 187(1-2): 45-64.
- Chambers, J. M., Mallows, C. L. et Stuck, B. W., 1976. A method for simulating stable random variables. *Journal of the American Statistical Association*, 71(354): 340-344.
- Chaouche, K., 2001. Approche multifractale de la modélisation stochastique en hydrologie. PhD Thesis, ENGREF, Paris, 100 pp.
- Chigirinskaya, Y., Schertzer, D., Lovejoy, S., Lazarev, A. et Ordanovich, A., 1994. Unified multifractal atmospheric dynamics tested in the tropics: part I, horizontal scaling and self criticality. *Nonlinear processes in Geophysics* 1(2/3): 105-114.
- Cho, H. R., 1985. Stochastic Dynamics of Precipitation: An Example. *Water Resour. Res.*, 21(8): 1225-1232.
- de Lima, M. I. P., 1998. Multifractals and the temporal structure of rainfall. PhD Thesis, Agricultural University Wageningen, Wageningen, 229 pp.
- de Lima, M. I. P. et Grasman, J., 1999. Multifractal analysis of 15-min and daily rainfall from a semi-arid region in Portugal. *Journal of Hydrology*, 220(1-2): 1-11.
- de Lima, M. I. P. et de Lima, J. L. M. P., 2009. Investigating the multifractality of point precipitation in the Madeira archipelago. *Nonlin. Processes Geophys.*, 16: 299-311.
- de Montera, L., Barthès, L., Mallet, C. et Golé, P., 2009. The Effect of Rain - No Rain Intermittency on the Estimation of the Universal Multifractals Model Parameters. *Journal of Hydrometeorology*, 10(2): 493-506.
- Deidda, R., Benzi, R. et Siccaldi, F., 1999. Multifractal modeling of anomalous scaling laws in rainfall. *Water resources research* 35(6): 1853-1867.
- Deidda, R., Badas, M. G. et Piga, E., 2006. Space-time multifractality of remotely sensed rainfall fields. *Journal of Hydrology*, 322(1-4): 2-13.
- Desaulniers-Soucy, N., Lovejoy, S. et Schertzer, D., 2001. The HYDROP experiment: an empirical method for the determination of the continuum limit in rain. *Atmospheric Research*, 59-60: 163-197.
- Douglas, E. M. et Barros, A. P., 2003. Probable Maximum Precipitation Estimation Using Multifractals: Application in the Eastern United States. *Journal of Hydrometeorology*, 4(6): 1012-1024.
- Drew, D. et Hotzl, H., 1999. Conservation of karst terrains and karst waters: the future. In: Drew, D. et Hotzl, H. (Editors), *Karst Hydrogeology and Human Activities. Impacts, Consequences and Implications*, International Contributions to hydrogeology (IAH), Brookfield (Balkema), Rotterdam, pp. 275-280.
- Eisenlohr, L., Király, L., Bouzelboudjen, M. et Rossier, Y., 1997. Numerical simulation as a tool for checking the interpretation of karst spring hydrographs. *Journal of Hydrology*, 193(1-4): 306-315.
- Falconer, K., 1990. *Fractal Geometry. Mathematical foundations and applications*. John Wiley & Sons, Chichester, England, 288 pp.
- Fankhauser, R., 1997. Measurement properties of tipping bucket rain gauges and their influence on urban runoff simulation. *Water Science and Technology*, 36(8-9): 7-12.

- Fankhauser, R., 1998. Influence of systematic errors from tipping bucket rain gauges on recorded rainfall data. *Water Science and Technology*, 37(11): 121-129.
- Feder, J., 1988. *Fractals*. Plenum Press, New York, USA, 283 pp.
- Feller, W., 1971. *An introduction to probability theory and its applications*, vol. 2, 2nd edition, Wiley, 657 pp.
- Ford, D. C. et Williams, P. W., 1989. *Karst Geomorphology and Hydrology*. Unwin Hyman, Winchester, MA, 601 pp.
- Foufoula-Georgiou, E. et Kumar, P., 1995. *Wavelets in Geophysics*. Academic Press, New York, 381 pp.
- Frish, U., Sulem, P. et Nelkin, M., 1978. A simple dynamical model of intermittency in fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 87: 719-724.
- Garcia-Marin, A. P., Jimenez-Hornero, F. J. et Ayuso, J. L., 2007. Applying multifractality and the self-organized criticality theory to describe the temporal rainfall regimes in Andalusia (southern Spain). *Hydrol. Process.*, 22(2): 295-308.
- Gaudio, R., De Bartolo, S. G., Primavera, L., Gabriele, S. et Veltri, M., 2004. Lithologic control on the multifractal spectrum of river networks. *Journal of Hydrology*, 327(3-4): 365-375.
- Gnedenko, B., 1943. Sur La Distribution Limite Du Terme Maximum D'Une Serie Aleatoire. *The Annals of Mathematics*, 44(3): 423-453.
- Goldscheider, N., 2002. *Hydrogeology and vulnerability of karst systems-Examples from the northern Alps and Swabian Alb*. PhD Thesis, The university of Karlsruhe, 236 pp.
- Gumbel, E. J., 1958. *Statistics of extremes*. Columbia University Press. Columbia University Press, New York, 395 pp.
- Gupta, V. K. et Waymire, E. C., 1993. A statistical analysis of mesoscale rainfall as a random cascade. *Journal of Applied Meteorology* 32(2): 251-267.
- Hack, J. T., 1957. *Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland*, US Geological Survey, USA.
- Halsey, T. C., Jensen, M. H., Kadanoff, L. P., Procaccia, I. et Shraiman, B. I., 1986. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. *Physical Review A*, 33(2): 1141-1151.
- Harris, D., Menabde, M., Seed, A. et Austin, G., 1996. Multifractal characterization of rain fields with a strong orographic influence. *J. Geophys. Res.*, 101(D21): 26405-26414.
- Hasting, H. et Sugihara, G., 1993. *Fractals: a user's guide for the natural sciences*. Oxford University Press, Oxford, U.K, 248 pp.
- Hentschel, H. G. E. et Procaccia, I., 1983. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 8(3): 435-444.
- Hittinger, F., 2008. *Intercomparaison des incertitudes dans l'Analyse de Fréquence de Crues classique et l'Analyse Multifractale de Fréquence de Crues*, M. Sc., Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble, 50 pp.
- Hoang, C. T., 2008. *Analyse fréquentielle classique et multifractale des 10 series pluviométriques à haute résolution*, M. Sc., Université P. & M. Curie, Paris, 50 pp.
- Horton, R. E., 1932. *Drainage Basin Characteristics*. *Trans. Am. Geophys. Union*, 13: 356-361.

- Hubert, P. et Carbonnel, J. P., 1988. Caractérisation fractale de la variabilité et de l'anisotropie des précipitations intertropicales. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 2(307): 909-914.
- Hubert, P. et Carbonnel, J. P., 1989. Dimensions fractales de l'occurrence de pluie en climat soudano-sahélien. *Hydrologie Continentale*, 4(1): 3-10.
- Hubert, P. et Carbonnel, J. P., 1991. Fractal characterization of intertropical precipitation variability and anisotropy. In: Schertzer, D. et Lovejoy, S. (Editors), *Non-linear variability in Geophysics: scaling and fractals*. Kluwer Academic, The Netherlands, pp. 209-213.
- Hubert, P., Tessier, Y., Lovejoy, S., Schertzer, D., Schmitt, F., Ladoy, P., Carbonnel, J. P., Violette, S. et Desurogne, I., 1993. Multifractals and extreme rainfall events. *Geophys. Res. Lett.*, 20(10): 931-934.
- Hubert, P., 1995. Fractals et multifractals appliqués à l'étude de la variabilité spatio-temporelle des précipitations, *Space and Time Scale Variability and Interdependencies*. In: Feddes, R. (Editor), *Hydrological Processes*. Cambridge University Press, UK, pp. 175-181.
- Hubert, P., Friggitt, F. et Carbonnel, J. P., 1995. Multifractal structure of rainfall occurrence in west Africa, *New Uncertainty Concepts*. In: Kundzewicz, Z.W. (Editor), *Hydrology and Water Resources*. Cambridge University Press, UK, pp. 109-113.
- Hubert, P., 1999. Des crues et des échelles. *La Houille Blanche*, 7/8: 83-87.
- Hubert, P., Bendjoudi, H., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 2002a. Multifractal taming of extreme hydrometeorological events. *The Extremes of the Extremes (Proceedings of a Symposium on extraordinary floods held at Reykjavik, Iceland, July 2000)*, IAHS Publ, 271: 51-56.
- Hubert, P., Tchiguirinskaia, I., Bendjoudi, H., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 2002b. Multifractal modeling of the Blavet river discharges at Guerledan. *Third Celtic Hydrology Colloquium, Pay-de-Galle, Irlande*: 47-58.
- Hubert, P., 2005. La prédétermination des crues. *Comptes Rendus Geosciences*, 337(1-2): 219-227.
- Hubert, P., Tchiguirinskaia, I., Bendjoudi, H., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 2005. Multifractal Modeling of Floods. in: *Transboundary Floods: Reducing Risks and Enhancing Security through Improved Flood Management Planning*. edited by J. Marsalek and G. Stancalie, Springer Netherlands, Dordrecht: 6pp.
- Hurst, H. E., 1951. Long-term storage capacity of reservoirs. *American Society of Civil Engineers*, 116: 770-808.
- Kantelhardt, J. W., Koscielny-Bunde, E., Rybski, D., Braun, P., Bunde, A. et Havlin, S., 2006. Long-term persistence and multifractality of precipitation and river runoff records. *J. Geophys. Res.*, 111(D1): D01106.
- Kiely, G. et Ivanova, K., 1999. Multifractal analysis of hourly precipitation. *Physics and Chemistry of the Earth, Part B: Hydrology, Oceans and Atmosphere*, 24(7): 781-786.
- Kiraly, L., 1979. Remarques sur la simulation des failles et du réseau karstique par éléments finis dans les modèles d'écoulements. *Bulletin du Centre d'Hydrogéologie*. Neuchâtel, 3: 155-167.
- Klemes, V., 1983. Conceptualization and scale in hydrology. *Journal of Hydrology*, 65(1-3): 1-23.

- Kolesnikova, V. N. et Monin, A. S., 1965. spectra of oscillations in meteorological fields. Meteorol. Res., Sov. Geophys. Comm. Acad. Sci. USSR, 16: 30-56.
- Kolmogorov, A. N., 1941. Local structure of turbulence in an incompressible liquid for very large Reynolds numbers. Dokl. Acad. Sci. USST, 30: 229.
- Koscielny-Bunde, E., Kantelhardt, J. W., Braun, P., Bunde, A. et Havlin, S., 2006. Long-term persistence and multifractality of river runoff records: Detrended fluctuation studies. Journal of Hydrology, 322(1-4): 120-137.
- Kundu, P. K. et Bell, T. L., 2006. Space-time scaling behavior of rain statistics in a stochastic fractional diffusion model Journal of Hydrology, 322(1-4): 49-58.
- Kvicera, V., Fiser, O., Riva, C. et Sharma, P., 2005. Comparison of Tipping-bucket raingauge record processing at various workplaces. Contribution PM9103 of the 3rd (Final) Workshop of the COST280 project Propagation Impairment Mitigation for Millimetre Wave Radio Systems, Prague, Czech Republic 1-4.
- La Barbera, P. et Rosso, R., 1989. On the Fractal Dimension of Stream Networks. Water Resour. Res., 25(4): 735-741.
- La Barbera, P., Lanza, L. G. et Stagi, L., 2002. Tipping bucket mechanical errors and their influence on rainfall statistics and extremes. Water Science and Technology, 45(2): 1-9.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 1999a. Linear and nonlinear input/output models for karstic springflow and flood prediction at different time scales. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 13(5): 337-364.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 1999b. Analyse en ondelettes en hydrologie karstique. 2e partie: analyse en ondelettes croisée pluie-débit. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science, 329(12): 881-887.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 1999c. Analyse en ondelettes en hydrologie karstique : 1re partie : analyse univariée de pluies et débits de sources karstiques. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science, 329(12): 873-879.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 2000a. Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part I: convolution and spectral analyses. Journal of Hydrology, 238(3-4): 123-148.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 2000b. Rainfall-runoff relations for karstic springs. Part II: continuous wavelet and discrete orthogonal multiresolution analyses. Journal of Hydrology, 238(3-4): 149-178.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 2001. Introduction of Wavelet Analyses to Rainfall/Runoffs Relationship for a Karstic Basin: The Case of Licq-Atherey Karstic System (France). Ground Water, 39(4): 605-615.
- Labat, D., Ababou, R. et Mangin, A., 2002a. Analyse multirésolution croisée de pluies et débits de sources karstiques. Comptes Rendus Geosciences, 334(8): 551-556.
- Labat, D., Mangin, A. et Ababou, R., 2002b. Rainfall-runoff relations for karstic springs: multifractal analyses. Journal of Hydrology, 256(3-4): 176-195.
- Ladoy, P., Schmitt, F., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1993. Variabilité temporelle multifractale des observations pluviométriques à Nîmes. C. R. Acad. Sci. Paris, Ser., 317: 775-782.
- Langousis, A. et Veneziano, D., 2007. Intensity-duration-frequency curves from scaling representations of rainfall. Water Resources Research, 43(2): W02422.

- Lavallée, D., 1991. Multifractal techniques: analysis and simulation of turbulent fields. ThD Thesis, McGill University, Montréal, Canada.
- Lavallée, D., Lovejoy, S., Schertzer, D. et Ladoy, P., 1993. Nonlinear variability and landscape topography: analysis and simulation. In: L.D. Cola et N. Lam (Editors), *Factals in geography*. Prentice -Hall: 158-192.
- Lazarev, A., Schertzer, D., Lovejoy, S. et Chigirinskaya, Y., 1994. Unified multifractal atmospheric dynamics tested in the tropics, part II: Vertical. *Scaling and Generalized Scale Invariance. Nonlinear processes in Geophysics* 1(2/3): 115-123.
- Lilley, M., Lovejoy, S., Desaulniers-Soucy, N. et Schertzer, D., 2006. Multifractal large number of drops limit in rain. *Journal of Hydrology*, 328(1-2): 20-37.
- Lovejoy, S., 1982. The area-perimeter relations for rain and cloud areas. *Science*, 216(4542): 185-187.
- Lovejoy, S., 1983. La géométrie fractale des nuages et des régions de pluie et les simulations aléatoires. *La Houille Blanche*, 5(6): 431-435.
- Lovejoy, S. et Mandelbrot, B. B., 1985. Fractal properties of rain, and a fractal model. 37A: 209-232.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1985. Generalized Scale Invariance in the Atmosphere and Fractal Models of Rain. *Water Resour. Res.*, 21(8): 1233-1250.
- Lovejoy, S., Schertzer, D. et Tsonis, A. A., 1987. Functional Box-Counting and Multiple Elliptical Dimensions in Rain. *Science*, 235(4792): 1036-1038.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1990a. Multifractals, Universality Classes and Satellite and Radar Measurements of Cloud and Rain Fields. *J. Geophys. Res.*, 95(D3): 2021-2034.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1990b. Fractals, rain drops and resolution dependence of rain measurements. *J. Appl. Meteorol.*, 29(11): 1167-1170.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1991. Multifractal analysis techniques and the rain and cloud fields from 10⁻³ to 10⁶ m. In: Schertzer, D. et Lovejoy, S. (Editors), *Non-linear variability in Geophysics: scaling and fractals*. Kluwer Academic, The Netherlands, pp. 111-144.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1995. Multifractals and rain. In: Kundzewicz, Z.W. (Editor), *New Uncertainty Concepts in Hydrology and Water Ressources*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, pp. 62-103.
- Lovejoy, S., Schertzer, D. et Stanway, J. D., 2001. Direct Evidence of Multifractal Atmospheric Cascades from Planetary Scales down to 1 km. *Physical Review letters*, 86(22): 5200-5203.
- Lovejoy, S. et Schertzer, D., 2006. Multifractals, cloud radiances and rain. *Journal of Hydrology*, 322(1-4): 59-88.
- Macor, J. L., 2007. Développement de techniques de prévision de pluie basées sur les propriétés multi-échelles des données radar et satellites. PhD Thesis, ENPC, 193 pp.
- Majone, B., Bellin, A. et Borsato, A., 2004. Runoff generation in karst catchments: multifractal analysis. *Journal of Hydrology*, 294(1-3): 176-195.
- Mandelbrot, B. B. et Wallis, J. R., 1968. Noah, Joseph, and Operational Hydrology. *Water Resour. Res.*, 4(5): 909-918.
- Mandelbrot, B. B. et Wallis, J. R., 1969. Some long-run properties of geophysical records. *Water Resour. Res.*, 5(2): 321-340.

- Mandelbrot, B. B., 1974. Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(2): 331-358.
- Mandelbrot, B. B., 1977. *Fractals: forme, chance and dimension*. W. H. Freeman, San Francisco, USA, 363 pp.
- Mandelbrot, B. B., 1983. *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman, New York, USA, 468 pp.
- Mandelbrot, B. B., 1998. *Multifractals & 1/f noise*, Springer Verlag, 450 pp.
- Mangin, A., 1984. Pour une meilleure connaissance des systèmes hydrologiques à partir des analyses corrélatoire et spectrale. *Journal of Hydrology*, 67(1-4): 25-43.
- Marani, A., Rigon, R. et Rinaldo, A., 1991. A Note on Fractal Channel Networks. *Water Resour. Res.*, 27(12): 3041-3049.
- Miller, E. E. et Miller, R. D., 1955a. Theory of Capillary Flow: I. Practical Implications1. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 19(3): 267-271.
- Miller, R. D. et Miller, E. E., 1955b. Theory of Capillary Flow: II. Experimental Information1. *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 19(3): 271-275.
- Musy, A., 2005. Le cours d'Hydrologie Générale, Sections sciences et ingénierie de l'environnement et génie civil. <http://echo2.epfl.ch/e-drologie/>, Ecole Polytechnique Fédérale.
- National Research Council, U. S., 1991. *Committee on Opportunities in the Hydrologic Science*. National Academy Press, Washington, USA.
- Niemczynowicz, J., 1999. Urban hydrology and water management - present and future challenges. *Urban Water*, 1(1): 1-14.
- Nykanen, D. K. et Harris, D., 2003. Orographic influences on the multiscale statistical properties of precipitation. *J. Geophys. Res.*, 108(D8): 8381-8393.
- Ogden, F. L., Sharif, H. O., Senarath, S. U. S., Smith, J. A., Baeck, M. L. et Richardson, J. R., 2000. Hydrologic analysis of the Fort Collins, Colorado, flash flood of 1997. *Journal of Hydrology*, 228(1-2): 82-100.
- Olofsson, M., 2007. Climate change and urban drainage—future precipitation and hydraulic impact. *Licentiate Thesis*, Luleå University of Technology, LIC, 20 pp.
- Olsson, J., Niemczynowicz, J., Berndtsson, R. et Larson, M., 1992. An analysis of the rainfall time structure by box counting--some practical implications. *Journal of Hydrology*, 137(1-4): 261-277.
- Olsson, J., 1995. Limits and characteristics of the multifractal behaviour of a high-resolution rainfall time series. *Nonlin. Processes Geophys.*, 2: 23-29.
- Olsson, J., 1996. Validity and applicability of a scale-independent, multifractal relationship for rainfall. *Atmospheric Research*, 42(1-4): 53-65.
- Olsson, J. et Niemczynowicz, J., 1996. Multifractal analysis of daily spatial rainfall distributions. *Journal of Hydrology*, 187(1-2): 29-43.
- Pandey, G., Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1998. Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometres, one day to 75 years. *Journal of Hydrology*, 208(1-2): 62-81.
- Parisi, G. et Frish, U., 1985. A multifractal model of intermittency, in turbulence and predictability. in *geophysical fluid dynamics and climate dynamics*, Ghil M., Benzi R. et Parisi G. (Ed.), North Holland: 84-88.

- Pecknold, S., Lovejoy, S., Schertzer, D., Hooge, C. et Malouin, J. F., 1993. The simulation of universal multifractals. In: Perdang, J.M. et Lejeune, A. (Editors), *Cellular Automata: Prospects in astrophysical applications*. World Scientific, pp. 228-267.
- Pinçon, B., 2000. Une introduction à Scilab, 115 pp.
- Rodriguez-Iturbe, I. et Rinaldo, A., 1997. *Fractal River Basins: Chance and Self-organization*. Cambridge University Press, Cambridge, USA.
- Royer, J.-F., Biaou, A., Chauvin, F., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 2008. Multifractal analysis of the evolution of simulated precipitation over France in a climate scenario. *Comptes Rendus Geosciences*, 340(7): 431-440.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1983. Elliptical turbulence in the atmosphere. *Proceedings of: 4th Symposium on turbulent shear flow*, Karlsruhe, West Germany: 11.18-11.23.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1984. On the dimension of atmospheric motions. In: Tatsumi et Elsevier (Editors), *Turbulence and chaotic phenomena in fluids*, North-Holland, New York, pp. 505-508.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1985a. Generalised scale invariance in turbulent phenomena. *Physico-Chemical Hydrodynamics Journal*, 6(5-6): 623-635.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1985b. The dimension and intermittency of atmospheric dynamics. In: L. Bradbury, F. Durst, B. Lauder, F. Schmidt et J. Whietlaw (Editors), *Turbulent shear flow 4*. Springer-Verlag, Berlin: 7-33.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1987. Physical Modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling Multiplicative Processes. *Journal of Geophysical Research*, D 8(8): 9693-9714.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1989. Nonlinear variability in geophysics multifractal analysis and simulations. *Fractals Physical Origin and Properties*, L. Pietronero (Editeur). Plenum Press, New York: 49-79.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1991a. Non-linear Variability in Geophysics, Scaling and Fractals, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1991b. Non linear geodynamical variability multiple singularities, universality and observables. In: Schertzer, D. et Lovejoy, S. (Editors), *Non-linear variability in geophysics*, Kluwer, Dordrecht, The Netherlands, pp. 41-82.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1992. Hard and soft multifractal processes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 185(1-4): 187-194.
- Schertzer, D. et Lovejoy, S., 1993. Nonlinear Variability in Geophysics: scaling and multifractal processes. *Institut d'étude scientifiques de Cargèse*.
- Schertzer, D., Lovejoy, S. et Hubert, P., 2002. An Introduction to Stochastic Multifractal Fields. In: Ern, A. et Weiping, L. (Editors), *ISFMA Symposium on Environmental Science and Engineering with Related Mathematical Problems*. Higher Education Press, Beijing, China, pp. 106-179.
- Schertzer, D. et al., 2006. Extrêmes et multifractals en hydrologie : résultats, validations et perspectives. *La Houille Blanche*, 5: 112-119.
- Schertzer, D., Hubert, P. et Lovejoy, S., 2007. scaling, multifractals and prediction in ungauged basins. *IAHS 309*: 92-101.
- Schilling, W., 1991. Rainfall data for urban hydrology: what do we need? *Atmospheric Research*, 27(1-3): 5-21.

- Schmitt, F., 1993. Turbulence développée et Multifractals universels en soufflerie et dans l'Atmosphère. PhD Thesis, Université Pierre & Marie Curie, Paris, 273 pp.
- Schmitt, F., Schertzer, D., Lovejoy, S. et Brunet, Y., 1994. Empirical study of multifractal phase transitions in atmospheric turbulence. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 1(2/3): 95-104.
- Schmitt, F., Vannitsem, S. et Barbosa, A., 1998. Modeling of rainfall time series using two-state renewal processes and multifractals. *Journal of Geophysical Research*, 103(D18): 23181–23193.
- Schmitt, F. et Nicolis, C., 2002. Scaling of return times for a high-resolution rainfall time series. *Fractals*, 10(3): 285-290.
- Sivapalan, M. et Kalma, J. D., 1995. Scale problems in hydrology: contribution of the Robertson workshop In: Kalma, J.D. et Sivapalan, M. (Editors), *Scale issues in hydrological modelling*, Chichester, UK, pp. 1-8.
- Sposito, G., 1998. *Scale Dependence and Scale Invariance in Hydrology* Cambridge University Press, Cambridge, 438 pp.
- Svensson, C., Olsson, J. et Berndtsson, R., 1996. Multifractal Properties of Daily Rainfall in Two Different Climates. *Water Resour. Res.*, 32(8): 2463-2472.
- Tchiguirinskaia, I., Hubert, P., Bendjoudi, H., Schertzer, D. et Lovejoy, S., 2002. *Multifractal Modeling of River Runoff and Seasonal -Periodicity*. Timisoara, Romania.
- Tchiguirinskaia, I., Bonnel, M. et Hubert, P., 2004. *Scales in Hydrology and Water Management*. IAHS Press, Wallingford U.K.: 170 pp.
- Tchiguirinskaia, I., Schertzer, D., Hubert, P., Bendjoudi, H. et Lovejoy, S., 2007. Potential of multifractal modelling of ungauged basin. *IAHS*, 309: 298-308.
- Tchiguirinskaia, I., Schertzer, D., Hoang, C. T. et Lovejoy, S., 2011. Multifractal study of three storms with different dynamics over the Paris region. *Weather Radar and Hydrology Symposium*. Exeter, UK: IAHS Red book (accepted).
- Tessier, Y., Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1988. Multifractal analysis of global rainfall from 1 day to 1 year. *Nonlinear Geophysical in Geophysics 2*, abstract volume, Paris.
- Tessier, Y., Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1993. Universal Multifractal : Theory and observations for rain and clouds. *Journal of Applied Meteorology*, 32(2): 223-250.
- Tessier, Y., Lovejoy, S. et Schertzer, D., 1994. The Multifractal Global Rainage Network: Analysis and simulation. *Journal of Applied Meteorology*, 33: 1572-1586.
- Tessier, Y., Lovejoy, S., Hubert, P., Schertzer, D. et Pecknold, S., 1996. Multifractal analysis and modeling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research*, 101(D21): 26427-26440.
- Veneziano, D. et Furcolo, P., 2002. Multifractality of rainfall and scaling of intensity-duration-frequency curves. *Water Resour. Res.*, 38(12): 1306-1317.
- Venugopal, V., Roux, S. G., Fofoula-Georgiou, E. et Arneodo, A., 2006. Revisiting multifractality of high-resolution temporal rainfall using a wavelet-based formalism. *Water Resour. Res.*, 42(6): W06D14.
- Yaglom, A. M., 1966. The influence on the fluctuation in energy dissipation on the shape of turbulent characteristics in the inertial interval *Sov. Phy. Dokl*, 2: 26-30.

- Zhou, X., Persaud, N., Wang, H. et Lin, H., 2006. Multifractal scaling of daily runoff time series in Agricultural watersheds. *Journal of the American Water Resources Association*, 42: 1659-1670.
- Zoubeida, B. et Assia, C., 2001. Investigations du caractère multifractal des débits maximaux annuels de crue *Journal des Sciences Hydrologiques*, 49(4): 549-562.

Articles

1. C.T. Hoang, I. Tchiguirinskaia, D. Schertzer, P. Arnaud, J. Lavabre, S. Lovejoy (2011).
Assessing the high frequency quality of long rainfall series. Journal of Hydrology (accepted)

Assessing the high frequency quality of long rainfall series

C.T. Hoang¹, I. Tchiguirinskaia^{1,2}, D. Schertzer^{1,3}, P. Arnaud², J. Lavabre², S. Lovejoy⁴
Tuan.Hoang@enpc.fr, Ioulia.Tchiguirinskaia@enpc.fr

¹ University Paris-Est, Ecole des Ponts ParisTech, LEESU, 6-8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne la Vallée Cedex 2, France.

² Cemagref, HOAX, Aix-en-Provence, France.

³ Meteo France. CNRM, Paris, France.

⁴ McGill U., Physics dept., Montreal, PQ, Canada.

Abstract

High resolution, long and reliable rainfall time series are extremely important to assess reliable statistics, e.g. the Depth-duration-Frequency curves that have been widely used to define design rainfalls and rainfall drainage network dimensioning. The potential consequences of changes in measuring and recording techniques have been somewhat discussed in the literature with respect to a possible corresponding introduction of artificial inhomogeneities in time series. In this paper, we show how to detect another artificiality: most of the rainfall time series have a lower recording frequency than that is assumed, furthermore the effective high-frequency limit often depends on the recording year due to algorithm changes. This question is particularly important for operational hydrology, because we show that an error on the effective recording high frequency introduces biases in the corresponding statistics. We developed a simple automatic procedure to assess this frequency period by period and station by station on a large database. The scaling analysis of these time series also shows the influence of high frequency limitations on the scaling behaviour, leading to possible misinterpretation of the significance of characteristic scales and scale-dependent hydrological quantities.

Keywords: long time series; high resolution data; frequency quality; scaling analysis; operational hydrology

1. Introduction

Nowadays hydrology requires reliable statistics for shorter and shorter durations and for a larger and larger range of return periods, which can only be obtained from higher resolution and longer time series (Berndtsson and Niemczynowicz, 1988; Niemczynowicz, 1999; Ogden

et al., 2000). For instance, the requirements about temporal and spatial resolutions of rainfall data for urban hydrology have been discussed by (Schilling, 1991; Berne et al., 2004) and tentatively quantified. Preliminary studies (Berggren, 2007; Olofsson, 2007) showed that the estimated number of floods was lower when using low time resolution data of high intensity rainfall events, compared to those obtained with the help of higher time resolution data.

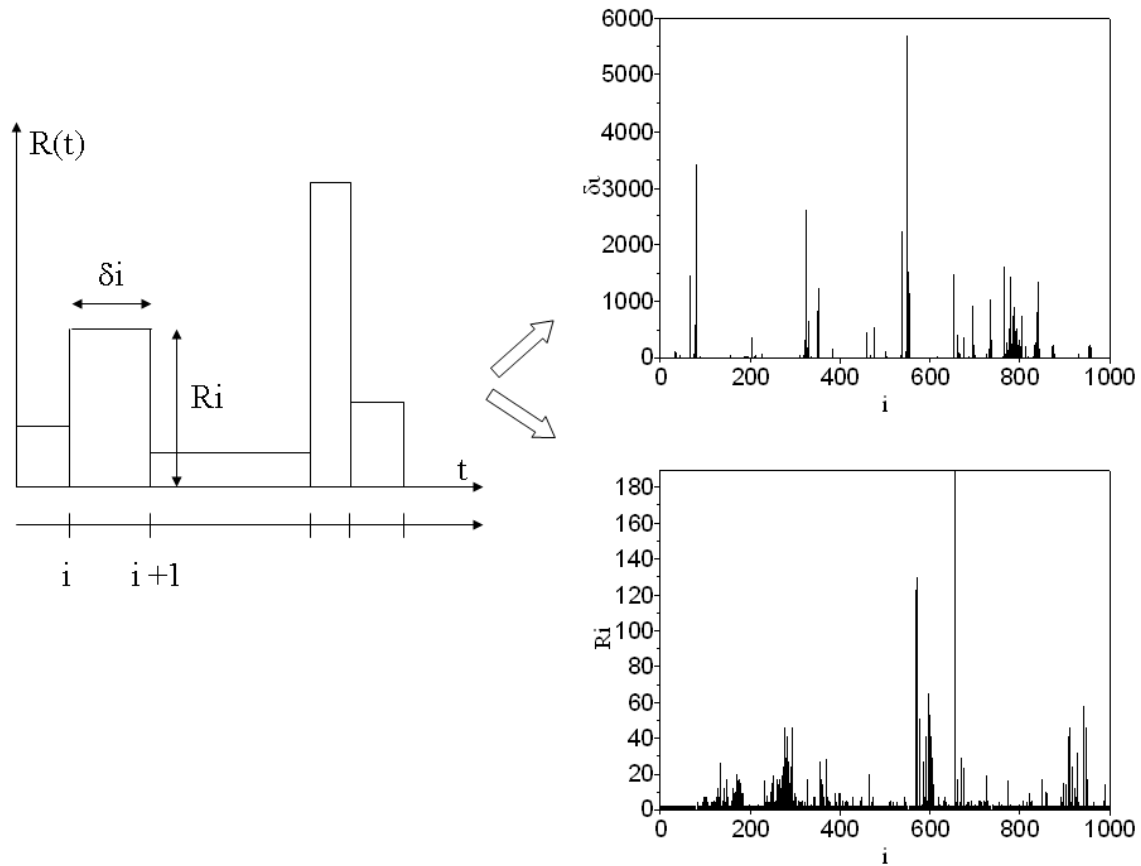


Fig. 1. Illustration of the extraction of the « homogeneous » rainfall episodes from the Rimbaud original time serie

However, the recording methods, which are very often based on the idea of a sequence of so-called “homogeneous” rainfall episodes, i.e. episodes with a more or less constant rainrate, and the effective measurement frequency may introduce quality problems in these series (Fankhauser, 1997,1998; LaBarbera et al., 2002), and therefore spurious estimates, e.g. spurious scaling breaks, that may have drastic consequences for operational hydrology that is more and more focused on short durations estimates. For instance, until 1985 in France and in many other European countries, most of the precipitation data were recorded on paper charts. As shown by (Kvicera et al., 2005) the same paper chart can be deciphered by experts in a significantly different manner. Indeed, the general method of chart reading corresponds to a transcription of the record graph into a series of segments of nearly “constant” slopes, which would correspond to a series of so-called “homogeneous rainfall episodes”, which are supposed to have a constant rainrate. However, criteria defining a slope as being constant belong to the domain of pure “human” expertise, therefore this decomposition into a series of homogeneous episodes is always questionable. Furthermore, a precise rainfall measurement

during extreme events remains a complicated task due to numerous jumps on the chart. The transition to electronic recording intended to significantly improve the precision of high frequency data. Unfortunately, the compressed data storage and corresponding data pre-processing have remained rather the same and therefore have maintained uncertainties similar to that of the chart transcription. The presently available data correspond to a compression of the original tipping bucket series, i.e. Meteo-France regularly transforms the original data into a series of episodes with a rain rate that is considered as constant in a bracket of 10% that abusively called “homogeneous” rainfall episodes. As illustrated on Figure 1, the original time series of rainfall are first transformed into a series of successive episodes. The duration of the homogeneous episodes are multiple of respectively 5 and 6 minutes for MF-P5 and MF-P6. An obvious advantage of such a data compression is a significantly reduced data volume compared to rainfall series stored with a constant time increment. The series of homogeneous episodes therefore corresponds to a coupled series of discrete rainfall durations δ_i and discrete rainfall intensities R_i ($i=1, N$). Both series display a strong variability that, to some extent, has an opposite meaning (see Fig. 1): highest values of duration δ_i generally correspond to the “zero” rainfall, i.e., that is under a level of detection by the actual tipping bucket device; whereas the highest rainfall intensities R_i are observable over a rather short durations δ_i .

A preliminary study of a set of 10 time series from a French database (Hoang, 2008) put in evidence the deficit of short duration episodes. It seems that the understanding to some extent of this deficit resulted in some cases in a partial reconstruction of higher frequency rainfall time series, while such data were still available. The time series having mixed data frequencies of measurements may explain often observed scaling breaks that we will discuss below.

Because the importance of scales and possible scaling behaviour of hydrological data is particularly important for many applications (Tchiguirinskaia et al., 2004; Aronica and Freni 2005; Kundu and Bell, 2006), this paper investigates the sensitivity of the scaling estimates and methods to the deficit of short duration rainfall data, and consequently propose a few simple criteria for a reliable evaluation of the data quality.

2. Data case study

Our study bears on 166 long rainfall time series that are a part of a Meteo-France database (MF-P5) that have been used to calibrate the hourly hydrological SHYPRE model (Arnaud and Lavabre, 1999) and to estimate the long retransmission period quantiles at hourly and longer durations. A particularity of the MF-P5 database is that five minute rainfall accumulation estimates being available due to particular measuring experiments over some limited periods of time, were integrated in the originally hourly rainfall database. The more recent database (MF-P6) is based on six minute rainfall accumulation estimates. In this paper we use three available rainfall time series of MF-P6 (Brest, Mont Aigoual and Marseille) that correspond to the respective periods of measurements from 1990 to 2008, from 1992 to 2008 and from 1982 to 2008. Ongoing research is devoted to statistically estimate and stochastically simulate reliable sub-hourly rainfall quantiles, in part with the help of the above databases. Thus the reliable evaluation of the data quality at shorter durations is particularly indispensable.

The locations of these 166 gauges are rather evenly distributed over France, although with a higher concentration over regions of particular interest for flood studies, e.g. the Mediterranean area. The length of these time series ranges from 9 to 88 years.

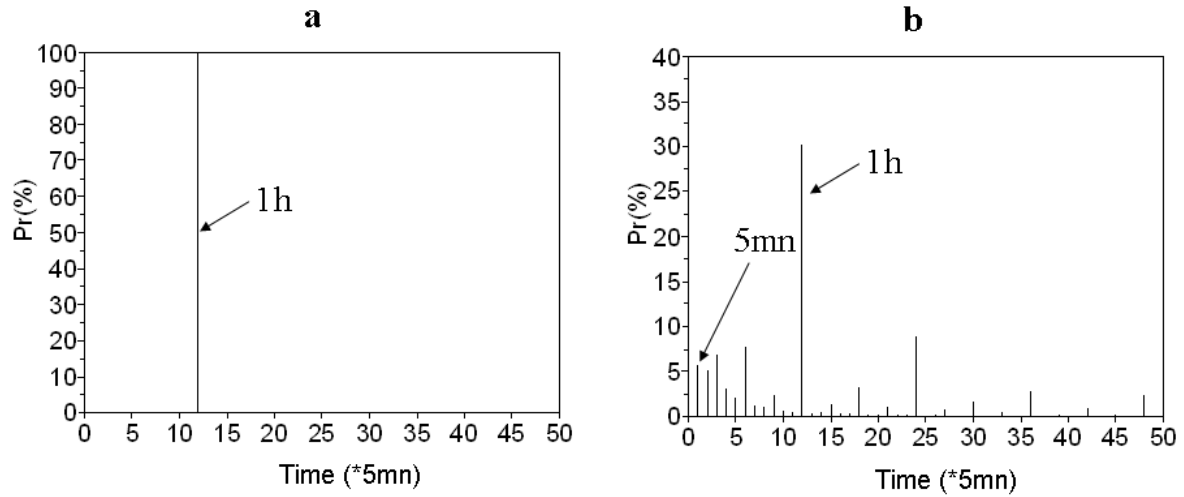


Fig. 2. Probability distribution of the durations of « homogeneous » rainfall episodes in the Nîmes(a) and Marseille(b) time series. Both series have rather hourly effective resolution.

As a preliminary data analysis, we computed the probability of the durations δ_i of non-zero rainfall episodes. As illustrated by Figure 2, some of the duration probabilities are clearly dominated by only a few (or even a unique!) characteristic durations. The episode duration having the highest occurrence probability corresponds to one of the three following cases.

The first one (e.g. the time series of Nîmes, Fig.2a) merely corresponds to hourly data sets, that were recorded with the format of homogeneous episodes, without being actually transformed into such episodes. Although, there are rather surprisingly two exceptions: a few rare episodes have durations of 5 minutes (0.04%) and 115 minutes (0.02%) respectively.

The second case (e.g. the time series of Marseille, Fig.2b,) also corresponds to the dominance by the hourly duration (30,2%), but with other durations that are less negligible than in the case of the Nîmes times series, e.g. the Marseille time series has 5,7% of homogeneous episodes with a duration of 5 minutes. Furthermore, the full histogram of the Marseille series (Fig.2b) displays durations that are multiples of 5 minutes, including durations longer than 1 hour. One can therefore suspects that the Marseille time series, contrary to the Nîmes series, were at least partially constructed from 5 minute rainfall data with a given algorithmic transformations, which in turn might have artificially increased the duration of homogeneous episodes. Unfortunately, no document seems to be available about this presumed transformation algorithm.

Finally, the third and most straightforward case corresponds to the case when the smallest durations are dominant. The time series of Rimbaud is one of a few rainfall data series that displays (see Fig. 3) a clear peak of the duration probability at 5 minutes.

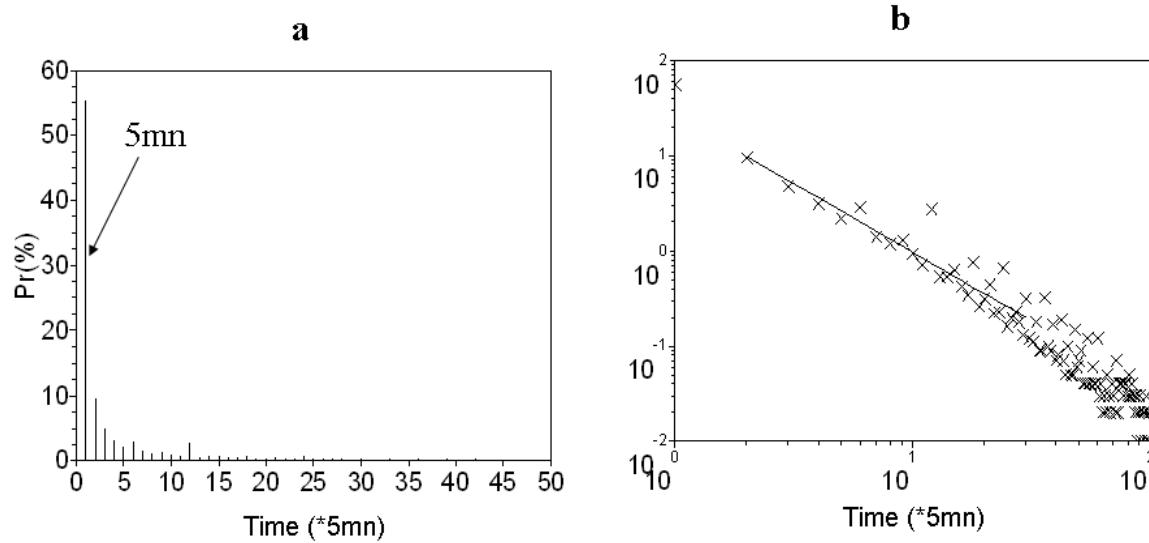


Fig. 3. Probability distribution of the durations of « homogeneous » rainfall episodes in Rimbaud time series in a linear plot (a) and a log-log plot (b). The series has an effective 5 minute resolution.

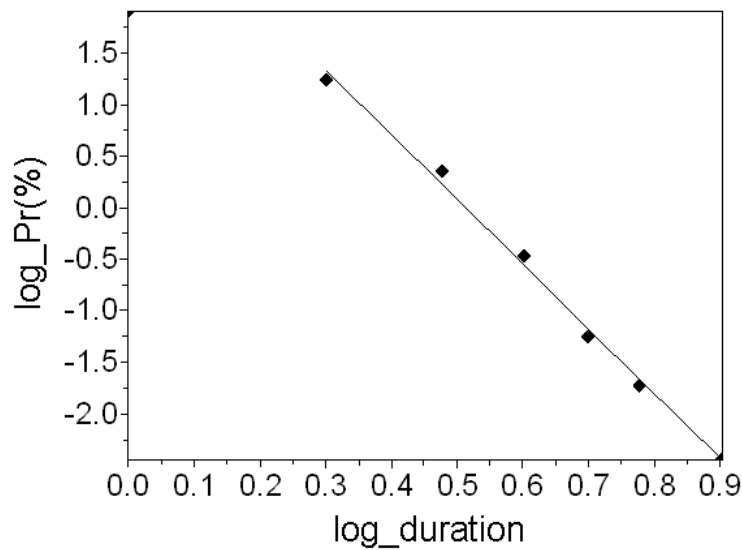


Fig. 4. Log-log plots of a probability distribution of the durations of 10% “homogeneous” episodes of a multifractal rainfall simulation ($\alpha = 1.5$ and $C1 = 0.15$). It displays a rather clear power law behaviour that corresponds to a good linear fit in a log-log plot.

What can we infer from these rather different behaviours of the duration probability? From a scaling point of view, a peak of the duration probability at the shortest available duration, i.e. the recording duration, is rather natural, because rainfall has higher and higher variability over smaller and smaller time scales. One may furthermore expect that the relation between the duration of rainfall episodes with a given relative homogeneity and its probability of occurrence should have no characteristic scale and therefore should be a power law. This has been verified on multifractal rainfall simulations. For example, Fig. 4 displays a power law behaviour, emphasized by a linear fit in logarithmic coordinates, of a probability distribution

of 10% “homogeneous” episode durations, obtained on a rainfall simulation with multifractal parameters $\alpha = 1.5$ and $C_1 = 0.15$. The universal multifractal parameters C_1 and α (Schertzer and Lovejoy, 1987b,1997) measure respectively the mean intermittency of the rainfall ($C_1=0$ if the rainfall is homogeneous or, loosely speaking, if it always rains) and the variability of the rainfall intermittency ($\alpha =0$ if the intermittency of the extremes is the same as the intermittency of the mean rainfall). In fact, the power law behaviour of the distribution depends on the required degree of homogeneity and on the values of the multifractal parameters. This power law behaviour is better respected with strong homogeneity thresholds, e.g. 5% and 10%. It becomes questionable with weaker homogeneity thresholds, e.g. 20% and 40%. On the other hand, for a fixed α -value, a power law behaviour is more evident for higher values of C_1 . Overall, similar power law behaviours are therefore expected for measured rainfall data from the MF-P5 and MF-P6 databases. For instance plotting now the duration probability of the Rimbaud time series (Fig. 3a) in logarithmic coordinates (Fig. 3b) we do obtain a linear behaviour, which is particularly obvious over the smaller time scales.

Overall, these three examples illustrate first that databases are not always homogeneous in the sense that the time series have not a uniform measurement or recording frequency. Therefore, a preliminary data quality analysis is rather indispensable before using this database down to its claimed highest time resolution. This is particularly indispensable for the hydrological estimates being based on the scaling analysis. Indeed, while in the third case scaling regimes could be expected to hold over the full range of scales; the scaling behaviour will be presumably broken in the second case, due to small scale data deficit, and certainly broken in the first case due to the absence of small scale data. Contrariwise, scaling techniques can be useful to assess the data quality.

Therefore, in the next sections we perform a scaling analysis of the the MF-P5 database, with a particular emphasis on various estimation problems most presumably related to the data quality. Then we discuss the principles of the SERQUAL procedure, which is designed to routinely assess the quality of time series, helping to select sequences of high quality data and therefore to significantly reduce the dispersion of the hydrological estimates, e.g. quantiles as well as scaling parameters.

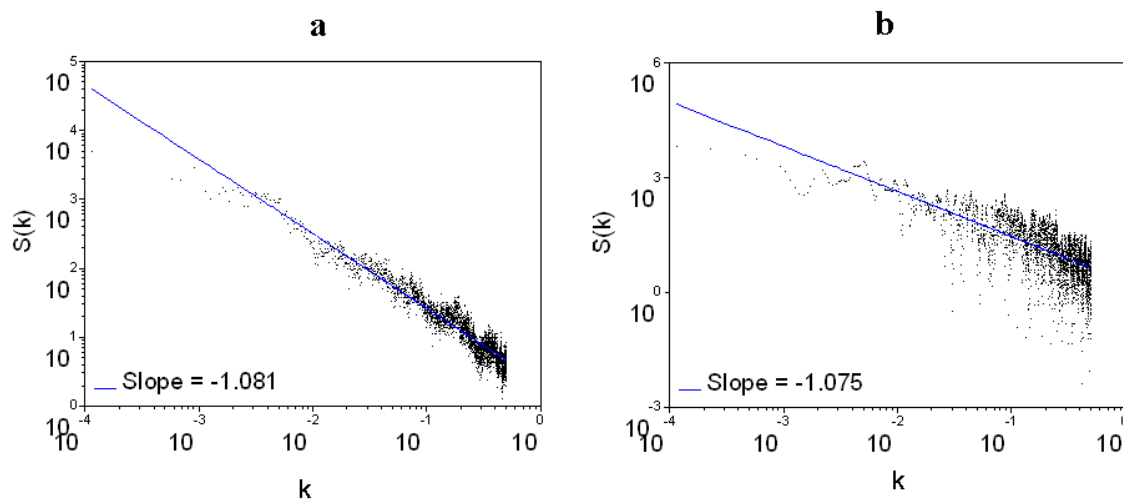


Fig. 5. Log-log plots of the energy spectra of the Rimbaud time series: the spectrum averaged over 12 monthly samples (a) is smoother than a spectrum of a unique monthly sample (b). Both spectra have nevertheless the same log-regression with the spectral exponent $\beta = 1.08$

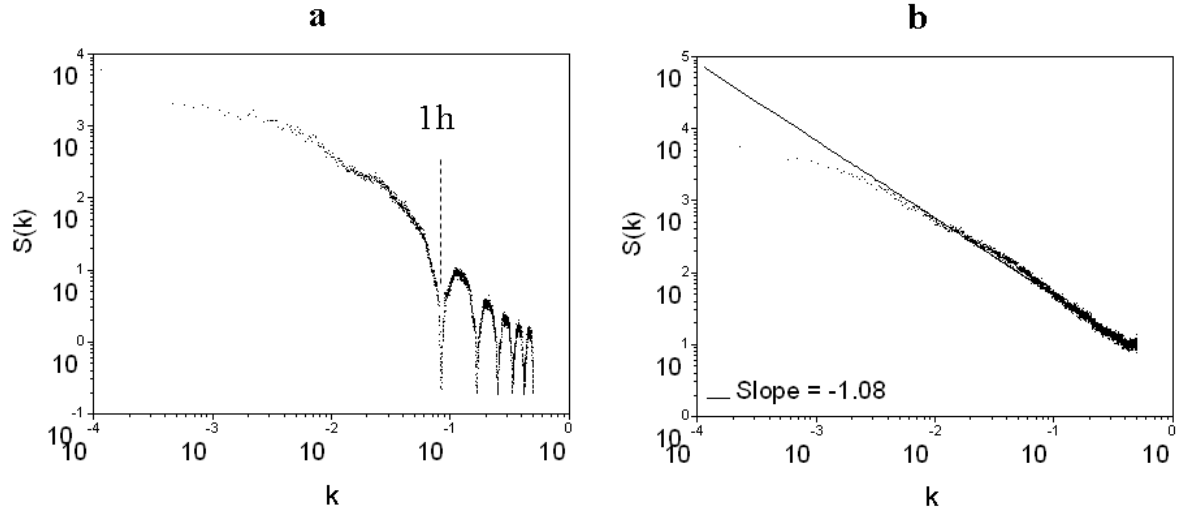


Fig. 6. Log-log plots of the energy spectra of the Nîmes (a) and Rimbaud (b) time series: the latter displays a rather clear scaling behaviour (power law corresponding to a linear fit in a log-log plot), whereas the former does not do it, in particular for frequencies $k \geq (1 \text{ hour})^{-1}$.

3. Scaling analysis

It is rather usual, particularly in turbulence, to use the energy spectrum for a preliminary test of scaling behaviour. Indeed, scaling corresponds to a power-law energy spectrum $S(k)$ (Kolmogorov, 1941; Obukhov, 1941):

$$S(k) \propto k^{-\beta} \quad (1)$$

where k is the frequency and β is the spectral exponent. In logarithmic coordinates, this power-law corresponds to a straight line, whereas one generally obtains a highly spiky spectral behaviour for an individual realisation of the rainfall data. Indeed, for an empirical energy spectrum, the power-law is obtained only for averages over a large number of realisations. When an averaged spectrum still contains significant spectral spikes over given scales, these scales are generally considered as characteristic ones. For example, for time series influenced by the annual cycle, the annual spectral spikes have been often discussed in the literature (Tessier et al., 1993). Spectral spikes over small scales, in particular from around one to three hours for the rainfall, are rather frequent and feed the ongoing debate on whether there is a small scaling break at these scales (e.g. de Lima, 1998).

Being interested in scaling behaviour over smaller scales, we first performed the spectral analysis over the monthly sequences of each rainfall time series. The data sequences were used as independent realisations. Hence, for each frequency the estimated average spectral value corresponds to a simple average over all individual realisations. Let us emphasize the fact that we used a common practice of ensemble average with weak dependence between samples: one should not be confused between the data resolution (at which rainfall exhibits a strong dependence) and the much larger sample length (which corresponds to weak dependence for rainfall). Furthermore, the goal of this type of spectral analysis is to uncover the small scale dependence, not the larger scale one. As illustrated by Fig. 5, the interest of such an ensemble average is to easily uncover the spectral exponent by smoothing out the large fluctuations of the individual spectra: the energy spectrum averaged over twelve monthly

realisations (Fig. 5a) is much smoother than the spectrum of a unique realisation (Fig. 5b) of the Rimbaud time series. Both are characterised by the approximate spectral exponent of $\beta = 1.08$, although the latter is much more obvious on the averaged spectrum. This also shows that no serious artefact is introduced by the ensemble average, but merely that fluctuations around an average behaviour are smoothed out, as expected.

Figure 6 displays the energy spectra of Nîmes and Rimbaud time series. While the Rimbaud rainfall data displays a rather clear scaling behaviour emphasized by a linear fit with slope $\beta=1.08$ (see Fig. 6b), the small scale data deficit for the Nîmes time series introduces a spurious spectral tail for frequencies $k \geq (1 \text{ hour})^{-1}$ (Fig. 6a), with apparent scaling breaks at each of the harmonics of the effective recording frequency.

The spectral analysis confirms that the deficit of small scale components, which was first uncovered with the help of the duration probability histograms, indeed introduces high frequency scaling breaks in a spectral analysis of these time series. With this example, it becomes obvious that the hourly data could not be used as a substitute for 5 minute rainfall time series. Furthermore, the results suggest that some of the earlier arguments proposed to physically justify the existence of scaling breaks (i.e. breaks in the power laws of the spectrum) at small scales in rainfall may need some re-evaluation from the data quality point of view, to better distinguish real scaling breaks from spurious ones.

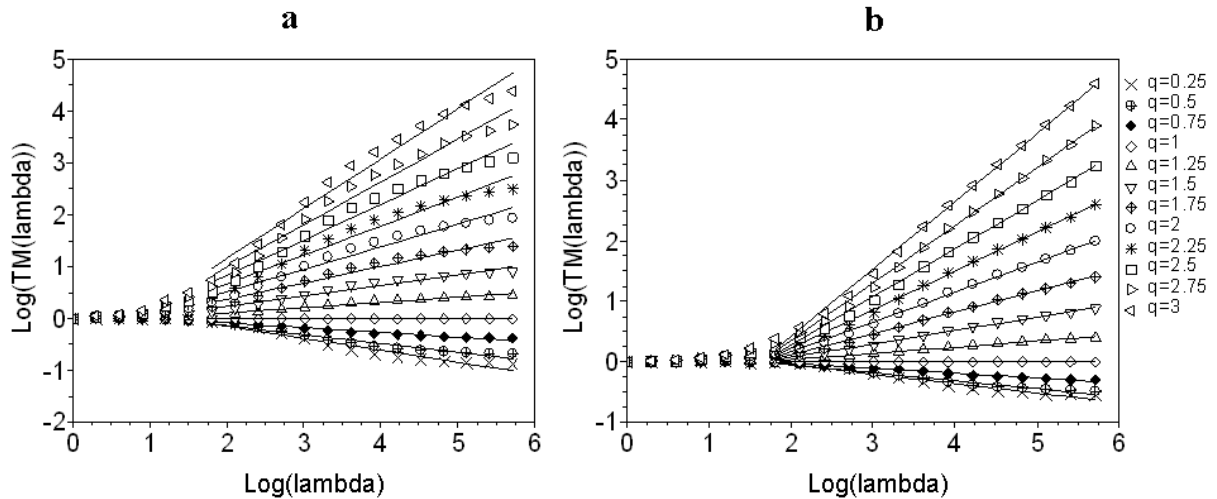


Fig. 7. Log-log plots of the Trace Moments of the Rimbaud (a) and Orgeval (b) time series. Both display a rather clear multifractal or multiscaling behaviour (power laws corresponding to linear fits in a log-log plot), but the scaling holds up to the highest resolution (shortest duration = 5 min.) only for the Orgeval time series.

Let us note that similar scaling breaks would be observable with the help of different methods of multiscaling analysis of rainfall. Whereas spectral analysis corresponds to a second order statistical analysis, the multifractal Trace Moment (TM) analysis (Schertzer and Lovejoy, 1987a) is performed over a range of orders q of statistical moments. These statistical moments can be estimated with the help of a possible combination of both ensemble and time/space averages, i.e. in agreement with the law of large numbers, these estimates of the statistical moment of order q correspond to averages of the corresponding power q of the rain rate $R\lambda$ over a wide range of resolutions λ ($=T/d$, where T is the largest time scale of the scaling regime, d is the observation duration). This allows assessing the scaling behaviour of

extremes (corresponding to statistical moments of high orders q 's, i.e. q 's much larger than the unity) as well as for moderate rainfalls (statistical moments of moderate orders, i.e. q 's of the order of the unity). As illustrated by Fig. 7, the multiscaling or multifractal behaviour corresponds to a power law behaviour of the corresponding moments ($\langle \cdot \rangle$ denotes the ensemble average):

$$\langle R_\lambda^q \rangle \propto \lambda^{K(q)} \quad (2)$$

here the rainfall rates R_λ at various resolutions $\lambda < \Lambda$ (Λ corresponds to the highest available data resolution) are obtained by a successive upscalings (aggregations) of the original time series R_Λ , the exponent function $K(q)$ describes the scaling of the q -order moments $\langle R_\lambda^q \rangle$ over a given range of resolution λ 's. Where it is nonlinear, it corresponds to multiscaling or multifractal behaviour.

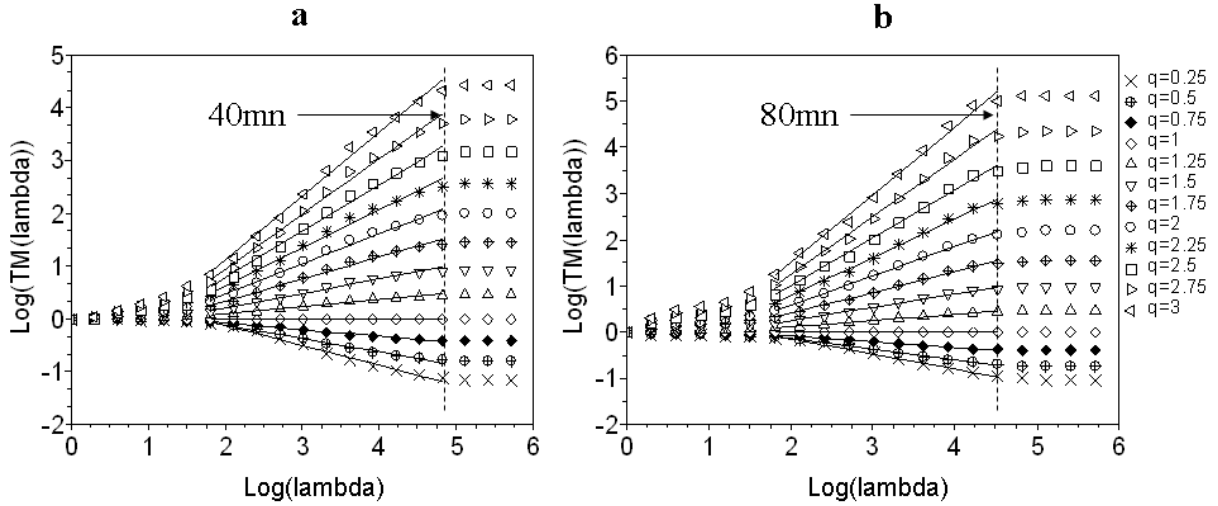


Fig. 8. Log-log plots of the Trace Moments of the time series of Nîmes (a) and Saint Andre de Roquepertuis (b). Both display a clear scaling break at about 1 hour and indeed the probability distributions of their durations show hourly effective measurement frequency, instead of 5 minutes (see Fig. 2a for Nîmes).

For each time series, we first performed the TM analysis over individual sequences of about 5 years of 5 minute rainfall (i.e., 2^{19} values), which were considered, as usually done, as almost independent data realisations (see above discussion on ensemble spectra). Then for each of 166 time series, the value of statistical moment at a given resolution λ corresponds to the average estimated at this resolution over all such realizations. Again, the scaling of the empirical trace moments, with respect to the data resolution λ , corresponds to a linear behaviour of their curves in logarithmic coordinates.

For most of the series, TM curves display scaling breaks (see Fig. 8) at about 40-80 minutes. As discussed below, they can be considered as a spurious because they could result from the deficit of short “homogeneous rainfall episodes” in the record of series (see Fig. 2 and corresponding discussion). These breaks may occur for larger periods, e.g. at about 10 hours for the Mont Aigoual time series (see Fig. 9a), and the period of the scaling break is not clear for the Marseille time series (see Fig. 9b). This obviously illustrates the difficulty and raises

many concerns on the possibility to use this time series to benchmark statistical analyses and stochastic simulations.

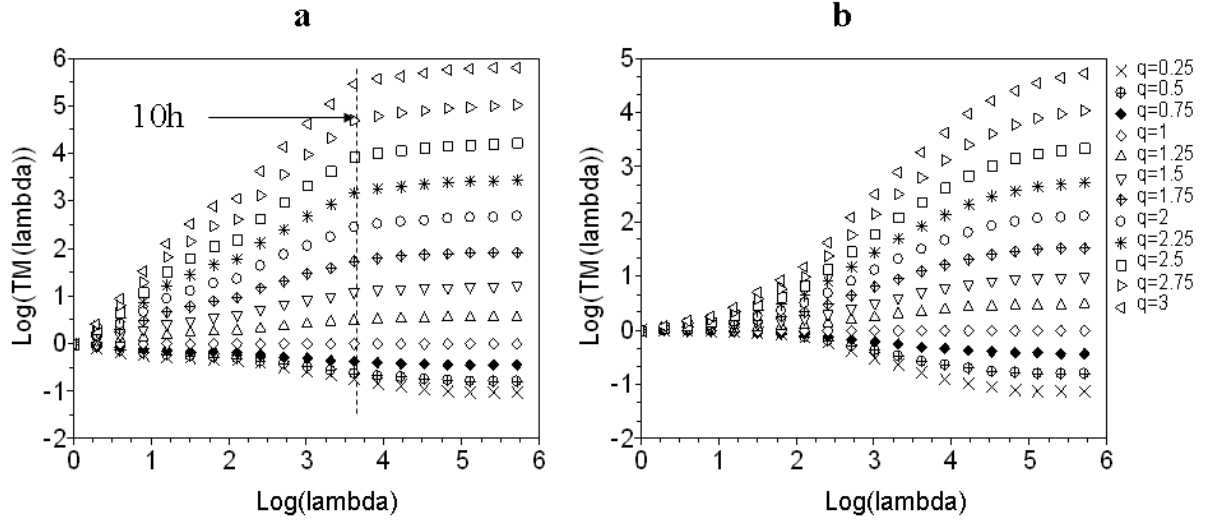


Fig. 9. Log-log plot of the Trace Moments of the Mont Aigoual time series (a) with the scaling break at about 10 hours; and Marseille time series (b) without a clear scale of the scaling break, in agreement with Fig. 2b.

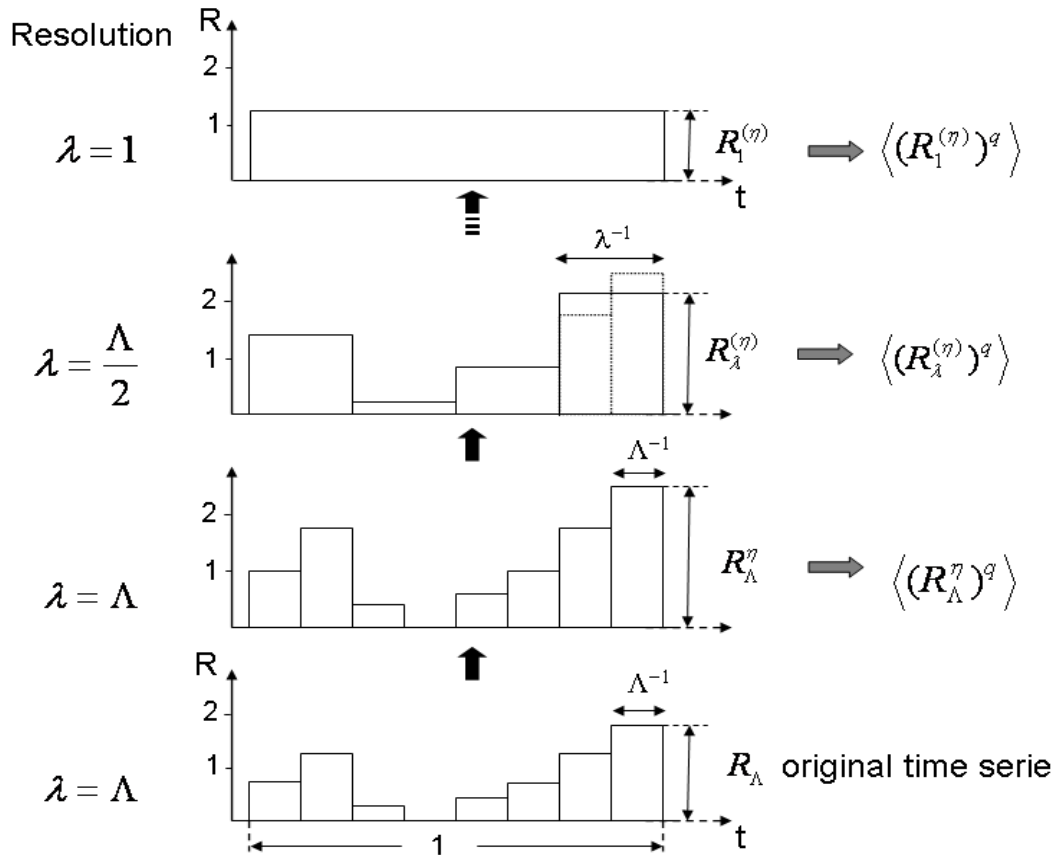


Fig. 10. Schematic illustration of the DTM algorithm that displays its main steps

A more refined multifractal analysis is obtained with the help of the Double Trace Moment (DTM) analysis (Lavallée et al., 1992; Schmitt et al., 1992). The latter allows to estimate in a rather straightforward manner the ‘universal’ multifractal parameters C_1 and α that in the case of universal multifractals (Schertzer and Lovejoy, 1987b) fully define the analytical expression of the scaling moment function :

$$K(q) = \frac{C_1}{\alpha - 1} (q^\alpha - 1) \quad (3)$$

The main steps of the DTM analysis are schematised on Fig.10. The first step corresponds to rising up the original time series R_λ to an arbitrary power η and then proceeding to a TM analysis of the corresponding field R_λ^η . Therefore, the DTM method estimates the scaling of the statistical moments of $R_\lambda^{(\eta)}$ ($1 < \lambda < \Lambda$), which are obtained by upscaling (aggregating) R_λ^η over a scale ratio Λ/λ that generalizes the Eq. 2 into:

$$\langle R_\lambda^{(\eta)q} \rangle \approx \lambda^{K(q,\eta)} \quad (4)$$

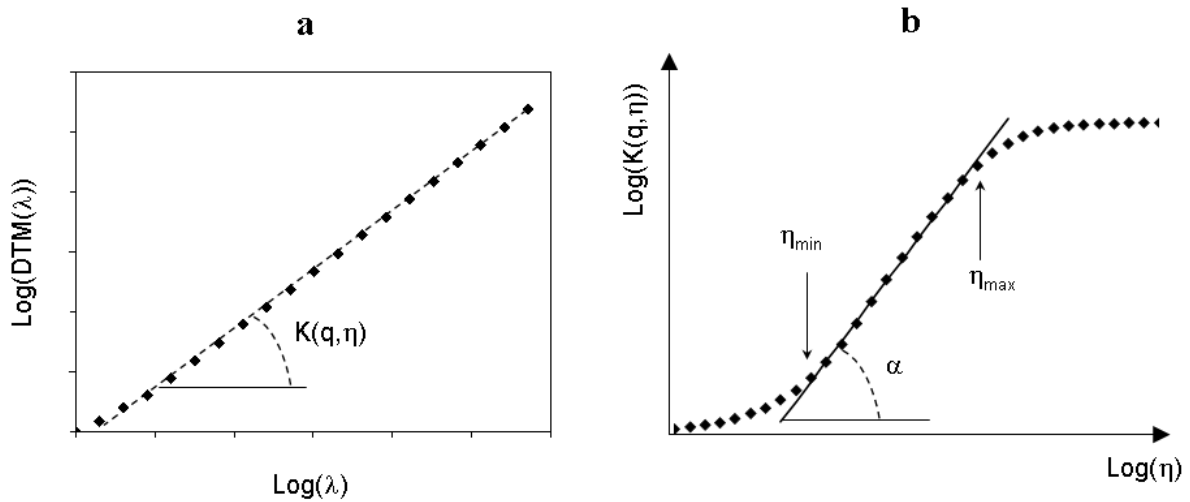


Fig. 11. Illustration of determination of the double trace moment exponent $K(q, \eta)$ values (a) as the slope of $\text{Log}(\langle R_\lambda^{(\eta)q} \rangle)$ vs. $\text{Log}(\lambda)$ and the multifractality index α (b) as the slope of $\text{Log}(K(q, \eta))$ vs. $\text{Log}(\eta)$ in the DTM analysis, as well as the range $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ of the η values over which it can be accurately estimated.

For every value of the statistical moment order q , Eq.4 allows to estimate $K(q, \eta)$ as a function of different η -values with the help of a linear regression of $\text{Log}(\langle R_\lambda^{(\eta)q} \rangle)$ vs. $\text{Log}(\lambda)$ over a range of λ 's (see Fig.11a).

The particular usefulness of the DTM method is that its scaling function $K(q, \eta)$ (with $K(q, 1) = K(q)$) for the universal multifractals satisfies the following relationship:

$$K(q, \eta) = \eta^\alpha K(q) \quad (5)$$

which enables to estimate the index of multifractality α with the help of the slope of $K(q, \eta)$ vs. η in a log-log plot. C_1 is then estimated with the help of the linear fit in the log-log plot (e.g. its intersection with the axis $\text{Log}(\eta)=1$) and Eq. 3. However, as illustrated by Fig 11b, due to the finite size of the samples, as well as to detectability threshold, this relation (Eq. 5) holds only over a finite range $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ of η values. Following (Hittinger, 2008), these bounds can be theoretically estimated with the help of the corresponding second order phase transitions (Schertzer and Lovejoy, 1992) as being :

$$\eta_{\min} = (c_{\Sigma} / C_1)^{1/\alpha} \max(1, 1/q) \quad (6)$$

$$\eta_{\max} = (d / C_1)^{1/\alpha} \min(1, 1/q) \quad (7)$$

where c_{Σ} is the codimension of the empirical rainfall support Σ , i.e. when the rain rate is estimated as non-zero, which can be estimated with the help of a box-counting algorithm and depends on the detectability threshold, whereas d is the dimension of the embedding space ($d=1$ for time series). Nevertheless, the main difficulty with Eqs. 6-7 is their nonlinear dependence on α , i.e. you need a first estimate of α to examine over which range $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ you can obtain a good estimation of α . Therefore, one may first choose an intermediate value $\bar{\eta}$ to compute in its neighbourhood a first guess of the slope of $K(q, \eta)$ vs. $\text{Log}(\eta)$, e.g. with the help of a given number n (usually $n=6$) of the nearest discretised η values. It is rather convenient to define $\bar{\eta}$ by:

$$K(q, \bar{\eta}) = (K(q, \eta)_{\min} K(q, \eta)_{\max})^{1/2} \quad (8)$$

where $K(q, \eta)_{\min}$ and $K(q, \eta)_{\max}$ correspond respectively to the lower and upper empirical values of $K(q, \eta)$, i.e. the two horizontal branches of this curve (see Fig. 11b), and therefore to rough estimates of $K(q, \eta_{\min})$ and $K(q, \eta_{\max})$.

Within the first estimate of $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$, we developed two different, new variations of the DTM algorithm, in order to verify whether one of them is significantly less sensitive to the data quality.

The first variation is the DTM algorithm with an inflection point (DTM-IP): one looks for the inflection point $\text{Log}(K(q, \eta_{IP}))$ of $\text{Log}(K(q, \eta))$ vs. $\text{Log}(\eta)$ inside of the range $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$, and estimate α with the help of the slope at this point (using again a given number m (e.g. $m=6$) of the nearest discretised η values).

Poor quality data having no clear scaling behaviour will exhibit numerous inflection points and therefore generate a large dispersion of parameter estimates. In order to reduce these uncertainties, we developed the iterative procedure. This method is based on the idea that one may obtain by iteration a better precision on the η range over which α should be estimated. Hence, the second variation is the DTM method with a reduced range of η values (DTM-RR): the DTM-IP procedure is used for a second approximation of (α, C_1) in order to estimate $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$ with the help of Eqs. 6-7. Then these (α, C_1) are re-estimated with the help of a linear regression of $\text{Log}(K(q, \eta))$ vs. $\text{Log}(\eta)$ over $[\eta_{\min}, \eta_{\max}]$.

While the test results of these procedures on synthetic multifractal fields will be discussed elsewhere, in Sec. 5 we discuss an adapted Nash criterion to compare the respective DTM-IP and DTM-RR multifractal estimates obtained on the MF-5P database.

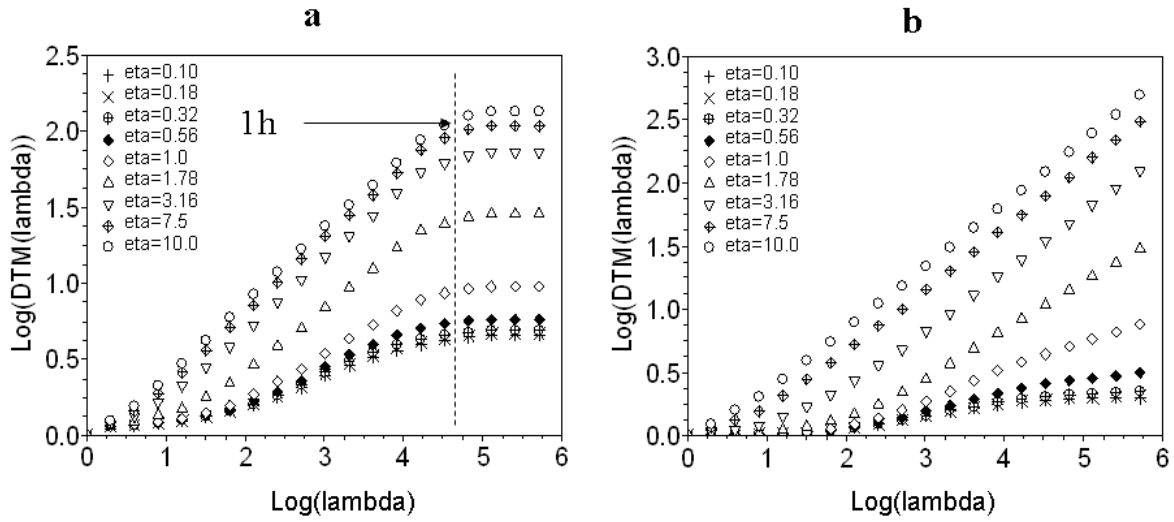


Fig. 12. Log-log plot of the Double Trace Moments of Saint Andre de Roquepertuis (a) and Orgeval (b). The latter displays a rather clear multifractal behaviour, whereas the former displays a scaling break at about 1 hour. In both cases, these curves exhibit a multiscaling behaviour similar to their TM counterparts, i.e. respectively Fig. 8b and Fig. 7b.

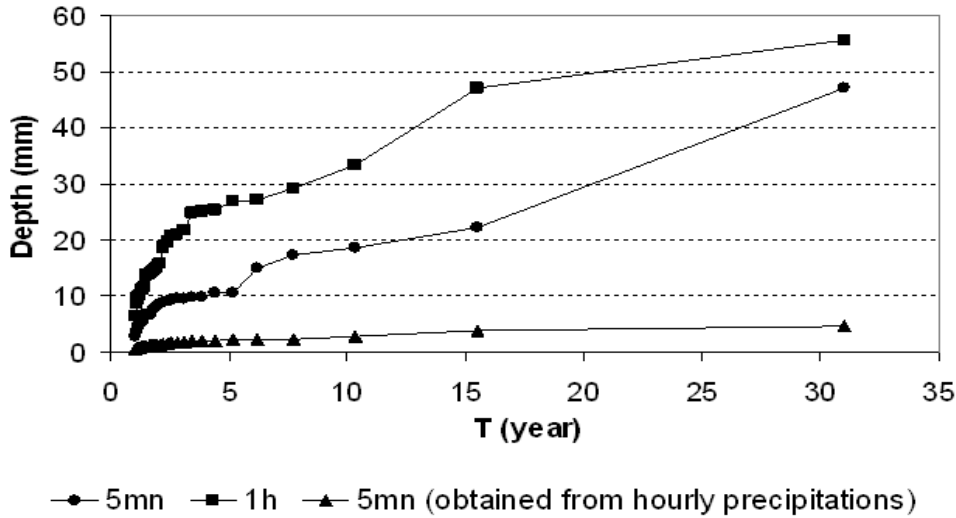


Fig. 13. The DDF curves of the annual maxima of the Orgeval time series. Square symbols correspond to hourly duration. For 5 minute duration corresponding to round and triangle symbols, there is a significant difference between the DDF curve obtained from the observed precipitations (rounds) and the one obtained with the help of uniform disaggregation from the hourly precipitations (triangles). This confirms the need to well assessed the effective frequency of measurement and record.

The obtained estimates confirm that, independently of the type of assessment procedure, the question of the data quality persists. Fig. 12 with no surprise illustrates that the DTM curves

display spurious scaling breaks similar to those of the TM curves. The scaling breaks at about 1 hour, e.g. the time series of Nîmes (Fig. 8a) and Saint Andre de Roqueqertuis (Fig. 8b and Fig. 12a), could be explained by the deficit of high frequency rainfall episodes. Indeed these series have only an hourly time resolution, hence a visible deficit of “homogeneous” episodes of shorter durations.

This means that the range of durations over which the universal multifractal parameters can be safely estimated is very sensitive to the quality of high frequency data. Not taking care of this question may lead to a serious increase of uncertainties in the hydrological estimates, e.g. in the Depth-Duration-Frequency (DDF) curves that are widely used in the hydrology..

Figure 13 displays the DDF curves of the annual maxima for the Orgeval time series. The measured data having a 5 minute resolution were also up-scaled to hourly data. Hence, the curves represented by round and square symbols correspond respectively to 5 minute and hourly durations. Then the curve represented by triangle symbols for 5 minute duration is obtained with the help of uniform disaggregation of hourly data, i.e. a transformation of hourly to 5 minute precipitations were obtained by uniformly distributing the rainfall over the 12 time sub-intervals of 5 minutes. This illustrates the effect of using the hourly data to artificially construct the DDF curves for sub-hourly durations. For the duration of 5 minutes, the Fig. 13 shows a significant difference between the DDF curves corresponding to the “true” 5-minute data and the corresponding artificial data,

Due to lack of small scale variability, the latter, obtained with the help of a uniform disaggregation from hourly rainfall data (triangles) remain weaker than those estimated from the observed precipitations (circles). For instance, the depth for a return period of 15 years (and a 5 minutes duration) drastically decreases from 22 to 4 millimetres. This illustrates that the deficit of “homogeneous” episodes of shorter duration would cause important underestimates of the rainfall for operational applications in the hydrology. We will pursue elsewhere the analysis of these hydrological consequences with the help of rainfall-runoff models.

4. SERQUAL: a procedure to select high quality data sequences

The observed sensitivity of the results of scaling analysis to small scale data quality lead us to develop an automatic procedure SERQUAL, written in the open access programming language SCILAB (Pinçon, 2000), that allows to quantify the quality of the time series not only over the whole time series, but also period by period, e.g. in this paper we started from year by year analysis, although the method is not at all limited to this period choice. Indeed, the yearly period was considered in the present paper due to the somewhat surprising observation that indeed the quality of the time series is in general far from being uniform and even monotonous, e.g. the data quality can decline in most recent years! However, for dryer climates a longer period might be needed.

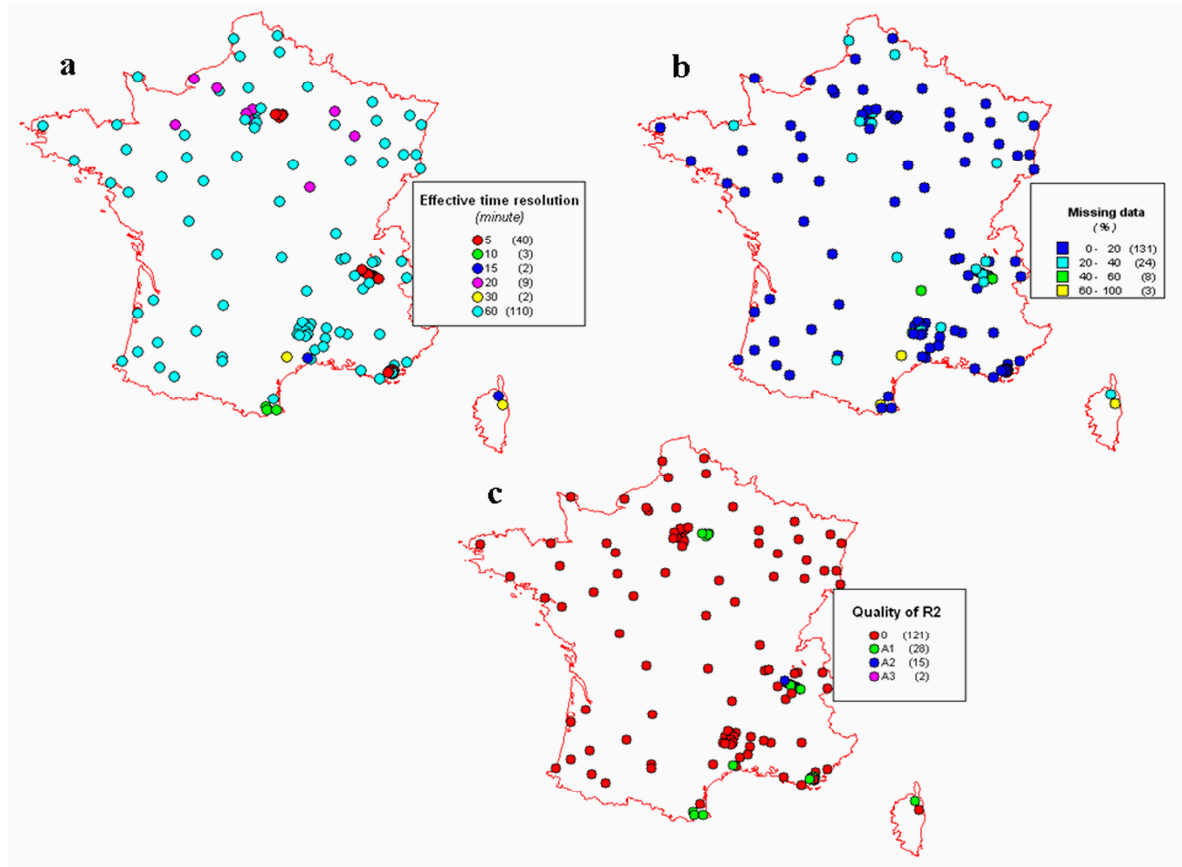


Fig. 14. Geographical maps of the quality of the series: effective time resolution quality (a: 5 min. (red), 10 min. (green), 15 min. (dark blue), 20 min. (purple), 30 min. (yellow), 60 min. (aqua)), missing data (b : 0%-20% (dark blue), 20%-40%(aqua), 40%-60%(green), over 60%(yellow)), probability distribution of episode durations (c: A1 for $R^2 \geq 0.80$ (green), A2 for $0.65 \leq R^2 < 0.80$ (dark blue), A3 for $0.50 \leq R^2 < 0.65$ (purple) and 0 for $R^2 < 0.50$ (red)). For these three figures, the corresponding number of stations corresponding to a given quality level with respect to a given criterion is displayed between parenthesis.

The procedure SERQUAL is based on the conjunction of three criteria: the observation quality (measured by the percentage of non missing data), the effective time resolution quality (measured by the episode duration having the highest probability), and the quality of the probability distribution of episode durations (estimated with the help of the determination coefficient (R^2) of the power law over a given range of durations). One may note that the two last criteria require that SERQUAL is applied to a long enough period. For each of these criteria, Figure 14a-c displays geographical maps indicating the quality of the 166 rainfall time series from the MF-5P database. The corresponding data quality rates can be finally pooled together to get an overall data quality estimator.

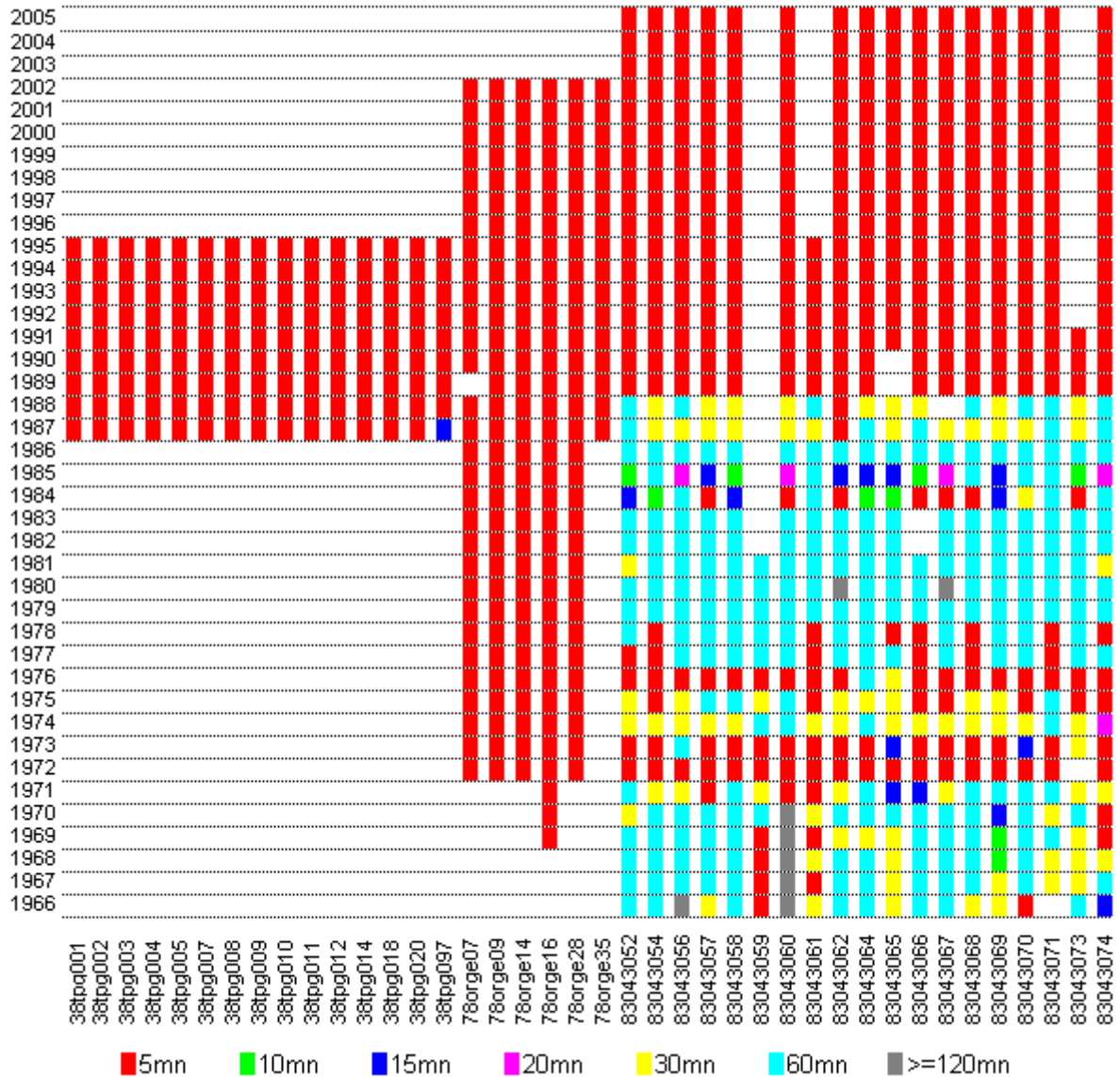


Fig. 15. Effective time resolution quality (ranging from 5 minutes to less than 120 minutes, see colour code) estimated year by year of the 40 series having an overall 5 minutes resolution. The displayed effective time resolution is rather inhomogeneous and non stationary.

Applying the SERQUAL procedure on the 166 rainfall time series, the results show (Fig. 14a) that most of the data have only a hourly resolution (110 series among 166, or 66%). There are only 40 rainfall time series having the effective resolution of 5 minutes. The corresponding rainfall gauges are mainly concentrated in three administrative regions of France: 15 gauges are in the region of Rhône-Alpes (Isère county with identification number 38), 6 gauges are in the region of Ile-de-France (Yvelines county with identification number 78) and 19 gauges are in the south of France (Var county with identification number 83). It is important to note that when applied to year by year sequences, instead of doing it to the whole series, the SERQUAL procedure shows that all the series of counties 38 and 78 (respectively 15 and 6 series) have an effective time resolution of 5 minutes. On the contrary, the 19 series of the county 83 exhibit a much more complex behaviour due to a mixture of various effective time resolutions (Fig. 15). The data quality analysis also shows that among the 126 series that do

not have an overall time resolution of 5 minutes, 39 series have a few (not necessarily consecutive!) years an effective time resolution of 5 minutes (Fig. 16), the other 87 time series do not have any year with such an effective time resolution.

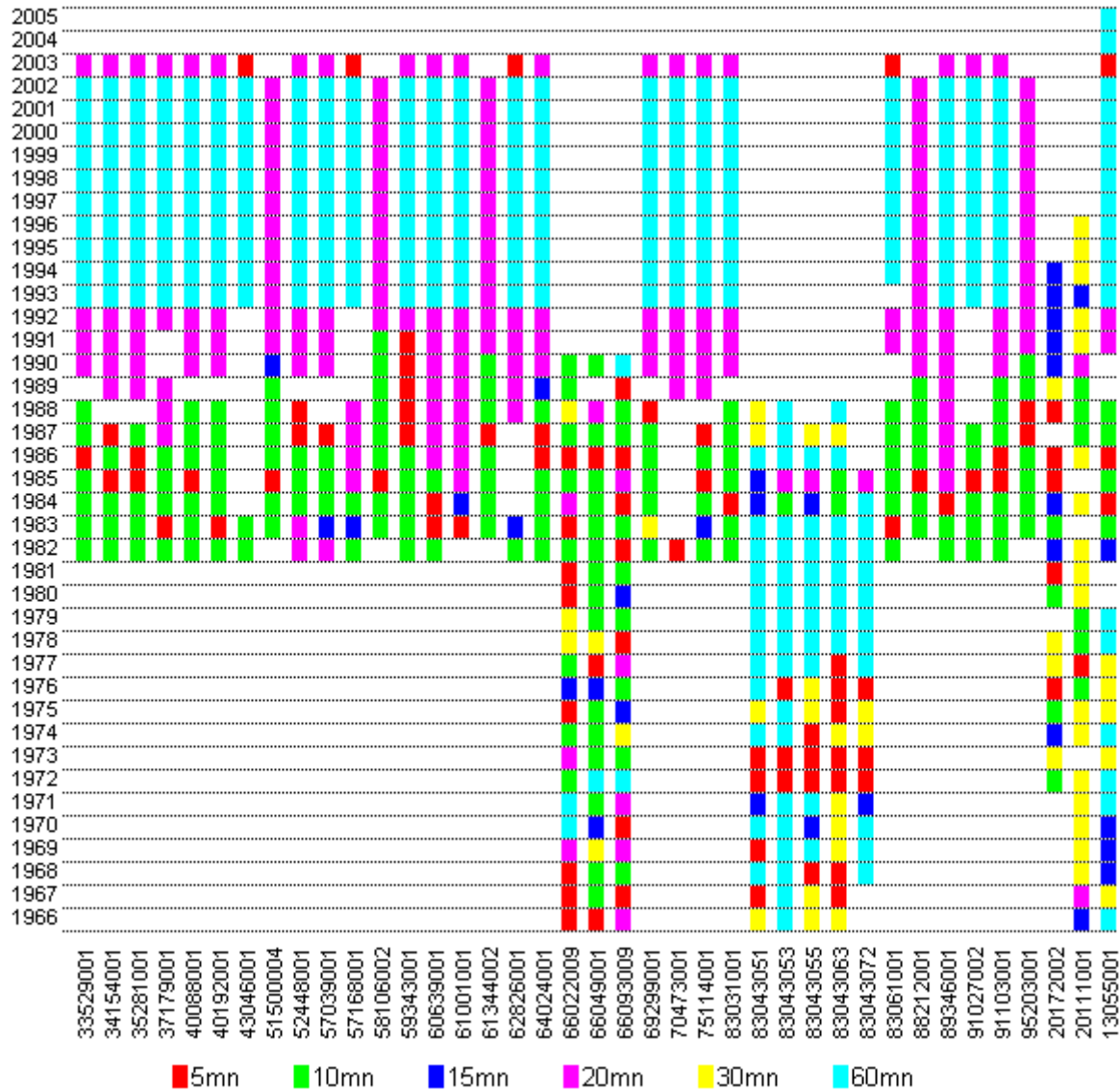


Fig. 16. Effective time resolution quality year by year of the 39 series which do not have an overall effective time resolution of 5 minutes, but have at least one year of 5 minutes resolution. The displayed effective time resolution is even more inhomogeneous and non stationary than that of Fig. 15.

Therefore, in order to perform our analysis on data having a uniform quality, we selected series or extracted sub-series that correspond to successive years having an effective time resolution of 5 minutes and for a length greater or equal to 5 years. According to this selection criterion, 15 time series were selected for the county 38 and 6 for the county 78. For the county 83, we could only extract subseries: 14 for the period 1989-2005, but only one for the periods 1987-2005, 1989-1995 and 1991-2005. Two series of this county did not have any of such periods.

Therefore, with the help of the SERQUAL procedure, only 38 time series, among 166 available ones, were selected as the high quality rainfall measurements, and in particular, as the full series having the effective data resolution of 5 minutes. These 38 time series have been used for further validation analysis discussed in the next section.

5. Discussion of the results

As we already mentioned, scaling methods in general remain very sensitive to data quality. For example, (Hittinger, 2008) discusses many difficulties in automatic routines of the DTM-IP method when looking for a precise estimate of the multifractal parameters α and C_1 . To quantify the uncertainties of parameter estimates, we decided to compare the DTM-IP results with those obtained with the help of the iterative procedure DTM-RR. In both cases, we started with rather crude estimates of α and C_1 , which analytically define the maximum probable singularity γ_s of a sample and therefore the upper bound of statistical orders q and η that can be used in the TM and DTM analyses. The determination coefficient R^2 can be furthermore used as an indicator of quality for linear fits. While, the iterative methods become much less sensitive to the crudity of initial estimates and the quality of original data, they do not distinguish the real data breaks from the spurious ones.

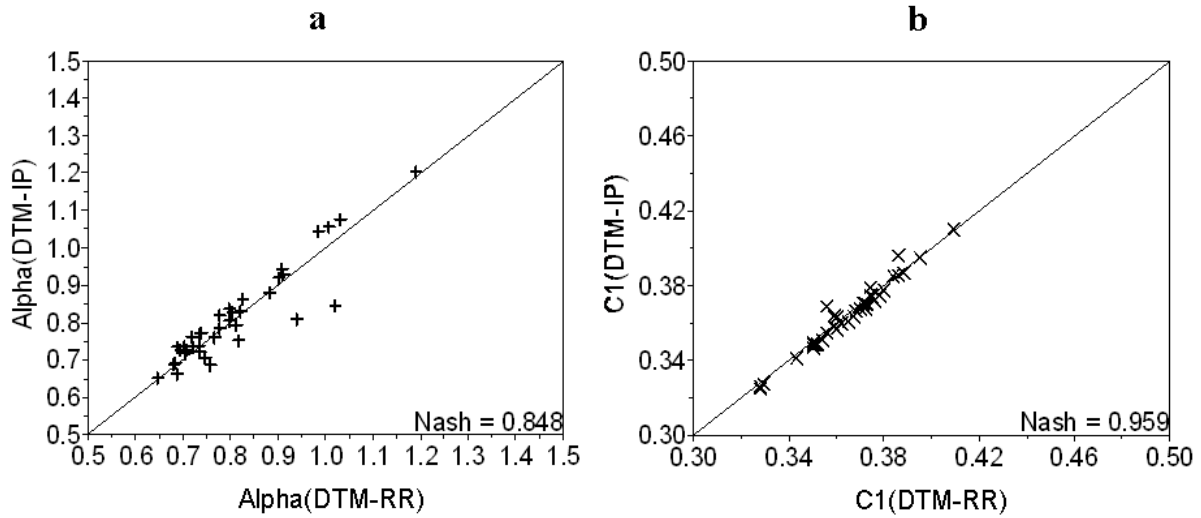


Fig. 17. Correlation of parameters α and C_1 estimated respectively by the DTM-IP and DTM-RR methods, as well as the corresponding Nash coefficient

We decided to apply both DTM-IP and DTM-RR methods to the 38 time series of 5 minute rainfall that were pre-selected by the SERQUAL procedure. We intended to compare the multifractal parameter estimates, obtained by these two methods: close estimates would support the idea that the SERQUAL criteria assure a sufficient data quality in order to detect an unperturbed scaling behaviour and over the appropriate range of scales without the necessity of iterative methods. In order to compare the parameter estimates obtained by the two methods, we use a Nash criterion adapted to our situation.

The Nash coefficient is defined in the following manner

$$Nash = 1 - \frac{\sum (Y_i - X_i)^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (9)$$

where the X_i are the reference values (usually, the observations), \bar{X} their average, and Y_i the predicted values. This coefficient is bounded above by 1, which corresponds to a perfect prediction, whereas lower and lower values correspond to worst and worst prediction. For instance, 0 corresponds to a prediction that is not better than the average \bar{X} .

Because the multifractal parameters obtained by the DTM-RR method are much less sensitive to the data quality, we will use them as the reference data with respect to the classical Nash criterion, whereas the multifractal parameters obtained by the DTM-IP would be used instead of the model prediction. Figure 17 displays good correspondences between the estimated multifractal parameters that agree with the Nash parameters of 0.85 for α -estimates (Fig. 17a) and of 0.96 for C_1 -estimates (Fig. 17b).

Table 1. Intercomparison between the MF-5P and MF-6P databases.

Station	Brest		Mont_Aigoual		Marseille			
Period	1990 – 2003		1992 - 2003		1997 - 2004		1982 - 1988	
Database	5P	6P	5P	6P	5P	6P	5P	6P
Effective time resolution	hourly	18min	hourly	18min	hourly	6min	10min	6min
Missing data duration/period duration (%)	11.3	9.2	9.0	5.3	3.5	1.8	3.3	3.3
Rainfall duration/period duration (%)	13.4	6.8	12.3	7.8	4.1	1.71	19	3.3

We have now to discuss another feature of the high resolution rainfall data we used. Météo-France is in charge of maintaining most of the archives of the precipitation data in France and generally have been using a six minute time step for short duration rainfall (the MF-6P database), whereas in the above sections we primarily discussed the results obtained on the 5 minute rainfall (MF-5P database). It was therefore instructive to compare these two databases, in particular by performing quality tests for the same stations over the same periods.

Table 1 displays the main features of this comparison on the example of 3 stations: Brest, Mont Aigoual and Marseille. It turns out that the effective time resolution is higher for the MF-6P time series, whereas the rain period is longer for the MF-5P time series, in particular for the Marseille series over the period 1982-1988.

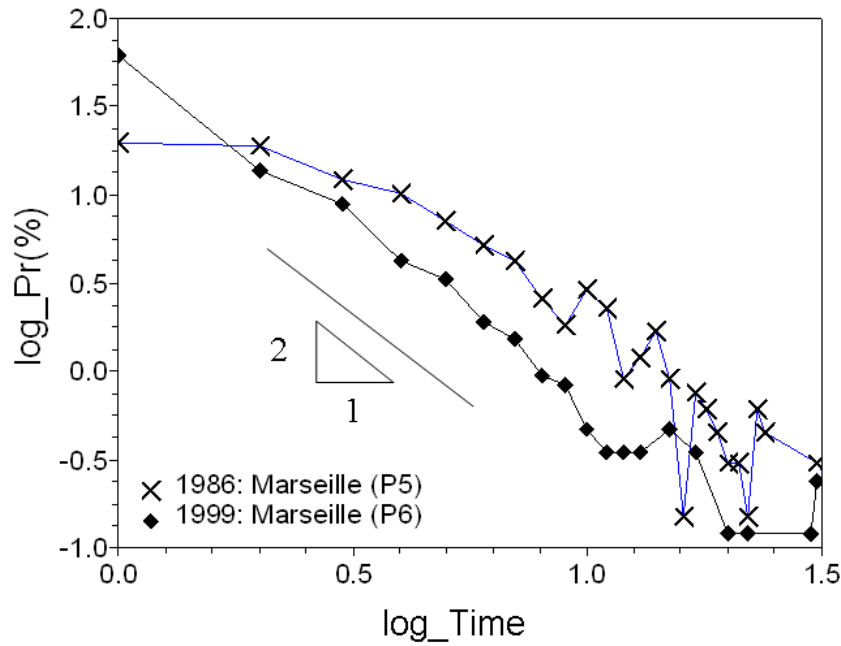


Fig. 18. Comparison (in a log-log plot) of the duration probability distribution of the Marseille homogeneous episodes during the year 1986 (crosses) and 1999 (filled squares) corresponding respectively to the year having the best data quality for MF-P5 and MF-P6. The existence of a power law up to the highest resolution is evident only for the MF-P6 data. The reference straight line has a slope 2.

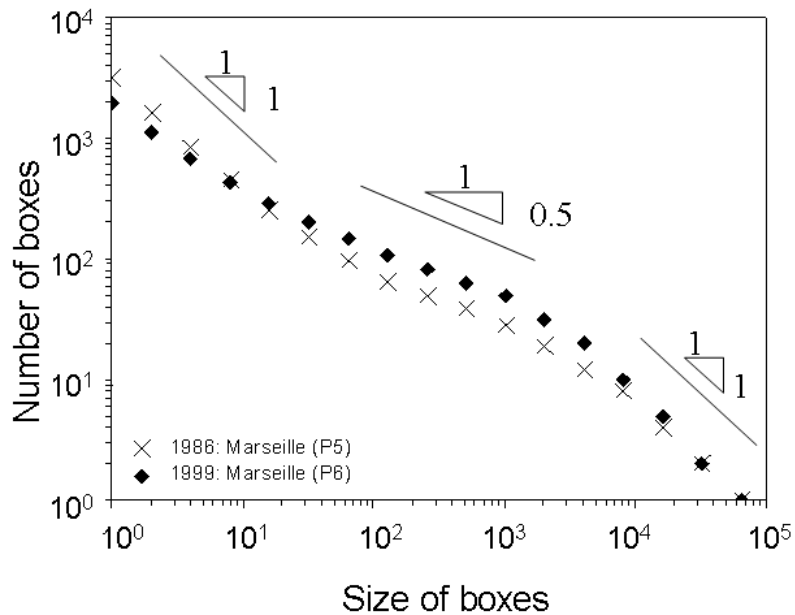


Fig. 19. Comparison (in a log-log plot) of the rainfall support dimension in Marseille during the year 1986 (crosses) and 1999 (filled squares) corresponding respectively to the year having the best data quality for MF-P5 and MF-P6. For MF-P5, the fractal dimension of sub-hourly rainfall converges to the dimension of the embedding space. For convenience, the reference straight lines of slopes 1, 0.5 and 1 are displayed.

Among the rainfall data of Marseille, with the help of the SERQUAL procedure we finally selected two years having the best data quality, i.e., the year 1986 with an effective 5 minute resolution (from MF-P5) and the year 1999 with an effective 6 minute resolution (from MF-P6). Figure 18 displays the corresponding probability distributions of the durations of « homogeneous » rainfall episodes during each year. This figure puts on evidence the existence of the power law with an exponent close to 2 that stands up to the highest resolution of 6 minute rainfall. Indeed, while a 5 minute resolution remains dominant for the year 1986, a power law could be roughly fitted up to 10 minute resolution, which was the one selected for the SERQUAL procedure. Therefore, strengthening the third criterion of the SERQUAL procedure that evaluates the quality of probability distribution, i.e. estimating the power law over the full range of small durations, would lead to the rejection of the 5 minute Marseille data. In this paper we gave preference to a looser criterion (i.e., with 10 minute resolution) in conjunction with the criterion on the effective time resolution quality. Let us anyway mention that such a departure from the power law, which has been observed for the highest resolution, could be related to a rather unexpected increase of the fractal dimension of the rainfall support. Indeed, Fig. 19 displays the fractal dimensions of the rainfall support in Marseille during the years 1986 and 1999. With no surprise, the rainfall support fractal dimension at lower resolution converges to the dimension of the embedding space: it always rains at monthly scales. For higher time resolutions (from a month to about an hour) the rainfall is known to be an intermittent process and indeed the support fractal dimension is of the order of 0.5. However, instead of having the same intermittent behaviour for sub-hourly durations, there is an increase of the support fractal dimension for both rainfall data of Marseille. This is more obvious for the 5 minute resolution data, where the fractal dimension reaches again the embedding space dimension. Such a behaviour suggests that a given downscaling algorithm was applied to hourly data to obtain a seemingly 5 minute data resolution and which introduces spurious uniform frequencies of data recording. Since such a behavior was observed for other stations, future research on high resolution data sets is needed to clarify this issue.

6. Conclusions

The obtained results show that the deficit of high frequency episodes causes scaling breaks and therefore difficulties to define scaling laws of the rainfall with many consequences for operational hydrology. Indeed, whereas scaling methods provide powerful tools for nowadays hydrology, we demonstrated that a particular attention should be paid to the data quality in order to adequately interpret the often observed scaling breaks and their consequences on the parameter estimates.

In this direction, we developed a first version of a SERQUAL procedure to automatically detect the effective time resolution of highly mixed data. Being applied to the 166 rainfall time series (MF-P5 database), the SERQUAL procedure has detected that most of them have an effective hourly resolution, rather than a 5 minutes resolution. Furthermore, series having an overall 5 minute resolution do not have it for all years. At first, this raises serious concerns on how to benchmark stochastic rainfall models at a sub-hourly resolution, which are particularly desirable for operational hydrology. Therefore, database quality must be checked before use. Furthermore, we showed that our procedure SERQUAL enable us to extract high quality sub-series from longer time series that will be much more reliable to calibrate and/or validate short duration quantiles and hydrological models.

Acknowledgements

We highly acknowledge enlightening discussions with Ph. Dandin and J.M. Veysseire who also facilitated the access to the rainfall data of Meteo-France in the framework of the project “Multiplicity of Scales in Hydrology and Meteorology (Meteo-France- Ecole des Ponts ParisTech). Partial financial supports from the Regional Research Network on Sustainable Development R2DS (project GARP-3C) and from the Chair “Hydrology for Resilient Cities” (sponsored by Veolia) of Ecole des Ponts are highly acknowledged.

References

- Arnaud, P. and Lavabre, J., 1999. Using a stochastic model for generating hourly hyetographs to study extreme rainfalls,. *Hydrological Sciences Journal*, 44(3): 433-446.
- Aronica, G.T. and Freni, G., 2005. Estimation of sub-hourly DDF curves using scaling properties of hourly and sub-hourly data at partially gauged site. *Atmospheric Research* 77(1-4): 114–123.
- Berggren, K., 2007. Urban drainage and climate change—impact assessment, Luleå University of Technology.
- Berndtsson, R. and Niemczynowicz, J., 1988. Spatial and temporal scales in rainfall analysis - Some aspects and future perspectives. *Journal of Hydrology*, 100(1-3): 293-313.
- Berne, A., Delrieu, G., Creutin, J.D. and Obled, C., 2004. Temporal and spatial resolution of rainfall measurements required for urban hydrology. *Journal of Hydrology*, 299(3-4): 166-179.
- de Lima, M.I.P., 1998. Multifractals and the temporal structure of rainfall. Ph.D. Thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen, 229 pp.
- Fankhauser, R., 1997. Measurement properties of tipping bucket rain gauges and their influence on urban runoff simulation. *Water Science and Technology*, 36(8-9): 7-12.
- Fankhauser, R., 1998. Influence of systematic errors from tipping bucket rain gauges on recorded rainfall data. *Water Science and Technology*, 37(11): 121-129.
- Hittinger, F., 2008. Intercomparaison des incertitudes dans l'Analyse de Fréquence de Crues classique et l'Analyse Mutlifractale de Fréquence de Crues Ing. Dipl. Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, 35 pp pp.
- Hoang, C.T., 2008. Analyse fréquentielle classique et multifractale des 10 series pluviométriques à haute résolution. M. Sc. Thesis, Université P. & M. Curie, Paris, pp. 50 pp.
- Kolmogorov, A.N., 1941. Local structure of turbulence in an incompressible liquid for very large Raynolds numbers. *Proc. Acad. Sci. URSS., Geochem. Sect.*, 30: 299-303.
- Kundu, P.K. and Bell, T.L., 2006. Space-time scaling behavior of rain statistics in a stochastic fractional diffusion model *Journal of Hydrology*, 322(1-4): 49-58.
- Kvicera, V. , Fiser, O., Riva, C. and Sharma, P., 2005. Comparison of Tipping-bucket raingauge record processing at various workplaces, Contribution PM9103 of the 3rd (Final) Workshop of the COST280 Propagation Impairment Mitigation for Millimetre Wave Radio Phara, Czech Republic, pp. pp 1-4.
- LaBarbera, P., Lanza, L.G. and Stagi, L., 2002. Tipping bucket mechanical errors and their influence on rainfall statistics and extremes. *Water Science and Technology*, 45(2): 1-9.
- Lavallée, D., Lovejoy, S., Schertzer, D. and Schmitt, F., 1992. On the determination of universal multifractal parameters in turbulence. In: K. Moffat, M. Tabor and G.

- Zaslavsky (Editors), Topological aspects of the dynamics of fluids and plasmas. Kluwer, pp. 463-478.
- Niemczynowicz, J., 1999. Urban hydrology and water management - present and future challenges. *Urban Water*, 1(1): 1-14.
- Obukhov, A.M., 1941. On the distribution of energy in the spectrum of turbulent flow. *Izvestiya, Geogr. Geophys.*, 5: 453-466.
- Ogden, F.L., Sharif, H.O., Senarath, S.U.S., Smith, J.A., Baeck, M.L. and Richardson, J.R., 2000. Hydrologic analysis of the Fort Collins, Colorado, flash flood of 1997. *Journal of Hydrology*, 228(1-2): 82-100.
- Olofsson, M., 2007. Climate change and urban drainage—future precipitation and hydraulic impact., Luleå University of Technology, 20 pp. pp.
- Pinçon, B., 2000. Une introduction à Scilab, Ecole National des Ponts ParisTech, Marne-la-Vallée.
- Schertzer, D. and Lovejoy, S., 1987a. Physical modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling Multiplicative Processes. *Journal of Geophysical Research*, D 8(8): 9693-9714.
- Schertzer, D. and Lovejoy, S., 1987b. Singularités anisotropes, divergence des moments en turbulence. *Annales de la Société mathématique du Québec*, 11(1): 139-181.
- Schertzer, D. and Lovejoy, S., 1992. Hard and Soft Multifractal processes. *Physica A*, 185(1-4): 187-194.
- Schertzer, D. and Lovejoy, S., 1997. Universal Multifractals do Exist! *J. Appl. Meteor.*, 36: 1296-1303.
- Schilling, W., 1991. Rainfall data for urban hydrology: what do we need? . *Atmospheric Research*, 27(1-3): 5-21.
- Schmitt, F., Lavallée, D., Schertzer, D. and Lovejoy, S., 1992. Empirical Determination of Universal Multifractal Exponents in Turbulent Velocity Fields. *Physical Review Letter*, 68: 305-308.
- Tchiguirinskaia, I., Bonnel, M. and Hubert, P. (Editors), 2004. Scales in Hydrology and Water Management, 287. IAHS, Wallingford U.K., 170 pp.
- Tessier, Y., Lovejoy, S. and Schertzer, D., 1993. Universal Multifractals: theory and observations for rain and clouds. *Journal of Applied Meteorology*, 32(2): 223-250.

2. Tchiguirinskaia, I., Schertzer, D., Hoang, C.T., & Lovejoy, S. (2011). *Multifractal study of three storms with different dynamics over the Paris region*. Weather Radar and Hydrology Symposium. Exeter, UK: IAHS Red book (accepted).

Multifractal study of three storms with different dynamics over the Paris region

TCHIGUIRINSKAIA I.^{1*}, SCHERTZER D.¹, HOANG C. T.¹, LOVEJOY S.²

¹ Université Paris-Est Ecole des Ponts ParisTech LEESU, 6-8 Av Blaise Pascal Cité Descartes, Marne-la-Vallée, 77455 Cx2, France

*corresponding author : ioulia@leesu.enpc.fr, +33 1 64 15 36 23

² McGill U., Physics dept., Montreal, PQ, Canada

Abstract Nowadays research is triggered by the permanent need to better relate the measured radar reflectivity to the surface rainfall. The knowledge on flow structure within cloud formation systems and associated convective–stratiform separation may provide useful information in this respect. We will first discuss how the stochastic multifractals can handle the differences of scales and measurement densities of the rain gauge and radar data; and help to merge information from these data. We use the mosaics of the METEO-FRANCE ARAMIS radar network that correspond to horizontal projections of the radar rainfall estimates over a $1\text{ km} \times 1\text{ km} \times 5\text{ min}$ grid over France. In particular, three storm events with different dynamics over the Paris region were selected to illustrate the efficiency of the multifractal framework. In spite of the difficulty that usually the same precipitation field comprises both, stratiform and convective formations, their respective scaling properties allow to decipher and to classify the radar data.

Key words multifractals, convective-stratiform formations, rainfall extremes, power law

1. Introduction

Precipitations constitute a natural phenomenon which has very strong socio-economical impacts, especially heavy rainfalls usually associated to storms. Climate change and sprawling urbanization are two drivers that would increase the extremes. Both already put into question the usual implicit approximation of statistical stationarity, and therefore classical operational notions. To take into account this aspect, the hydrological systems of the rainfall alert and forecast need to provide the communities with more detailed space-time information. This often refers to time scales from 1 second and spatial scales ranging from millimetres to about 50 kilometres, i.e. from drop sizes to Paris region scale. This range of scales is crucial for urban hydrology and it also corresponds to the less known scale range for precipitation fields. There are many ongoing discussions on possible rainfall scaling breaks below 30 km (e.g., Gires et al., 2011). A deeper understanding of rainfall process across the scales seems to be necessary for bridging up the scale gap between radar and in situ measurements, which has been a long-lasting problem for radar calibration (Austin, 1987).

In this paper we explore the scaling behaviour of horizontal projections of the radar rainfall estimates by properly dealing with rainfall strong intermittency that is more obvious at small scales. We first discuss interlinks between what could be termed convective/stratiform rainfall and possible rainfall scaling break. Then we illustrate how the multifractal methods handle the differences of scales and measurement densities of the rain gauge and radar data that are

available at $1\text{ km} \times 1\text{ km} \times 5\text{ min}$ grid. Finally we underline how merging the information from these data would increase our understanding of rainfall extremes. Empirical parameters allow an implementation of a procedure for simulation and nowcasting of rainfall fields and for cross-fertilization with operational applications.

2. Definitions across scales

Initially triggered by climatological studies, the discussion of convective vs. stratiform rainfall was widely enlarged by the aspects of radar rainfall measurement. Most of precipitation systems may be sorted out as convective or stratiform, while there is no consensus on a precise definition of the terms convective/stratiform (see e.g., Steiner & Smith, 1998), notably their distinction is not always sharp. The most common cinematically-based classification is scale dependent. It appeals to the magnitude of the vertical air motions to classify precipitation into convective and stratiform elements, introducing the characteristic scales. Indeed, Houze (1993) underlined that stratiform rainfall is more variable in the vertical than the horizontal, since hydrometeors (snow or rain) in stratiform clouds grow primarily by descent through a widespread updraft that velocity magnitude is less than a meter per second. Thus, purely stratiform rainfall would result from mid-latitude frontal systems. Convective rainfall is associated with regions where rainfall remains equally variable in the horizontal and in the vertical directions, so the magnitudes of upward air motion would be sufficiently large in respect to the fall velocity of the hydrometeors. Steiner & Smith (1998) advocated that the definition of what might be termed convective/stratiform rainfall should hold across all scales.

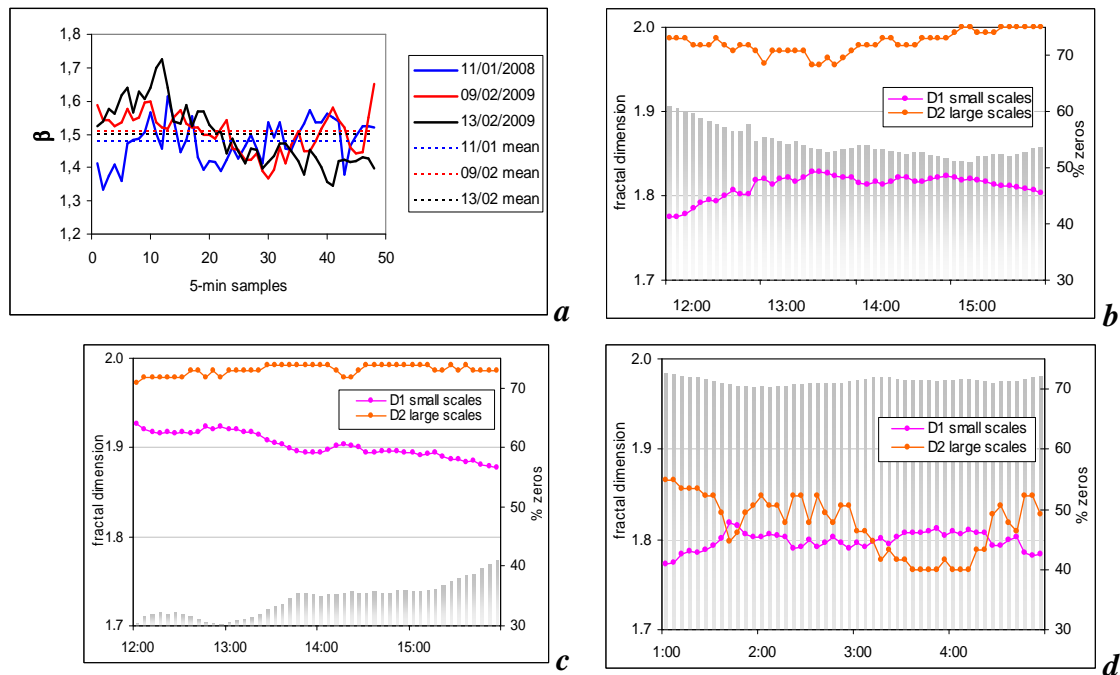


Fig. 1 Temporal fluctuations of the spectral slopes (*a*) and fractal dimensions (*b-d*) estimated over 48 global images of 5 min rainfall accumulations: (*a-blue* & *b*) January 11, 2008, (*a-red* & *c*) February 9, 2009 and (*a-black* & *d*) February 13, 2009. All these events yield the average spectral slope $\beta=1.5$, independently of the physics that dominated the rainfall production process (*a*). Grey histograms indicate the zero-rainfall percentage (*b-d*), pink lines for small scales (1-16 km), and orange lines for large scales (16-512 km).

We use the ARAMIS data of METEO-FRANCE (Gilet et al., 1983; Parent du Châtelet, 2003) from three storm events over the Paris region, each lasting 4 hours. These storms were *a priori* classified as two mixed events (on January 11, 2008 and on February 9, 2009 from 12 pm to 4 pm) and a stratiform event on February 13, 2009 (from 1 am to 5 am). However, the evoked classification remains only an indicative one for the selected periods and location. Often the same precipitation field encloses both, stratiform and convective formations (Houze, 1997). In spite of this difficulty, meteorologists selected samples of predominantly stratiform or convective rainfall fields aiming to investigate their respective scaling properties.

Seed (2004) investigated the extent of the vertical-horizontal anisotropy, depending on the physics dominating the rainfall production process. He proposed to use variograms of radar reflectivity in the vertical and horizontal dimensions to distinguish between convective and stratiform rainfall, though the author admitted that this method requires very large samples of data. In particular, it requires vertical profiles of radar reflectivity, presently non-available among the ARAMIS products of METEO-FRANCE. Chumchean (2004) classified into stratiform/convective over 800 fields of hourly rainfall accumulation over Sydney (Australia). He used the spectral analysis on 256x256 rainfall fields of 1-km resolution. The spatial spectrum $E(k)$ is the density of “energy” of the field (i.e., the squared field) per unit wave number k (km^{-1}). A random field is scaling when its spectrum follows a power law, $E(k) \propto k^{-\beta}$. Chumchean (2004) found differences in the estimates of the power law exponent, often called “spectral slope”, for stratiform and convective rainfall, with its average values of 2.3 and 2.1 respectively. However, the significance of this 10% difference could be put into question. Hence, in this paper we discuss the capacity of a more general scaling analysis (while with often non-stationary scaling parameter estimates) to distinguish and to classify rainfall events.

We started from the spectral analysis on 5 min time sequences of 2D rainfall accumulation fields. For all three storm events, the estimates of the power law exponent fluctuate around the mean value of $\beta=1.5$ (see Fig. 1a), independently from the physics that dominated the rainfall production process during each of storms. The power law behaviour of spectra confirms the scaling nature of the rainfall field, although this preliminary analysis points out the problem of strong fluctuations or non-stationary of the power law exponent estimates (and more generally, of scaling parameters) during each event. These fluctuations put into question the possibility to distinguish in a reliable manner convective vs. stratiform situations with only the help of the spectral slope, although it was quite appealing.

3. Fractals and convective- stratiform classification

The simplest scaling character of radar images can be easily established with the help of the straightforward box-counting algorithm. The boxes are defined as the pixels of a regular 2D grid covering the radar image, where a mesh size l is consecutively increased by a given factor (usually 2). Then the fractal dimension Df of the rain support is the exponent of the scaling law of the number of pixels $n(l)$ containing at least one positive rainfall measurement: $n(l) \propto l^{-Df}$. Obviously a homogeneous 2D field will correspond to $Df = 2$, and lower and lower fractal dimensions correspond to more and more inhomogeneous fields. Figure 1b-d displays the temporal evolution of the two fractal dimensions estimated over two distinct sub-ranges of

scales. Indeed, we detected a change in scaling behavior at about 20-30 km that was particularly visible for data series of the first event, corresponding to low values of the determination coefficient R^2 estimated over the full range of scales. The small scale analysis (over the range 1-16 km) confirms a general dependence of the support fractal dimension on the percentage of rainfall under the threshold of radar detection (i.e., the “zero rainfall”): the fractal dimension tends to decrease with an increase of zero rainfall, e.g. it decreases from 1.93 to 1.88 during the episode of February 9, 2009 when the zeros increase from 30% to 41%. Although, the same $D_f \approx 1.8$ is observed for two types of rainfall events: the convective type on January 11, 2008 with about 55% of zero rainfall during the episode and the stratiform type on February 13, 2009 with 70% of zeros. Therefore, a small scale fractal dimension would not be sufficient to sort out radar data. On the contrary, a comparison of small scale and large scale fractal dimensions gives a striking dissimilarity of the first two rainfall events (January 11, 2008 and February 9, 2009) w.r.t. the third one (February 13, 2009). While the large scale fractal dimensions remain close to 2 for the first two events and hence, remain distinct from the corresponding small scale fractal dimensions. Contrary to this, on February 13, 2009 the estimates of the large scale fractal dimension fluctuate around the small scale value of $D_f \approx 1.8$.

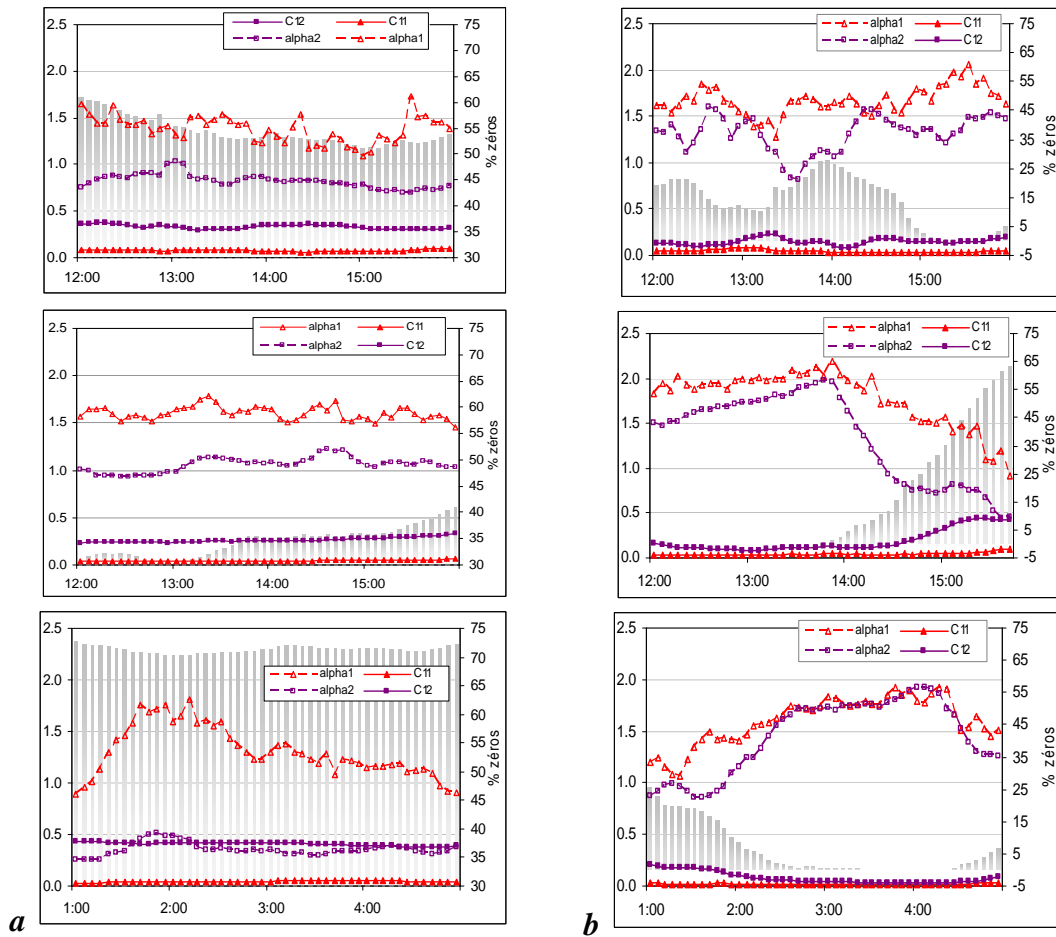


Fig. 2 Temporal evolution of multifractal parameters for small scales (<16 km, red) and large scales (>16 km, purple) for 5-min rainfall accumulation from (a) global images and (b) centred images (from top to bottom): 11/01/08, 12-04 pm, 09/02/09, 12-04 pm, 13/02/09, 01-05 am. Grey histograms indicate the zero-rainfall percentage.

This result is in agreement with the fact that the horizontal extent of vertical air motions during a stratiform situation may grow up to hundreds of kilometers. Hence, the stratiform and decaying convective rainfall systems would naturally result in a more widespread precipitation, which in turn would result in similar estimates of fractal dimension over small and large scales. In contrast, a convective situation is characterized by significant vertical air motions that horizontal extent ranges from several meters to several kilometers. So, over a larger area, a convective rainfall system can be understood as a homogeneous distribution ($D_f \approx 2$) of smaller scale precipitation cells, all having a lower fractal dimension. Therefore, the fractal concept provides a simple basis to automatically sort out radar data as corresponding to convective or stratiform rainfalls.

It is worth to mention that for both rainfall types, the estimates of the fractal dimension at small scales D_f remain smaller than 2. This highlights that homogeneous distributions of rainfall would be particularly inappropriate for urban modelling. Indeed, the proportion of pixels having non-zero rainfall should decrease as $l^{(2-D_f)}$ to cope with reality.

4. Physical significance of Multifractal parameters

The rainfall intensity remains out of the scope of the single fractal dimension exponent, D_f (Schertzer and Lovejoy, 1987; Biaou et al., 2003). Indeed, over the same range of scales, very different estimates of this dimension are obtained by simply changing the threshold that defines a non-zero rainfall: the rainfall intensities, therefore, correspond to a multifractal field. The concept of Universal Multifractals (Schertzer & Lovejoy, 1997) can be defined with the help of a very limited number of parameters that have a strong physical significance and can be evaluated either theoretically or empirically. The parameter α measures the multifractality of the field. When $\alpha=0$, the field is fractal and could be defined by a unique fractal dimension. C_I is the co-dimension of the mean field and measures its mean fractality. A homogeneous field which fills the embedding space has $C_I=0$. When this parameter increases, the field becomes more and more intermittent, i.e. is concentrated on smaller and smaller fractions of the total area. The parameter estimation methods are based on the upscaling of the field raised to various powers (Lavallée et al., 1993). Figure 2 displays the temporal evolution of the multifractal parameters α and C_I obtained respectively on $512 \text{ km} \times 512 \text{ km}$ (Fig. 2a) and on $128 \text{ km} \times 128 \text{ km}$ (Fig. 2b) radar images of 5-min rainfall accumulation. As before, the scaling analysis is performed separately over small and large scales. The multifractality of rainfall fields is stronger ($\alpha>1$) over small scales. Over larger scales, high percentage of zero-rainfall reduces the multifractality while increasing the mean codimension C_I . The rainfall field appears to be more intermittent over larger scales (see Fig. 2a). This phenomenon is sometimes considered as “unsolved issues regarding the treatment of the zero values” (Seed, 2004). Nevertheless, the difference in estimates between small and large scales vanishes by reducing the initial domain (Fig. 2b) and hence analysing the area of intense rainfall.

5. Tendency significance of Multifractal parameters

The multifractal parameters corresponding to low percentage of zero-values (centred radar images, Fig.2b) or to small scale analysis of global images (Fig. 2a) become fully compatible with those obtained for heavy rainfall episodes extracted from local rain gauge time series (Hoang, 2008). On the contrary, the multifractal parameters estimated over large scales of

global radar images (Fig. 2a) are qualitatively closer ($\alpha < 1$) to those estimated for continuous rainfall time series. Figure 3 displays the evolution of multifractal parameters at Orly in the region of Paris during the period 1993-2008.

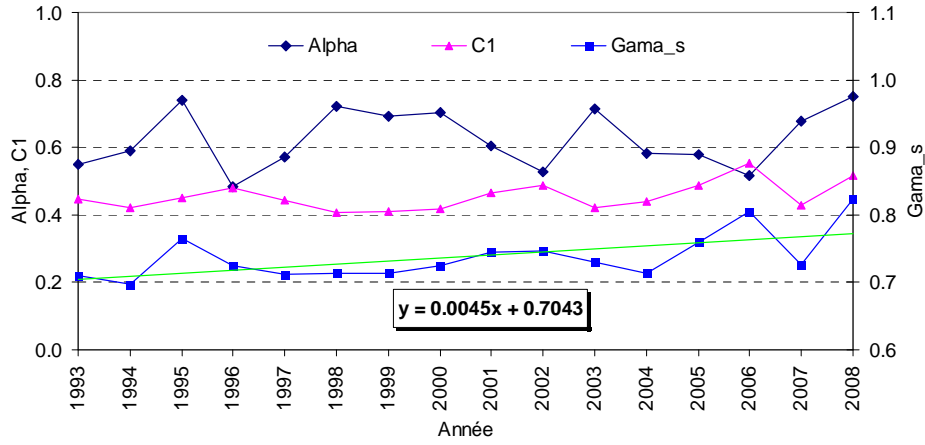


Fig. 3 Time evolution of multifractal parameters α (dark blue), C1 (pink) and γ_s (blue) of rainfall time series at Orly in the region of Paris. The green line corresponds to the linear fit of the estimates of γ_s .

These parameters could be used to reproduce the long range dependencies and the clustering of rainfall extremes often yielding fat tailed (i.e. a power law) probability distributions. A simultaneous increase of both parameters would correspond to an increase of rainfall extremes. One may note from Fig.3 that an increase of one of the parameters often coincides with a decrease of the other one. The general tendency in the evolution of rainfall extremes could be then evaluated from the evolution of the maximum observable singularity, γ_s :

$$\gamma_s = C_1 \alpha / (\alpha - 1) \left(C_1^{(1-\alpha)/\alpha} - 1 / \alpha \right) \quad (1)$$

A positive slope of linear regression obtained for γ_s estimates (Fig. 3) indicates a slight increase in maximal rainfall singularity between 1993 and 2008. Such a slight increase in singularities indicates an increase of the maximal rainfall intensity that, being scale dependent quantity, becomes significant for short durations and/or large return periods.

6. Conclusions

The aim of this study is to explore the scaling behaviour of horizontal projections of the radar rainfall estimates by properly dealing with rainfall strong intermittency. We start from the investigation of possible relations between radar rainfall scaling breaks and associated convective–stratiform separation. Then differences of scales and measurement densities of the rain gauge and radar data are easily handled in the framework of stochastic multifractals. This framework embodies all possible probability tail behaviours and clustering of the extremes, including possible long-range dependencies: two most important statistical features to fit empirical quantile estimates. For universal multifractals, the parameters α and C1 fully define the co-dimension function that, in turn, defines the probability distribution. This explains why the observed compatibility between the multifractal parameters for rain gauge measurements and radar data would be essential to merge the two types of data. Multifractal methods allow

to dynamically evaluate rainfall quantiles to be used by water authorities. Increased reliability of the multifractal parameter estimates allows reducing the uncertainty on further development of regional hydrological extremes. Obtained results illustrate a tendency of hydrological extremes to become particularly local and intense in the Paris area. These preliminary results encourage further extensive use of radar archives for better detection of local climate trends.

Acknowledgments The authors thank METEO-FRANCE for providing radar data, and J. Parent du Châtelet and C. Augros for facilitating the access to these data and stimulating discussions. The authors thank county council of Val-de-Marne for providing rainfall time series, P. Bompard for highlighting discussions. The authors highly acknowledge a financial support of the interdisciplinary research project R2DS GARP-3C and the EU-FP7 project SMARTesT.

References

- Austin, P.M. (1987). Relation between measured radar reflectivity and surface rainfall, *Mon. Wea. Rev.* 115, 1053–1070.
- Biaou, A., Hubert, P., Schertzer, D., Tchiguirinskaia, I. & Bendjoudi, H. (2003). " Fractals, multifractals et prévision des précipitations." *Sud Sciences et Technologies* 10: 10-15.
- Chumchean, S. (2004). Improved use of radar rainfall estimation for use in hydrological modelling, PhD thesis, Dept. Civil Engineering, University of New South Wales, Australia.
- Gilet M., M. Ciccione, C. Gaillard & J. Tardieu (1983). Projet Aramis: le réseau français de radars Météorologiques; *Hydrological Applications of Remote Sensing and Remote Data Transmission*, IAHS Publ. no. 145, p. 295-305.
- Hoang C. T. (2008). Analyse fréquentielle classique et multifractale des séries pluviométriques a haute résolution, MSc thesis, University P&M Curie, Paris.
- Gires, A., Tchiguirinskaia, I., Schertzer, D., Lovejoy, S., (2011). Analyses multifractales et spatio-temporelles des précipitations du modèle Méso-NH et des données radar, *Hydrological Sciences Journal*, in press
- Houze R.A. Jr. (1993). Cloud dynamics. Academic Press, 573 pp.
- Houze, R.A. Jr. (1997). Stratiform precipitation in regions of convection: a meteorological paradox?, *Bulletin Am. Meteorol. Soc.*, 2179-2196.
- Lavallée, D., Lovejoy, S., Schertzer D., Ladoy, P. (1993). Nonlinear variability and landscape topography: analysis and simulation, *Fractals in geography*, L. De Cola and N. Lam Eds. *Prentice-Hall*, 171-205.
- Marshall J.S. and Palmer W.M. (1948). The distribution of raindrops with size, *Journal of Meteorology*, Vol. 5, pp. 165-166.
- Parent du Châtelet J. (2003) Aramis, le réseau français de radars pour la surveillance des précipitations, *La Météorologie*, 40, p. 44-52.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy (1987). Physical modeling and Analysis of Rain and Clouds by Anisotropic Scaling of Multiplicative Processes, *Journal of Geophysical Research*, D 8 (8), 9693-9714.
- Schertzer, D., and S. Lovejoy (1997). Universal Multifractals do Exist!, *J. Appl. Meteor.*, 36, 1296-1303.
- Seed A. (2004). Modelling and Forecasting Rainfall in Space and Time; *Scales in Hydrology and Water Management*, IAHS Publ. no. 287, 137-152.
- Steiner M., J.A. Smith (1998). Convective versus stratiform rainfall: An ice-microphysical and kinematic conceptual model, *Atmospheric Research*, 47–48, 317–326.
- Tchiguirinskaia, I., D. Schertzer, S. Lovejoy (2010). Quantifying Flood Probability; *Urban Flood Management*, eds. C Zevenbergen et al., Taylor and Francis, Leiden, The Netherlands.